

Matematikai Intézet

Miskolc, 2018. 06. 13.

Név:.....

Neptun kód:.....

SZIGORLATI DOLGOZAT MATEMATIKÁBÓL

Járműmérnöki, logisztikai mérnöki, műszaki menedzser és ipari termék- és formatervező mérnöki alapszakos hallgatók részére
2017/18. tanév I. félév

1. Vizsgálja meg az

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

függvényt monotonitás és konvexitás szempontjából. Adja meg az $f(x)$ szélsőérték pontja(i)nak koordinátáit. Határozza meg a függvény inflexiós pontját és írja fel az inflexiós pontbeli érintőegyenest. (8p)

2. Számítsa ki az alábbi határértéket (ha létezik): (2p)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$$

3. Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán: (8p)

$$2z^3 - 5z^2 + 6z - 2 = 0$$

4. Számítsa ki az alábbi kifejezést: (3p)

$$\left(\frac{i}{1+i} \right)^2$$

5. a) Határozza meg annak a véges térrésznek a térfogatát, amelyet "felülről" a $z = \sqrt{8 - x^2 - y^2}$ felület, "alulról" a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ felület határol. (7p)

b) Számítsa ki a következő hármas integrált:

$$\iiint_V \frac{1}{(x + y + z + 1)^3} dx dy dz,$$

ahol $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1 - x; 0 \leq z \leq 1 - x - y\}$. (6p)

6. a) Határozza meg az alábbi differenciálegyenlet adott kezdeti feltételt kielégítő megoldását: (7p)

$$xy' + 3y = x^2 \quad y(1) = 4$$

b) Oldja meg az alábbi differenciálegyenletet: (3p)

$$4y'' + 4y' + 2y = 0$$

7. Legyen adott a

$$\mathbf{v} = (y + 2x; x + z + 3y^2, y)$$

vektortér.

a) Határozza meg a \mathbf{v} vektortér divergenciáját és rotációját. (3p)

b) Számítsa ki az $\int_C \mathbf{v} d\mathbf{r}$ görbementi integrált, ha a g görbe az $\mathbf{r}(t) = (2t + 1, 3, t)$ egyenes $1 \leq t \leq 3$ szakasza. (3p)