

Matematikai Intézet

Név:.....

Miskolc, 2019. 05. 30.

Neptun kód:.....

SZIGORLATI DOLGOZAT MATEMATIKÁBÓL

Járműmérnöki, logisztikai mérnöki, műszaki menedzser, ipari termék- és formatervező
alapszakos hallgatók részére
2018/19. tanév II. félév

1. a) Vizsgálja meg az

$$f(x) = (4x + 2) \cdot e^x$$

függvényt monotonitás és konvexitás szempontjából, valamint adja meg (ha létezik/léteznek) az $f(x)$ szélsőérték pontja(i)nak koordinátáit! (6p)

b) Határozza meg az $f(x) = (4x + 2) \cdot e^x$ függvény grafikonja, az x tengely, az y tengely és az $x = 1$ egyenesek által határolt véges síkrész területét! (4p)

2. Bontsa fel lineáris gyöktényezők szorzatára az alábbi polinomot a valós számok halmaza felett! (6p)

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 8x + 5$$

3. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert. Ellenőrzés! (6p)

$$-2x + 2y - 4z = -27$$

$$2x - y + 6z = 13$$

$$x - y + 2z = 4$$

4. Legyen adott az alábbi kétváltozós skalárértékű függvény:

$$f(x, y) = x^2 + 6x + y^3 - 3y + 5$$

Vizsgálja meg, hogy az $f(x, y)$ függvénynek hol és milyen szélsőértéke van! (6p)

5. a) Adja meg a

$$\operatorname{ctg} 2x \cdot y' - 4y^2 = 1$$

differenciálegyenlet $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2$ feltételt kielégítő megoldását! (5p)

b)

Oldja meg az alábbi differenciálegyenletet! (6p)

$$y'' + 5y' + 6y = 3x^2 + 1$$

6. Legyen adott a \mathbf{v} vektortér a következő módon:

$$\mathbf{v} = \text{grad}\Phi,$$

ahol

$$\Phi(x, y, z) = xy^2 + 3z + e^{x+z}$$

a) Határozza meg a \mathbf{v} vektortér rotációját! (Válaszát indokolja!) (1p)

b) Határozza meg a $\int \mathbf{v} d\mathbf{r}$ görbementi integrált, ha a g görbe az $\mathbf{r}(t) = (\sin t, \cos t, 2t)$ csavarvonal $0 \leq t \leq \pi$ íve. (3p)

7. Határozza meg az alábbi integrál értékét:

$$\int \int \int_V (3x + 2) dx dy dz,$$

ahol $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$. (7p)