1) Közvetlen ráfordítások mátrixa : B

Teljes ráfordítások mátrixa : T

(Leontief-féle inverzmátrix)

[Ha a B adott : $T = (E-B)^{-1}$

Ha a T adott : $B = E - T^{-1}$]

$T^{-1} = (E-B)$

2) bruttó termelés vektora : q

nettó termelés vektora : r

(nettó kibocsátás)

[Ha r adott : $q = T \cdot r$

Ha q adott : $r = T^{-1} \cdot q = (E-B)q$

$= q - Bq$]

Bq : bruttó termeléshez felhasznált termékmennyiség

3) termékek egységára (árvektor) : p

termékegységre eső új érték vektora : m

(hozzáadott érték)

[Ha az m adott : $p^T = m^T \cdot T$

Ha a p adott : $m^T = p^T \cdot T^{-1} = p^T(E-B)$

$= p^T - p^T B$]

$p^T \cdot B$: egy-egy termékre eső összes ráfordítás pénzegységben kifejezve.

4) szektoronkénti új érték vektora: z
(bruttó termelésre eső új érték vektora)

$$\left[\; z^T = m^T \cdot Q \;,\; \text{ahol } Q = \langle q \rangle \;\right]$$

5) anyagköltségmátrix: D

$$\left[\; D = P \cdot B \;,\; \text{ahol } P = \langle p \rangle \;\right]$$

6) pénzegységre eső közvetlen ráfordítások mátrixa pénzegységben kifejezve: A

$$\left[\; A = D \cdot P^{-1} = P \cdot B \cdot P^{-1} \;\right]$$

7) Ágazati kapcsolatok mérlege (ÁKM)

természetes egységben

q	BQ	r
	z^T	

pénzegységben
(értékben)

Pq	PBQ	Pr
	z^T	

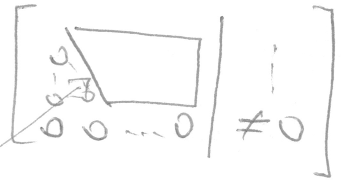
Lineáris egyenletrendszer:

$$Ax = b$$

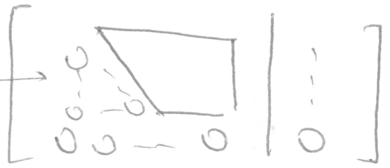
$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^{m}$

$x \in \mathbb{R}^{n}$

- pontosan egy megoldás van ha $n = m$ (A négyzetes) és $\det(A) \neq 0$
- Ha $\det(A) = 0$, akkor vagy nincs megoldás, vagy végtelen sok megoldás van
  - nincs megoldás ha



  - végtelen sok megoldás van ha



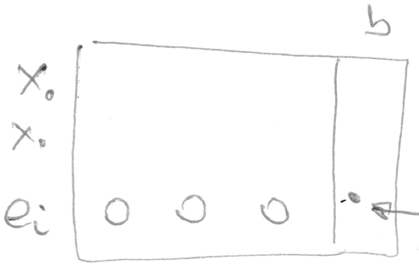
háromszög helyett trapéz alak

- Ha a változók száma (n) nagyobb mint az egyenletek száma (m), akkor nincs megoldás vagy végtelen sok van.

↑

próbálással tudjuk meghatározni.

pivotálással:

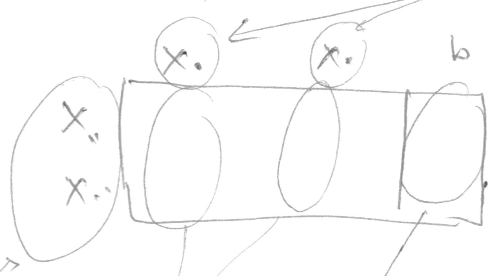


ha $=0$, akkor végtelen sok megoldás

ha $\neq 0$, akkor nincs megoldás

ha $n>m$, akkor:

nem bázis változó



bázis változó

Ha végtelen sok megoldás van akkor

↓

bázismegoldás:

az összes nem bázis változó értéke 0

a nem bázis változók oszlopainak (-1)-szerese

általános megoldás:

a nem bázis változók értéke tetszőleges.

