

ME, Matematikai Intézet

2019. 03. 06.

## Versenyzelőkészítő

### Geometriai szélsőérték feladatok

1. Bizonyítsa be, hogy egy  $\frac{1}{2}$  területű háromszög kerülete legalább 3 egység. (HGYOMV 2016.)
2. Igazolja, hogy az egységgömböt tartalmazó tetraéder valamelyik magassága legalább 4. (HGYOMV 1980.)
3. Határozza meg az adott kerületű háromszögek közül azt, amelynél a beírt kör sugara maximális! (HGYOMV 2012.)
4. Adott a derékszögű koordinátarendszerben az

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$$

egyenletű kör. Húzzunk a körhöz érintőket az első síknegyedben. Ezen érintők közül melyik az, amelyik a koordináta-tengelyekkel a legkisebb területű háromszöget határozza meg? Írja fel az érintő egyenes egyenletét! (KÖMAL 2016/7)

5. Egy négyoldalú szabályos gúlában forgáshengert helyezünk el úgy, hogy a henger tengelyének egyenesese egybeessen a gúla magasságának egyenesével. A gúla alapéle és magassága egyaránt 6 egység. Mekkora a hengerpalást felszínének maximuma?
6. legyen egy forgáskúp alapkörének sugara  $r$ , magassága pedig  $2r$ . Csökkentjük a magasságát  $x$ -szel és ugyanennyivel növeljük alapkörének sugarát. Milyen  $x$  értéknél lesz a keletkezett kúp és az eredeti kúp térfogatának aránya maximális? Mekkora ebben az esetben a két kúp közös részének a térfogata? (HGYOMV 2014.)
7. Egy háromszög egyik oldala egységnyi, a másik két oldal összege állandó. Jelölje  $t$  a háromszögbe,  $T$  pedig a háromszög köré írt kör területét. Határozza meg a  $t \cdot T$  szorzat legnagyobb értékét.