Számítógépes Grafika Típusfeladatok Kidolgozása

Vizsgafelkészítő

2025. június 23.

Tartalomjegyzék

1. Simple Homogeneous

Rövid leírás

A feladat lényege, hogy egy Descartes-koordinátarendszerben megadott 3D pontot (x, y, z) átírjunk homogén koordinátákba. A homogén alak (x_h, y_h, z_h, w), ahol $x = x_h/w$, $y = y_h/w$, és $z = z_h/w$. Tehát egy (x, y, z) pontnak végtelen sok homogén alakja létezik: $(w \cdot x, w \cdot y, w \cdot z, w)$, ahol $w \neq 0$. A célunk, hogy megtaláljuk azt a w értéket, amellyel a homogén koordináták összege egy előre megadott érték lesz.

1.1. 1. Feladat

Adott: a(z) (10, 1, 6) Descartes-pont. A homogén koordináták összege legyen 18. **Megoldás:**

1. A Descartes-pont: $(x, y, z) = (10, 1, 6)$.
2. A homogén koordinátás alak általánosan: $(w \cdot x, w \cdot y, w \cdot z, w)$. Behelyettesítve: $(10w, 1w, 6w, w)$.
3. A koordináták összegére felírt egyenlet:
$$10w + 1w + 6w + w = 18$$
4. Összevonjuk a tagokat: $18w = 18$
5. Megoldjuk w-re: $w = 1$
6. Visszahelyettesítjük w értékét a homogén alakba:
$$(1 \cdot 10, 1 \cdot 1, 1 \cdot 6, 1) = (10, 1, 6, 1)$$

Eredmény: A keresett homogén koordinátás pont a **(10, 1, 6, 1)**.

1.2. 2. Feladat

Adott: a(z) (-2, 5, 3) Descartes-pont. A homogén koordináták összege legyen 14. **Megoldás:**

1. A Descartes-pont: $(x, y, z) = (-2, 5, 3)$.
2. A homogén koordinátás alak: $(-2w, 5w, 3w, w)$.
3. Az egyenlet az összegre: $-2w + 5w + 3w + w = 14$
4. Összevonás: $7w = 14$
5. Megoldás w-re: $w = 2$
6. Visszahelyettesítés: $(2 \cdot (-2), 2 \cdot 5, 2 \cdot 3, 2) = (-4, 10, 6, 2)$

Eredmény: A keresett homogén koordinátás pont a **(-4, 10, 6, 2)**.

2. Scaling Transform

Rövid leírás

A feladat egy síkbeli skálázás transzformációs mátrixának felírása. A skálázás nem az origó, hanem egy tetszőleges $P(p_x, p_y)$ pont körül történik. A művelet három lépésből áll: 1. Eltolás, hogy a P pont az origóba kerüljön ($T(-P)$). 2. Origó körüli skálázás ($S(s)$). 3. Visszatolás az eredeti helyére ($T(P)$). A teljes transzformációs mátrix e három mátrix szorzata: $M = T(P) \cdot S(s) \cdot T(-P)$.

2.1. 1. Feladat

Adott: Középpont $P(8, 3)$, skálázási faktor $s = 10$. **Megoldás:**

1. Az általános formula $p_x(1-s)$ és $p_y(1-s)$ eltolási komponensekkel:

$$M = \begin{pmatrix} s & 0 & p_x(1-s) \\ 0 & s & p_y(1-s) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Behelyettesítjük az értékeket: $s = 10$, $p_x = 8$, $p_y = 3$.
   - $p_x(1-s) = 8 \cdot (1-10) = 8 \cdot (-9) = -72$
   - $p_y(1-s) = 3 \cdot (1-10) = 3 \cdot (-9) = -27$

3. A végső mátrix:

$$M = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -72 \\ 0 & 10 & -27 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: A transzformációs mátrix: $M = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -72 \\ 0 & 10 & -27 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2.2. 2. Feladat

Adott: Középpont $P(10, -10)$, skálázási faktor $s = 10$. **Megoldás:**

1. Használjuk az általános formulát.

2. Adatok: $s = 10$, $p_x = 10$, $p_y = -10$.
   - $p_x(1-s) = 10 \cdot (1-10) = 10 \cdot (-9) = -90$
   - $p_y(1-s) = -10 \cdot (1-10) = -10 \cdot (-9) = 90$

3. A végső mátrix:

$$M = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -90 \\ 0 & 10 & 90 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: A transzformációs mátrix: $M = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -90 \\ 0 & 10 & 90 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Line By Points

Rövid leírás

A projektív síkon két pont $P_1 = (x_1, y_1, 1)$ és $P_2 = (x_2, y_2, 1)$ homogén koordinátákkal megadva egyértelműen meghatároz egy egyenest $l = (a, b, c)$. Az egyenes koordinátái, melyek az $ax + by + c = 0$ egyenlet együtthatói, a két pontvektor vektoriális szorzatával kaphatók meg: $l = P_1 \times P_2$.

3.1. 1. Feladat

Adott: Pontok: $P_1(7, 10)$ és $P_2(-3, -3)$. **Megoldás:**

1. A pontok homogén alakja: $P_{1h} = (7, 10, 1)$, $P_{2h} = (-3, -3, 1)$.
2. Kiszámítjuk a vektoriális szorzatot:

$$l = P_{1h} \times P_{2h} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 7 & 10 & 1 \\ -3 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$l = \mathbf{i}(10 \cdot 1 - 1 \cdot (-3)) - \mathbf{j}(7 \cdot 1 - 1 \cdot (-3)) + \mathbf{k}(7 \cdot (-3) - 10 \cdot (-3))$$
$$l = \mathbf{i}(13) - \mathbf{j}(10) + \mathbf{k}(9) = (13, -10, 9)$$

Eredmény: Az egyenes homogén koordinátákkal **(13, -10, 9)**.