bázis változók

nem bázis változók

$$\begin{bmatrix} x_\cdot \\ x_\cdot \\ \hline x_\cdot \\ x_\cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \vdots \\ \hline =0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \hline E \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

egységmátrix

a nem bázis változók száma

a bázismegoldások maximális száma

$$\binom{n}{\mathrm{rang}(A)}$$

a bázisváltozók száma

16. Példa: $Ax = b$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 7 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 80 \\ 60 \\ 140 \end{bmatrix}$$

Gauss-módszerrel:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 80 \\ 2 & 5 & 4 & 60 \\ 3 & 7 & 7 & 140 \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 80 \\ 0 & 1 & -2 & -100 \\ 0 & 1 & -2 & -100 \end{array}\right]$$

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 80 \\ 0 & 1 & -2 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \Rightarrow$$ végtelen sok megoldás van!

$$1x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 80$$
$$1x_2 - 2x_3 = -100$$

$\underline{\underline{x_3 = t}}$ ($t \in \mathbb{R}$ tetszőleges)

$$x_2 - 2t = -100$$
$$\underline{\underline{x_2 = -100 + 2t}}$$

$$x_1 + 2(-100 + 2t) + 3t = 80$$
$$x_1 - 200 + 7t = 80$$
$$\underline{\underline{x_1 = 280 - 7t}}$$

általános megoldás:

$$x_1 = 280 - 7t$$
$$x_2 = -100 + 2t$$
$$x_3 = t$$
$$= \begin{bmatrix} 280 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} t$$

bázismegoldás: (ha $t = 0$)

$$x_1 = 280$$
$$x_2 = -100$$
$$x_3 = 0$$

pivotálással:

	x_1	x_2	x_3	b
e_1	1	2	3	80
e_2	2	5	4	60
e_3	3	7	7	140

	e_1	x_2	x_3	b
x_1	1	2	3	80
e_2	−2	1	−2	−100
e_3	−3	1	−2	−100

	e_1	e_2	x_3	b
x_1	5	−2	7	280
x_2	−2	1	−2	−100
e_3	−1	−1	0	0

→ bázismegoldás:

$$\begin{bmatrix} x_1 = 280 \\ x_2 = -100 \\ x_3 = 0 \end{bmatrix}$$

bázisváltozók: x_1, x_2

nem bázisváltozók: x_3

→ $\operatorname{rang}(A) = 2$

$\Downarrow$

bázismegoldások max száma: $\binom{3}{2} = \underline{\underline{3\text{ db}}}$

elhagyható!

	e_1	e_2	x_3	b
x_1			7	280
x_2			−2	−100
~~e_3~~				

általános megoldás

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \hline x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 280 \\ -100 \\ \hline 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 \\ 2 \\ \hline 1 \end{bmatrix} \cdot t$$

$\cdot(-1)$

mindig 0

egységmátrix

$t \in \mathbb{R}$ tetszőleges

x_1 és x_3 legyen a bázisban:

$$\begin{array}{c|c|c} & x_3 & b \\ \hline x_1 & 7 & 280 \\ x_2 & -2 & -100 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c|c|c} & x_2 & \\ \hline x_1 & 7/2 & -70 \\ x_3 & -1/2 & 50 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -70 \\ x_3 = 50 \\ \hline x_2 = 0 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -70 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix}$$

általános megoldás

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ \hline x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -70 \\ 50 \\ \hline 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7/2 \\ 1/2 \\ \hline 1 \end{bmatrix} \cdot t$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -70 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{bmatrix} \cdot t$$

x_2 és x_3 legyen a bázisban

$$\begin{array}{c|c|c} & x_3 & b \\ \hline x_1 & 7 & 280 \\ x_2 & -2 & -100 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c|c|c} & x_1 & b \\ \hline x_3 & 1/7 & 40 \\ x_2 & 2/7 & -20 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x_3 = 40 \\ x_2 = -20 \\ x_1 = 0 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ -20 \\ 40 \end{bmatrix}$$