

Matematikai Intézet

Név:.....

Miskolc, 2019. 06. 05.

Neptun kód:.....

SZIGORLATI DOLGOZAT MATEMATIKÁBÓL

Járműmérnöki, logisztikai mérnöki, műszaki menedzser, ipari termék- és formatervező
alapszakos hallgatók részére
2018/19. tanév II. félév

1. a) Vizsgálja meg az

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

függvényt monotonitás és konvexitás szempontjából, adja meg továbbá (ha létezik/léteznek) az $f(x)$ szélsőérték pontja(i)nak, illetve inflexiós pontja(i)nak koordinátáit! (6p)

b) Az $y = \sqrt{x \cdot \ln x}$ görbe $1 \leq x \leq e$ ívét megforgatjuk az x tengely körül. Határozza meg a keletkező forgástest térfogatát! (4p)

2. Adottak az alábbi vektorok:

$$\bar{a} = \bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}; \bar{b} = (2t, -2, 0) \text{ és } \bar{c} = (2, -2, 1).$$

- a) Határozza meg a t valós paraméter értékét úgy, hogy a vektorok egy síkban legyenek! (3 pont)
- b) Határozza meg a t valós paraméter értékét úgy, hogy a vektorok bázist alkossanak! (3 pont)
- c) Írja fel a $\bar{v} = (1, 2, 0)$ vektort a $t = 0$ -ra kapott bázisban. A megoldáshoz Gauss módszert alkalmazzon! (6 pont)

3. Legyen adott az alábbi kétváltozós skalárértékű függvény:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 5$$

a) Határozza meg az $f(x, y)$ függvény $P_0(-2, 3)$ pontbeli $\vec{v} = (\log_2 16, -\sqrt{9})$ iránymenti deriváltját!(3p)

b) Számítsa ki az alábbi integrált:

$$\iint_T (x^2 + y^2 + 5) \, dx dy,$$

ahol T az origó középpontú 1 sugarú körlap! (4p)

4. a) Adja meg a

$$\cos^2 2x \cdot y' = e^y$$

differenciálegyenlet $y(\pi) = 0$ feltételt kielégítő megoldását! (4p)

b)

Oldja meg az alábbi differenciálegyenletet! (6p)

$$y'' - 6y' + 5y = 3x + e^x$$

5. Legyen adott a \mathbf{v} vektortér a következő módon:

$$\mathbf{v} = (3x^2 - y; 2x + z; 3y - z).$$

a) Határozza meg a \mathbf{v} vektortér divergenciáját és rotációját! (2p)

b) Határozza meg a $\int \mathbf{v} d\mathbf{r}$ görbementi integrált, ha a g görbe az $\mathbf{r}(t) = (2t, 3t + 1, -2)$ egyenes $0 \leq t \leq 1$ szakasza! (4p)

6. Határozza meg az R sugarú gömb térfogatát integrálszámítás segítségével! (5p)