3.2. 2. Feladat

Adott: Pontok: $P_1(10, -1)$ és $P_2(-4, -7)$. **Megoldás:**

1. Homogén koordináták: $P_{1h} = (10, -1, 1)$, $P_{2h} = (-4, -7, 1)$.
2. Vektoriális szorzat:

$$l = P_{1h} \times P_{2h} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 10 & -1 & 1 \\ -4 & -7 & 1 \end{vmatrix}$$

$$l = \mathbf{i}(-1 \cdot 1 - 1 \cdot (-7)) - \mathbf{j}(10 \cdot 1 - 1 \cdot (-4)) + \mathbf{k}(10 \cdot (-7) - (-1) \cdot (-4))$$
$$l = \mathbf{i}(6) - \mathbf{j}(14) + \mathbf{k}(-74) = (6, -14, -74)$$

Eredmény: Az egyenes homogén koordinátákkal **(6, -14, -74)**.

4. Point By Lines

Rövid leírás

A projektív sík dualitásának elve szerint két különböző egyenes, $l_1 = (a_1, b_1, c_1)$ és $l_2 = (a_2, b_2, c_2)$, metszéspontjának $P = (x, y, w)$ homogén koordinátái a két egyenesvektor vektoriális szorzatával kaphatók meg: $P = l_1 \times l_2$. A Descartes-koordinátákat a w-vel való osztással kapjuk: $(x/w, y/w)$.

4.1. 1. Feladat

Adott: Egyenesek: $l_1(4, -9, 3)$ és $l_2(-3, -4, 3)$. **Megoldás:**

1. A metszéspontot a vektoriális szorzattal számoljuk:

$$P = l_1 \times l_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & -9 & 3 \\ -3 & -4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$P = \mathbf{i}(-9 \cdot 3 - 3 \cdot (-4)) - \mathbf{j}(4 \cdot 3 - 3 \cdot (-3)) + \mathbf{k}(4 \cdot (-4) - (-9) \cdot (-3))$$

$$P = \mathbf{i}(-15) - \mathbf{j}(21) + \mathbf{k}(-43) = (-15, -21, -43)$$

Eredmény: A metszéspont homogén koordinátákkal **(-15, -21, -43)**.

4.2. 2. Feladat

Adott: Egyenesek: $l_1(-1, 3, 2)$ és $l_2(-10, 6, 5)$. **Megoldás:**

1. Vektoriális szorzat:

$$P = l_1 \times l_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -1 & 3 & 2 \\ -10 & 6 & 5 \end{vmatrix}$$

$$P = \mathbf{i}(3 \cdot 5 - 2 \cdot 6) - \mathbf{j}(-1 \cdot 5 - 2 \cdot (-10)) + \mathbf{k}(-1 \cdot 6 - 3 \cdot (-10))$$

$$P = \mathbf{i}(3) - \mathbf{j}(15) + \mathbf{k}(24) = (3, -15, 24)$$

Eredmény: A metszéspont homogén koordinátákkal **(3, -15, 24)**.

5. Rotation Transform

Rövid leírás

A feladat egy összetett síkbeli transzformáció mátrixának felírása, amely egy eltolásból ($T(v)$) és egy azt követő origó körüli forgatásból ($R(\alpha)$) áll. A transzformációkat jobbról balra alkalmazzuk, tehát a teljes mátrix $M = R(\alpha) \cdot T(v)$.

5.1. 1. Feladat

Adott: Eltolás $v = (2, 10)$ vektorral, forgatás $\alpha = 30°$. **Megoldás:**

1. Mátrixok: $T(v) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $R(30°) = \begin{pmatrix} \cos 30° & -\sin 30° & 0 \\ \sin 30° & \cos 30° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Szorzat: $M = R(30°) \cdot T(v)$.

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & \sqrt{3}-5 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1+5\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: $M = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & \sqrt{3}-5 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1+5\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5.2. 2. Feladat

Adott: Eltolás $v = (5, -1)$ vektorral, forgatás $\alpha = 90°$. **Megoldás:**

1. Mátrixok: $T(v) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $R(90°) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Szorzat: $M = R(90°) \cdot T(v)$.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: $M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Rotation Inverse Transform

Rövid leírás

A feladat egy $M = R(\alpha) \cdot T(v)$ transzformáció inverzének meghatározása. Egy szorzat inverze a tényezők inverzének fordított sorrendű szorzata: $M^{-1} = (T(v))^{-1} \cdot (R(\alpha))^{-1}$. Az inverzek: $(T(v))^{-1} = T(-v)$ és $(R(\alpha))^{-1} = R(-\alpha)$. Tehát a keresett mátrix: $M^{-1} = T(-v) \cdot R(-\alpha)$.

6.1. 1. Feladat

Adott: Eltolás $v = (9, -2)$, forgatás $\alpha = 60°$. **Megoldás:**

1. Inverz mátrixok: $T(-v) = T(-9, 2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $R(-60°) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Szorzat: $M^{-1} = T(-v) \cdot R(-60°)$.

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & -9 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: $M^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & -9 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6.2. 2. Feladat

Adott: Eltolás $v = (9, -10)$, forgatás $\alpha = 120°$. **Megoldás:**

1. Inverz mátrixok: $T(-v) = T(-9, 10) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -9 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $R(-120°) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Szorzat: $M^{-1} = T(-v) \cdot R(-120°)$.

