

Matematikai Intézet

Miskolc, 2018. 06. 05.

Név:.....

Neptun kód:.....

### SZIGORLATI DOLGOZAT MATEMATIKÁBÓL

Járműmérnöki, logisztikai mérnöki, műszaki menedzser, ipari termék- és formatervező  
alapszakos hallgatók részére  
2017/18. tanév II. félév

1. a) Vizsgálja meg az

$$f(x) = x \cdot \ln x$$

függvényt monotonitás és konvexitás szempontjából, valamint adja meg (ha létezik/léteznek)  
az  $f(x)$  szélsőérték pontja(i)nak koordinátáit! (6p)

b) Határozza meg az  $f(x) = x \cdot \ln x$  függvény grafikonja, az  $x$  tengely, az  $x = 2$  és  
az  $x = e$  egyenesek által határolt véges síkrész területét! (4p)

2. Számítsa ki az alábbi határértéket (ha létezik): (2p)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \ln x =$$

3. a) Tárgyalja az alábbi egyenletrendszer megoldhatóságát a  $t$  valós paraméter függvényében:

$$\begin{aligned}2x + y + z &= 2 \\x + y &= 0 \\3x - y + tz &= 2\end{aligned}$$

b) Számítsa ki az egyenletrendszer együtthatómátrixának inverzét ha  $t = 2$ . (Ellenőrizzen is!) (10p)

4. Legyen adott az alábbi kétváltozós skalárértékű függvény:

$$f(x, y) = x^3 + 3x^2 + y^2 - 2y + 1$$

Vizsgálja meg, hogy az  $f(x, y)$  függvénynek hol és milyen szélsőértéke van. (6p)

5. Oldja meg az alábbi differenciálegyenleteket: (4p+7p)

a)

$$\operatorname{tg}3x \cdot y' - 4y^2 = 1$$

b)

$$4y'' + 4y' + y = x^2$$

6. Legyen adott a  $\mathbf{v}$  vektortér a következő módon:

$$\mathbf{v} = \text{grad}\Phi,$$

ahol

$$\Phi(x, y, z) = xyz + e^{x-z}$$

Határozza meg a  $\int_g \mathbf{v} d\mathbf{r}$  görbementi integrált, ha a  $g$  görbe az  $\mathbf{r}(t) = (t, 4+t, 2t)$  egyenes  $0 \leq t \leq 1$  szakasza. (3p)

7. Határozza meg az alábbi integrál értékét:

$$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz,$$

ahol  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$ . (8p)