

Matematikai Intézet

Miskolc, 2018. 01. 25.

Név:.....

Neptun kód:.....

SZIGORLATI DOLGOZAT MATEMATIKÁBÓL

Járműmérnöki, logisztikai mérnöki, műszaki menedzser, ipari termék- és formatervező
alapszakos hallgatók részére
2017/18. tanév I. félév

1. Vizsgálja meg az

$$f(x) = 2x \cdot \ln x$$

függvényt monotonitás és konvexitás szempontjából. Adja meg (ha léteznek) az $f(x)$ szélsőérték pontja(i)nak és inflexiós pontja(i)nak koordinátáit. (6p)

2. Számítsa ki az alábbi határértékeket (ha léteznek): (3p)

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} (2x \cdot \ln x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x \cdot \ln x)$$

3. Oldja meg a

$$\begin{vmatrix} i & 0 & 2 \\ 1 & z & -1 \\ -\frac{1}{z} & -1 & z^2 \end{vmatrix} = 0$$

egyenletet ($z \in \mathbb{C}$) a komplex számok halmazán. (5p)

4. Határozza meg az $A(-1; 2; 4)$, $B(0; 3; 2)$ és $C(-1; 7; -2)$ csúcspontokkal rendelkező háromszög területét. Írja fel az ABC háromszög síkjának egyenletét. (5p)

5. Legyen adott az alábbi kétváltozós skalárértékű függvény:

$$f(x, y) = 2^{x+3} + 3x + y^2 + 5y$$

- a) Vizsgálja meg, hogy az $f(x, y)$ függvénynek hol és milyen szélsőértéke van. (3p)
b) Határozza meg az $f(x, y)$ függvény iránymenti deriváltját a $P_0(1, 0)$ helyen, a $\vec{v} = (\cos 150^\circ, \sin 150^\circ)$ irányban. (4p)

6. Számítsa ki az alábbi integrált:

$$\iiint_V (y + 1) \, dx dy dz,$$

ahol $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$. (6p)

7. Oldja meg az alábbi differenciálegyenleteket: (8p+3p)

a)

$$y' + \frac{y}{x} = \frac{\ln x}{x^2}$$

b)

$$4y'' + 4y' + y = 0$$

8. Adott az $f(x, y, z) = \sqrt[3]{x + 2y} + y^2z - \ln z$ háromváltozós valós függvény. Legyen a $\vec{v}(x, y, z)$ vektortér: $\vec{v}(x, y, z) = \text{grad}f$. Határozza meg az alábbiakat (7p):

a) $\text{div} \vec{v}$

b) $\text{rot} \vec{v}$

c) $\int_g \vec{v} d\mathbf{r}$ görbementi integrált, ha a g görbe az $\mathbf{r}(t) = (\cos 2t, \sin 2t, 3)$ $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ íve.