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -9 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & -9 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: $M^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & -9 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Mirror Transform

Rövid leírás

A feladat egy 3D-s ponttükrözés transzformációs mátrixának felírása. A mátrix 4x4-es, homogén koordinátákkal dolgozik.

- **Eltolt sík (pl. $z = c$):** Egy $P(x, y, z)$ pontból $P'(x, y, 2c - z)$ lesz.
- **Origón átmenő sík (pl. $ax + by = 0$):** A tükrözés a sík normálvektorával (n) számolható: $M_{3x3} = I - \frac{2}{n \cdot n} nn^T$.

7.1. 1. Feladat

Adott: Tükrözés a $z = -14$ síkra. **Megoldás:**

1. Egy (x, y, z) pont képe a $z = c$ síkra való tükrözés után $(x, y, 2c - z)$.
2. Itt $c = -14$. Tehát $(x', y', z') = (x, y, 2(-14) - z) = (x, y, -28 - z)$.
3. Ezt a transzformációt felírva homogén mátrixként $(x', y', z', 1)^T = M \cdot (x, y, z, 1)^T$:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -28 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -28 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

7.2. 2. Feladat

Adott: Tükrözés az $x = -y$ (azaz $x + y = 0$) síkra. **Megoldás:**

1. A sík normálvektora $n = (1, 1, 0)$.
2. $n \cdot n = 1^2 + 1^2 + 0^2 = 2$.
3. $nn^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
4. A 3x3-as mátrix: $M_{3x3} = I - \frac{2}{2} nn^T = I - nn^T$.

$$M_{3x3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. A 4x4-es homogén mátrix:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: $M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

8. Projection Transform

Rövid leírás

A feladat egy 3D-s pont merőleges vetítésének mátrixát felírni egy adott síkra.

- **Eltolt sík (pl. $z = c$):** A pontot a síkra vetítjük, $(x, y, z) \to (x, y, c)$.
- **Origón átmenő sík (pl. $ax + by = 0$):** A vetítés mátrixa: $M_{3x3} = I - \frac{1}{n \cdot n} nn^T$.

8.1. 1. Feladat

Adott: Vetítés az $x = -z$ (azaz $x + z = 0$) síkra. **Megoldás:**

1. A sík normálvektora $n = (1, 0, 1)$, $n \cdot n = 2$.
2. $nn^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
3. $M_{3x3} = I - \frac{1}{2} nn^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$.
4. Homogén mátrix:
$$M = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: $M = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8.2. 2. Feladat

Adott: Vetítés a $z = 10$ síkra. **Megoldás:**

1. A vetítés egy (x, y, z) pontot a $(x, y, 10)$ pontba képez le.
2. A homogén transzformáció $(x, y, z, 1) \to (x, y, 10, 1)$, azaz $(1x, 1y, 0z + 10 \cdot 1, 1)$.
3. A mátrix ebből leolvasható:
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Rgb To Cmy

Rövid leírás

Az RGB (Red, Green, Blue) és CMY (Cyan, Magenta, Yellow) színmodellek közti átváltás (ha a komponensek [0,1] tartományban vannak) a következő: $C = 1 - R$, $M = 1 - G$, $Y = 1 - B$.

9.1. 1. Feladat

Adott: RGB szín (0.92, 0.33, 0.75). **Megoldás:**

$$C = 1 - 0.92 = 0.08$$

$$M = 1 - 0.33 = 0.67$$

$$Y = 1 - 0.75 = 0.25$$

Eredmény: A CMY színkomponensek: **(0.08, 0.67, 0.25)**.

9.2. 2. Feladat

Adott: RGB szín (0.93, 0.12, 0.28). **Megoldás:**

$$C = 1 - 0.93 = 0.07$$

$$M = 1 - 0.12 = 0.88$$

$$Y = 1 - 0.28 = 0.72$$

Eredmény: A CMY színkomponensek: **(0.07, 0.88, 0.72)**.

10. Cmy To Rgb

Rövid leírás

Az előző feladat inverze. A formulák: $R = 1 - C$, $G = 1 - M$, $B = 1 - Y$.

10.1. 1. Feladat

Adott: CMY szín (0.45, 0.93, 0.81). **Megoldás:**

$$R = 1 - 0.45 = 0.55$$

$$G = 1 - 0.93 = 0.07$$

$$B = 1 - 0.81 = 0.19$$

Eredmény: Az RGB színkomponensek: **(0.55, 0.07, 0.19)**.

10.2. 2. Feladat

Adott: CMY szín (0.22, 0.78, 0.23). **Megoldás:**

$$R = 1 - 0.22 = 0.78$$

$$G = 1 - 0.78 = 0.22$$

$$B = 1 - 0.23 = 0.77$$

Eredmény: Az RGB színkomponensek: **(0.78, 0.22, 0.77)**.

11. Rgb To Hsv

Rövid leírás

Átváltás RGB-ről HSV-re (Hue, Saturation, Value). A feladat csak a telítettséget (S) és a világosságot (V) kéri. A HSL/HSI modellek képletei eltérőek.

- **HSV**: $V = \max(R, G, B)$, $S = \frac{\max - \min}{\max}$ (ha $\max \neq 0$).
- **HSL**: $L = \frac{\max + \min}{2}$, $S = \frac{\max - \min}{1 - |2L-1|}$ (ha $L \neq 0, 1$).

11.1. 1. Feladat (HSV)

Adott: RGB=(0.58, 0.26, 0.40), cél: HSV. **Megoldás:**

1. $C_{max} = 0.58$, $C_{min} = 0.26$.
2. Világosság (Value, V): $V = C_{max} = 0.58$.
3. Telítettség (Saturation, S): $S = \frac{0.58 - 0.26}{0.58} = \frac{0.32}{0.58} \approx 0.5517$.

Eredmény: Telítettség (S) ≈ 0.55, Világosság (V) = **0.58**.

11.2. 2. Feladat (HSV)

Adott: RGB=(0.67, 0.5, 0.37), cél: HSV. **Megoldás:**

1. $C_{max} = 0.67$, $C_{min} = 0.37$.
2. Világosság (V): $V = 0.67$.
3. Telítettség (S): $S = \frac{0.67 - 0.37}{0.67} = \frac{0.30}{0.67} \approx 0.4477$.

Eredmény: Telítettség (S) ≈ 0.45, Világosság (V) = **0.67**.

12. View Mapping

Rövid leírás

A feladat a "világkoordináták" és a "képernyőkoordináták" közötti átszámítási függvény felírása. Adott egy világ ablak $[x_{min}, x_{max}) \times [y_{min}, y_{max})$ és egy képernyő felbontása $W \times H$ pixel. A feladat a képernyő (i, j) pontjához rendel világ (x, y) pontot. A lineáris leképezés: $x(i) = x_{min} + \frac{i}{W} \cdot (x_{max} - x_{min})$ és $y(j) = y_{min} + \frac{j}{H} \cdot (y_{max} - y_{min})$.

12.1. 1. Feladat

Adott: Világ ablak $[-2, 2) \times [-3, 3)$. Képernyő 800×600. **Megoldás:**

1. $x_{min} = -2, \Delta x = 4$. $y_{min} = -3, \Delta y = 6$. $W = 800, H = 600$.
2. $x(i) = -2 + \frac{i}{800} \cdot 4 = -2 + \frac{i}{200}$.
3. $y(j) = -3 + \frac{j}{600} \cdot 6 = -3 + \frac{j}{100}$.

Eredmény: A leképező függvény: $f(i, j) = (-2 + \frac{i}{200}, -3 + \frac{j}{100})$.

12.2. 2. Feladat

Adott: Világ ablak $[-1, 1) \times [-1, 1)$. Képernyő 1024×768. **Megoldás:**

1. $x_{min} = -1, \Delta x = 2$. $y_{min} = -1, \Delta y = 2$. $W = 1024, H = 768$.
2. $x(i) = -1 + \frac{i}{1024} \cdot 2 = -1 + \frac{i}{512}$.
3. $y(j) = -1 + \frac{j}{768} \cdot 2 = -1 + \frac{j}{384}$.

Eredmény: A leképező függvény: $f(i, j) = (-1 + \frac{i}{512}, -1 + \frac{j}{384})$.

13. Circle Line Area

Rövid leírás

Egy r sugarú körvonalat w szélességű vonallal rajzolva egy körgyűrűt kapunk. A külső sugara $R = r + w/2$, a belső $R_{in} = r - w/2$. A területe: $A = \pi(R^2 - R_{in}^2) = \pi(R - R_{in})(R + R_{in}) = \pi \cdot w \cdot (2r)$.

13.1. 1. Feladat

Adott: Sugár $r = 17$, vonalszélesség $w = 3$. **Megoldás:**

$$A = \pi \cdot w \cdot (2r) = \pi \cdot 3 \cdot (2 \cdot 17) = \pi \cdot 3 \cdot 34 = 102\pi$$

Eredmény: Az alakzat területe 102π.

13.2. 2. Feladat

Adott: Sugár $r = 5$, vonalszélesség $w = 3$. **Megoldás:**

$$A = \pi \cdot w \cdot (2r) = \pi \cdot 3 \cdot (2 \cdot 5) = \pi \cdot 3 \cdot 10 = 30\pi$$

Eredmény: Az alakzat területe 30π.

14. Orthogonal Projection

Rövid leírás

A feladat egy 3D-s ortogonális (merőleges) vetítés. A szempozíció csak a vetítési irányt határozza meg, a vetítési mátrixot nem (ellentétben a perspektivikus vetítéssel). A feladat szövege valószínűleg egy egyszerűsített vetítésre utal, ahol az adott síkra (pl. (x,y) síkra, ami $z = 0$) vetítünk. Ez esetben a vetített koordináta 0 lesz.

14.1. 1. Feladat

Adott: Vetítés az (x,y) síkra. Szempozíció: (2, -9, -8). **Megoldás:**

1. Az (x,y) síkra, azaz a $z = 0$ síkra vetítünk.

2. A transzformáció egy tetszőleges (x, y, z) pontot a $(x, y, 0)$ pontba képez.

3. A homogén mátrix:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eredmény: $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

14.2. 2. Feladat

Adott: Vetítés az (x,y) síkra. Szempozíció: (2, -4, 4). **Megoldás:** Ugyanaz, mint az előző feladatban. Az ortogonális vetítésnél a szempozíció nem befolyásolja a tengelypárhuzamos síkra vetítés mátrixát. A vetítési irány merőleges a síkra. **Eredmény:** $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

15. Projective To Origin

Rövid leírás

Perspektivikus leképzés, ahol a nézőpont az origóban van, a képsík pedig a $z = -d$ sík. Egy $P(x, y, z)$ pont képe $P'(x', y', -d)$, ahol a hasonló háromszögek elve alapján: $x' = \frac{-d \cdot x}{z}$ és $y' = \frac{-d \cdot y}{z}$.

15.1. 1. Feladat

Adott: Pont $P(11, 8, 42)$, képsík távolsága $d = 9$. **Megoldás:**

$$x' = \frac{-9 \cdot 11}{42} = \frac{-99}{42} = -\frac{33}{14} \approx -2.357$$

$$y' = \frac{-9 \cdot 8}{42} = \frac{-72}{42} = -\frac{12}{7} \approx -1.714$$

Eredmény: A pont a síkon a $(-\frac{33}{14}, -\frac{12}{7})$ koordinátára kerül.

15.2. 2. Feladat

Adott: Pont $P(11, 16, 38)$, képsík távolsága $d = 7$. **Megoldás:**

$$x' = \frac{-7 \cdot 11}{38} = -\frac{77}{38} \approx -2.026$$

$$y' = \frac{-7 \cdot 16}{38} = -\frac{112}{38} = -\frac{56}{19} \approx -2.947$$

Eredmény: A pont a síkon a $(-\frac{77}{38}, -\frac{56}{19})$ koordinátára kerül.

16. Depth Buffer

Rövid leírás

A mélységpuffer (z-buffer) a képernyő minden pixeléhez tárol egy mélységértéket. A feladat a puffer által lefoglalt memória méretének kiszámítása: (szélesség) $\times$ (magasság) $\times$ (egy érték mérete bájtban). Egyszeres pontosság (float): 4 bájt, dupla pontosság (double): 8 bájt.

16.1. 1. Feladat

Adott: Felbontás 1024×1024, dupla pontosság. **Megoldás:**

$$\text{Méret} = 1024 \times 1024 \times 8 \text{ bájt} = 1,048,576 \times 8 = 8,388,608 \text{ bájt}$$

$$\frac{8,388,608}{1024} = 8,192 \text{ KB} = 8 \text{ MB}$$

Eredmény: A mélységpuffer **8 MB** helyet foglal.

16.2. 2. Feladat

Adott: Felbontás 1280×720, egyszeres pontosság. **Megoldás:**

$$\text{Méret} = 1280 \times 720 \times 4 \text{ bájt} = 921,600 \times 4 = 3,686,400 \text{ bájt}$$

$$\frac{3,686,400}{1024} = 3,600 \text{ KB} \approx 3.52 \text{ MB}$$

Eredmény: A mélységpuffer **3.52 MB** helyet foglal.

17. Gourand

Rövid leírás

Gouraud-árnyalás: egy háromszög belső pontjainak színét a csúcspontok színeinek lineáris interpolációjával határozzuk meg. A P pont színe: $\text{Szín}(P) = (1 - s - t) \cdot \text{Szín}(c_1) + s \cdot \text{Szín}(c_2) + t \cdot \text{Szín}(c_3)$.

17.1. 1. Feladat

Adott: c_1=(0.9, 0.2, 0.8), c_2=(0.4, 0.2, 0.2), c_3=(0.2, 0.4, 0.3). Pont: $s = 0.1, t = 0.5$.
Megoldás:

1. Az első csúcs súlya: $1 - s - t = 1 - 0.1 - 0.5 = 0.4$.
2. R: $0.4 \cdot 0.9 + 0.1 \cdot 0.4 + 0.5 \cdot 0.2 = 0.36 + 0.04 + 0.10 = 0.50$.
3. G: $0.4 \cdot 0.2 + 0.1 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.4 = 0.08 + 0.02 + 0.20 = 0.30$.
4. B: $0.4 \cdot 0.8 + 0.1 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.3 = 0.32 + 0.02 + 0.15 = 0.49$.

Eredmény: A pont színe **(0.5, 0.3, 0.49)**.

17.2. 2. Feladat

Adott: c_1=(0.1, 0.5, 0.1), c_2=(0.5, 0.6, 0.4), c_3=(0, 0.6, 0.9). Pont: $s = 0.6, t = 0.9$.
Megoldás:

1. Első súly: $1 - s - t = 1 - 0.6 - 0.9 = -0.5$.
2. R: $-0.5 \cdot 0.1 + 0.6 \cdot 0.5 + 0.9 \cdot 0 = -0.05 + 0.30 + 0 = 0.25$.
3. G: $-0.5 \cdot 0.5 + 0.6 \cdot 0.6 + 0.9 \cdot 0.6 = -0.25 + 0.36 + 0.54 = 0.65$.
4. B: $-0.5 \cdot 0.1 + 0.6 \cdot 0.4 + 0.9 \cdot 0.9 = -0.05 + 0.24 + 0.81 = 1.0$.

Eredmény: A pont színe **(0.25, 0.65, 1.0)**.

18. Phong

Rövid leírás

Phong-árnyalás esetén nem a színeket, hanem a csúcspontokhoz tartozó normálvektorokat interpoláljuk. A feladat a normálvektor kiszámítása a pontban: $n_p = (1 - s - t)n_1 + s \cdot n_2 + t \cdot n_3$. A kapott n_p vektort általában normalizálni kell, de a feladat ezt nem mindig kéri.

18.1. 1. Feladat

Adott: n_1=(4,-1,-4), n_2=(-10,2,7), n_3=(7,5,-7). Pont: $s = 0.2, t = 0.9$. **Megoldás:**

1. Első súly: $1 - s - t = 1 - 0.2 - 0.9 = -0.1$.
2. x: $-0.1 \cdot 4 + 0.2 \cdot (-10) + 0.9 \cdot 7 = -0.4 - 2 + 6.3 = 3.9$.
3. y: $-0.1 \cdot (-1) + 0.2 \cdot 2 + 0.9 \cdot 5 = 0.1 + 0.4 + 4.5 = 5.0$.
4. z: $-0.1 \cdot (-4) + 0.2 \cdot 7 + 0.9 \cdot (-7) = 0.4 + 1.4 - 6.3 = -4.5$.

Eredmény: A normálvektor **(3.9, 5.0, -4.5)**.

18.2. 2. Feladat

Adott: n_1=(10,3,3), n_2=(-10,5,-5), n_3=(7,4,-3). Pont: $s = 0.2, t = 0.1$. **Megoldás:**

1. Első súly: $1 - s - t = 1 - 0.2 - 0.1 = 0.7$.
2. x: $0.7 \cdot 10 + 0.2 \cdot (-10) + 0.1 \cdot 7 = 7 - 2 + 0.7 = 5.7$.
3. y: $0.7 \cdot 3 + 0.2 \cdot 5 + 0.1 \cdot 4 = 2.1 + 1 + 0.4 = 3.5$.
4. z: $0.7 \cdot 3 + 0.2 \cdot (-5) + 0.1 \cdot (-3) = 2.1 - 1 - 0.3 = 0.8$.

Eredmény: A normálvektor **(5.7, 3.5, 0.8)**.

19. Ambient

Rövid leírás

Az ambient (környezeti) fény a legegyszerűbb megvilágítási modell. A felület által visszavert ambient fény színe a bejövő ambient fény színének (I_a) és a felület ambient reflexiós együtthatójának (k_a) komponensenkénti szorzata: $Color = I_a \odot k_a$.

19.1. 1. Feladat

Adott: Fény "teljesen kék", $I_a = (0, 0, 1)$. Anyag: $k_a = (0.1, 0.3, 0.5)$. **Megoldás:**

$$Color = (0 \cdot 0.1, 0 \cdot 0.3, 1 \cdot 0.5) = (0, 0, 0.5)$$

Eredmény: A visszaverődő fény színe **(0, 0, 0.5)**.

19.2. 2. Feladat

Adott: Fény "teljesen ciánkék", $I_a = (0, 1, 1)$. Anyag: $k_a = (0.1, 0.1, 0)$. **Megoldás:**

$$Color = (0 \cdot 0.1, 1 \cdot 0.1, 1 \cdot 0) = (0, 0.1, 0)$$

Eredmény: A visszaverődő fény színe **(0, 0.1, 0)**, ami sötétzöld.

20. Diffuse

Rövid leírás

A diffúz (szórt) reflexió a Lambert-féle koszinusz-törvényen alapul. A visszavert fény színe: $Color = I_d \odot k_d \cdot \max(0, N \cdot L)$, ahol I_d a szórt fény színe, k_d az anyag diffúz együtthatója, N a felületi normálvektor, L a fényforrás iránya. Az $N \cdot L$ a két (egységvektor) közti szög koszinusza.

20.1. 1. Feladat

Adott: Fény "piros", $I_d = (1, 0, 0)$. Anyag: $k_d = (0.9, 0.4, 0.5)$. Szög: 60°. **Megoldás:**

1. $\cos(60°) = 0.5$.
2. $Color = (1, 0, 0) \odot (0.9, 0.4, 0.5) \cdot 0.5 = (0.9, 0, 0) \cdot 0.5 = (0.45, 0, 0)$.

Eredmény: A visszaverődő szórt fény **(0.45, 0, 0)**.

20.2. 2. Feladat

Adott: Fény "magenta", $I_d = (1, 0, 1)$. Anyag: $k_d = (0.1, 0.8, 0.3)$. Szög: 30°. **Megoldás:**

1. $\cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.866$.
2. $Color = (1, 0, 1) \odot (0.1, 0.8, 0.3) \cdot 0.866 = (0.1, 0, 0.3) \cdot 0.866 \approx (0.087, 0, 0.26)$.

Eredmény: A visszaverődő szórt fény kb. **(0.087, 0, 0.26)**.

21. Attenuation

Rövid leírás

A fény intenzitása a távolsággal csökken. Ezt a csengési (attenuation) faktort a következő formulával számoljuk: $f_{att} = \frac{1}{c_0+c_1d+c_2d^2}$, ahol d a távolság, c_0, c_1, c_2 pedig a csengési állandók.

21.1. 1. Feladat

Adott: Távolság $d = 18$. Állandók: $c_0 = 0.1, c_1 = 0.9, c_2 = 0.9$. **Megoldás:**

$$f_{att} = \frac{1}{0.1 + 0.9 \cdot 18 + 0.9 \cdot 18^2} = \frac{1}{0.1 + 16.2 + 0.9 \cdot 324} = \frac{1}{16.3 + 291.6} = \frac{1}{307.9} \approx 0.00325$$

Eredmény: A fény tompítása kb. **0.00325**.

21.2. 2. Feladat

Adott: Távolság $d = 7$. Állandók: $c_0 = 0.7, c_1 = 0.8, c_2 = 0$. **Megoldás:**

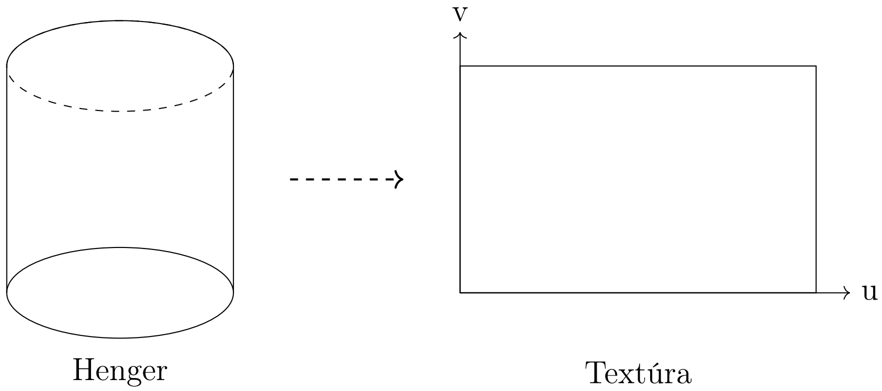
$$f_{att} = \frac{1}{0.7 + 0.8 \cdot 7 + 0 \cdot 7^2} = \frac{1}{0.7 + 5.6} = \frac{1}{6.3} \approx 0.1587$$

Eredmény: A fény tompítása kb. **0.1587**.

22. Cylinder Mapping

Rövid leírás

Hengerpalást egy pontját képezzük le egy 2D-s textúra (u, v) koordinátáira. A pontot a henger tengelye körüli szöggel (ϕ) és magassággal (h) adjuk meg. Egységmagasságú és egységsugarú henger esetén a leképezés: $u = \phi/360°$ és $v = h$. A leképezés a hengerpalást "kiterítése" egy téglalappá.



1. ábra. Hengerpalást leképezése textúrára.

22.1. 1. Feladat

Adott: Szög 152°, magasság 0.5. **Megoldás:**

$$u = \frac{152}{360} \approx 0.422$$

$$v = 0.5$$

Eredmény: A textúrakoordináták **(u, v)** ≈ **(0.422, 0.5)**.

22.2. 2. Feladat

Adott: Szög 45°, magasság 0.1. **Megoldás:**

$$u = \frac{45}{360} = \frac{1}{8} = 0.125$$

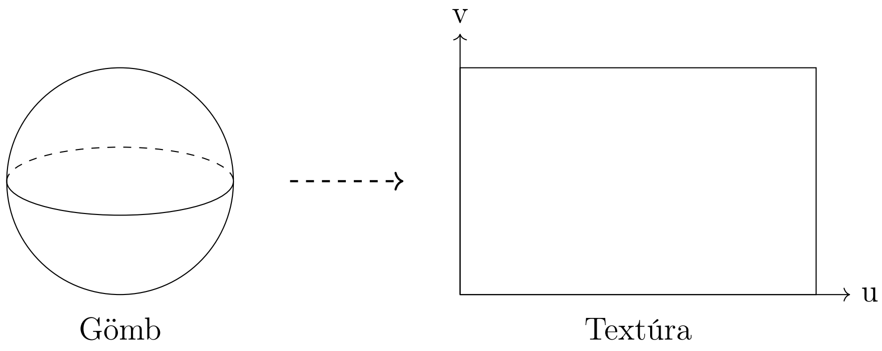
$$v = 0.1$$

Eredmény: A textúrakoordináták **(u, v)** = **(0.125, 0.1)**.

23. Sphere Mapping

Rövid leírás

Gömbfelület egy pontját képezzük le egy 2D-s textúra (u, v) koordinátáira. A pontot gömbi koordinátákkal (hosszúság ϕ, szélesség ϑ) adjuk meg. Az általános (equirectangular) leképezés: $u = \phi/360°$ és $v = (\vartheta + 90°)/180°$ (ha $\vartheta \in [-90, 90]$) vagy $v = \vartheta/180°$ (ha $\vartheta \in [0, 180]$). A feladat szövege alapján a $[0, 180]$ tartomány valószínű.



2. ábra. Gömbfelület leképezése textúrára.

23.1. 1. Feladat

Adott: Hosszúság $\phi = 125°$, szélesség $\vartheta = 70°$. **Megoldás:**

$$u = \frac{125}{360} \approx 0.347$$

$$v = \frac{70}{180} \approx 0.389$$

Eredmény: A textúrakoordináták $\mathbf{(u,\ v) \approx (0.347,\ 0.389)}$.

23.2. 2. Feladat

Adott: Hosszúság $\phi = 76°$, szélesség $\vartheta = 19°$. **Megoldás:**

$$u = \frac{76}{360} \approx 0.211$$

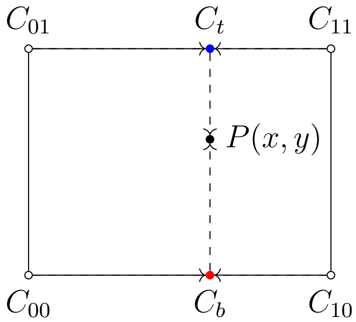
$$v = \frac{19}{180} \approx 0.106$$

Eredmény: A textúrakoordináták $\mathbf{(u,\ v) \approx (0.211,\ 0.106)}$.

24. Texture Sampling

Rövid leírás

Bilineáris interpolációval számítjuk ki egy pont színét egy textúrán. A pontot körülvevő 4 textúra-pixel (texel) színét használjuk. A pont relatív helyzete a 4 texel között határozza meg a súlyokat. $P(x, y)$ pont esetén a súlyok: $\alpha = x - \lfloor x \rfloor$, $\beta = y - \lfloor y \rfloor$. A színeket komponensenként interpoláljuk.



3. ábra. Bilineáris interpoláció sémája.

24.1. 1. Feladat

Adott: Pont $(5.5, 4.9)$. Texelek: (5,4) piros (1,0,0), (6,4) kék (0,0,1), (5,5) cián (0,1,1), (6,5) fehér (1,1,1). **Megoldás:**

1. Súlyok: $\alpha = 5.5 - 5 = 0.5$, $\beta = 4.9 - 4 = 0.9$.
2. Alsó sor interpolációja (C_{bottom}): $0.5 \cdot (1, 0, 0) + 0.5 \cdot (0, 0, 1) = (0.5, 0, 0.5)$.
3. Felső sor interpolációja (C_{top}): $0.5 \cdot (0, 1, 1) + 0.5 \cdot (1, 1, 1) = (0.5, 1, 1)$.
4. Végső függőleges interpoláció: $(1-0.9)C_{bottom} + 0.9C_{top} = 0.1(0.5, 0, 0.5) + 0.9(0.5, 1, 1) = (0.05, 0, 0.05) + (0.45, 0.9, 0.9) = (0.5, 0.9, 0.95)$.

Eredmény: A pont színe **(0.5, 0.9, 0.95)**.

24.2. 2. Feladat

Adott: Pont $(7.8, 5.3)$. Texelek: (7,5) magenta (1,0,1), (8,5) zöld (0,1,0), (7,6) fehér (1,1,1), (8,6) fekete (0,0,0). **Megoldás:**

1. Súlyok: $\alpha = 7.8 - 7 = 0.8$, $\beta = 5.3 - 5 = 0.3$.
2. C_{bottom}: $0.2 \cdot (1, 0, 1) + 0.8 \cdot (0, 1, 0) = (0.2, 0.8, 0.2)$.
3. C_{top}: $0.2 \cdot (1, 1, 1) + 0.8 \cdot (0, 0, 0) = (0.2, 0.2, 0.2)$.
4. Végső szín: $0.7C_{bottom} + 0.3C_{top} = 0.7(0.2, 0.8, 0.2) + 0.3(0.2, 0.2, 0.2) = (0.14, 0.56, 0.14) + (0.06, 0.06, 0.06) = (0.2, 0.62, 0.2)$.

Eredmény: A pont színe **(0.2, 0.62, 0.2)**.

25. Animate Position

Rövid leírás

Lineáris interpoláció (lerp) pozíciók között az idő függvényében. Egy t időponthoz tartozó x értéket keresünk, ami a t_i és t_{i+1} időpontok között van. Interpolációs arány: $\alpha = \frac{t-t_i}{t_{i+1}-t_i}$. Interpolált pozíció: $x = (1-\alpha) \cdot x_i + \alpha \cdot x_{i+1}$.

25.1. 1. Feladat

Adott: $x_1 = 35$ (t=2s), $x_2 = -56$ (t=3s), $x_3 = -82$ (t=7s). Keresett pozíció $t = 4.94$s-nál. **Megoldás:**

1. A $t = 4.94$s a $t_2 = 3$s és $t_3 = 7$s közé esik ($x_i = -56, x_{i+1} = -82$).
2. $\alpha = \frac{4.94-3}{7-3} = \frac{1.94}{4} = 0.485$.
3. $x = (1-0.485)\cdot(-56)+0.485\cdot(-82) = 0.515\cdot(-56)+0.485\cdot(-82) = -28.84-39.77 = -68.61$.

Eredmény: Az x értéke **-68.61**.

25.2. 2. Feladat

Adott: $x_1 = -83$ (t=5s), $x_2 = -55$ (t=15s), $x_3 = 32$ (t=22s). Keresett pozíció $t = 7.13$s-nál. **Megoldás:**

1. A $t = 7.13$s a $t_1 = 5$s és $t_2 = 15$s közé esik ($x_i = -83, x_{i+1} = -55$).
2. $\alpha = \frac{7.13-5}{15-5} = \frac{2.13}{10} = 0.213$.
3. $x = (1-0.213)\cdot(-83)+0.213\cdot(-55) = 0.787\cdot(-83)+0.213\cdot(-55) = -65.321 - 11.715 \approx -77.036$.

Eredmény: Az x értéke kb. **-77.04**.

26. Animate Angle

Rövid leírás

Szögek lineáris interpolációja. A szögek ciklikussága miatt a "legrövidebb utat" kell választani az interpolációhoz. Ha $\Delta\phi = \phi_{i+1} - \phi_i$, és $|\Delta\phi| > 180°$, akkor a rövidebb út $\Delta\phi \pm 360°$. Az interpolált szög: $\phi = \phi_i + \alpha \cdot \Delta\phi_{short}$.

26.1. 1. Feladat

Adott: $\phi_1 = 127°$ (t=10), $\phi_2 = 40°$ (t=19), $\phi_3 = -140°$ (t=23). ϕ at $t = 15.78$. **Megoldás:**

1. A $t = 15.78$s a $t_1 = 10$ és $t_2 = 19$ közé esik ($\phi_i = 127°, \phi_{i+1} = 40°$).
2. $\Delta\phi = 40 - 127 = -87°$. Mivel $|-87°| \leq 180°$, ez a rövidebb út.
3. $\alpha = \frac{15.78-10}{19-10} = \frac{5.78}{9} \approx 0.6422$.
4. $\phi = 127 + 0.6422 \cdot (-87) = 127 - 55.87 \approx 71.13°$.

Eredmény: A szög értéke kb. **71.13**°.

26.2. 2. Feladat

Adott: $\phi_1 = -13°$ (t=2), $\phi_2 = -58°$ (t=3), $\phi_3 = 14°$ (t=6). ϕ at $t = 4.68$. **Megoldás:**

1. A $t = 4.68$s a $t_2 = 3$ és $t_3 = 6$ közé esik ($\phi_i = -58°, \phi_{i+1} = 14°$).
2. $\Delta\phi = 14 - (-58) = 72°$. Mivel $|72°| \leq 180°$, ez a rövidebb út.
3. $\alpha = \frac{4.68-3}{6-3} = \frac{1.68}{3} = 0.56$.
4. $\phi = -58 + 0.56 \cdot 72 = -58 + 40.32 = -17.68°$.

Eredmény: A szög értéke **-17.68**°.