1. Oldja meg az $Ax=b$ egyenletrendszert Gauss módszerrel és adja meg az $A$ mátrix $LU$-felbontását, ahol

$$A=\begin{bmatrix}2 & 4 & 6\\ 6 & 13 & 8\\ 2 & 8 & -36\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}4\\ 13\\ 10\end{bmatrix}.$$

2. Oldja meg az $Ax=b$ egyenletrendszert és határozza meg az együtthatómátrix inverzét! A számításokat Gauss-Jordan módszerrel végezze!

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 5 & 6\\ 3 & 4 & 10\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}10\\ 22\\ 27\end{bmatrix}.$$

3. Oldja meg az $Ax=b$ egyenletrendszert Gauss-féle eliminációs módszerrel! Adja meg az együtthatómátrix LU-felbontását! Határozza meg az egyenletrendszer együtthatómátrixának a determinánsát!

$$A=\begin{bmatrix}2 & 6 & 4\\ 4 & 8 & 6\\ -2 & 2 & 6\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}20\\ 40\\ -140\end{bmatrix}.$$

4. Oldja meg az $Ax=b$ egyenletrendszert és határozza meg az együtthatómátrix inverzét! A számításokat Gauss-Jordan módszerrel végezze!

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 5 & 6\\ 3 & 4 & 3\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}80\\ 176\\ 214\end{bmatrix}.$$

5. Oldja meg az $Ax=b$ egyenletrendszert Gauss-Jordan módszerrel! Határozza meg az egyenletrendszer együtthatómátrixának a determinánsát!

$$A=\begin{bmatrix}2 & 9 & 7\\ 4 & 6 & 2\\ 8 & 15 & 5\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}31\\ 26\\ 59\end{bmatrix}.$$

6. Adott a $B$,$P$ mátrix és a $d$ vektor. Írja fel a $PBx=d$ egyenletrendszert skaláris formában! Oldja meg a $PBx=d$ egyenletrendszert <u>Gauss módszerrel</u>! Adja meg a $PB$ mátrix $LU$-felbontását és a $PB$ mátrix determinánsát!

$$B=\begin{bmatrix}2 & 9 & 7\\ 4 & 6 & 2\\ 8 & 15 & 5\end{bmatrix},\qquad P=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix},\qquad d=\begin{bmatrix}104\\ 236\\ 124\end{bmatrix}.$$

7. Egy üzem kétféle termék (T1, T2) előállításával foglalkozik. A termékeket három alkatrészből (A1, A2, A3) szerelik össze. Az első táblázat az egyes termékek összeszereléséhez szükséges alkatrészek

számát tartalmazza. Az alkatrészek megmunkálását két (G1, G2) végzik. A második táblázat az alkatrészek egyes gépeken történő megmunkálásának időszükségletét mutatja. A gépek kapacitása rendre 170, 490. Hány darab terméket állíthatunk elő, ha a termelés során a teljes kapacitást felhasználjuk? Írja fel a megoldandó matematikai modellt! A szükséges számolást pivotálással végezze!

| | A1 | A2 | A3 |
|---|---|---|---|
| T1 | 1 | 0 | 2 |
| T2 | 0 | 1 | 1 |

| | A1 | A2 | A3 |
|---|---|---|---|
| G1 | 1 | 0 | 1 |
| G2 | 7 | 1 | 1 |

8. Három termék gyártásához három alapanyagot használnak fel. Az első termék egységének gyártásához szükséges alapanyag mennyiségek rendre 1, 2, 3. A második termék egységének gyártásához szükséges alapanyag mennyiségek rendre 2, 5, 4. A harmadik termék egységének gyártásához szükséges alapanyag mennyiségek rendre 3, 6, 10. Az alapanyagokból a raktáron rendre 100, 220, 270 mennyiség van.
   a) Mennyi terméket gyárthatunk a raktárkészlet teljes felhasználásával? Írja fel a matematikai modellt! A megoldást Gauss-Jordan módszerrel végezze!
   b) Határozza meg a technológiai mátrix inverzét!
   c) Határozza meg a technológiai mátrix determinánsát!

9. Adott az alábbi 4 vektor és azokkal megfogalmazott egyenletrendszer. Írja fel az egyenletrendszert skaláris és mátrixos formában! Oldja meg az egyenletrendszert! Határozza meg az együtthatómátrix inverzét és determinánsát! A számításokat <u>Gauss-Jordan módszerrel</u> végezze!
   $b_1 = (1,2,3);\quad b_2 = (2,5,4);\quad b_3 = (3,6,3);\quad d = (80,176,214);\quad x_1b_1 + x_2b_2 + x_3b_3 = d$ .

10. Egy üzem három terméket (T) állít elő három alkatrész (A) összeszerelésével. Az alábbi táblázat az egyes termékek összeszereléséhez szükséges alkatrészek számát és a raktáron lévő alkatrészkészletet mutatja. Határozza meg a raktáron lévő alkatrészekből összeszerelhető termékek számát! Adja meg a megoldandó egyenletrendszer együtthatómátrixának *LU* felbontását! Határozza meg az együtthatómátrix determinánsát!

| | T1 | T2 | T3 | Raktárkészlet |
|---|---|---|---|---|
| A1 | 2 | 2 | 7 | 280 |
| A2 | 2 | 1 | 3 | 135 |
| A3 | 18 | 4 | 6 | 460 |

11. Háromféle gyümölcslé elegyítéséből háromféle gyümölcskoktélt készítünk. Az alábbi három vektor azt mutatja, hogy az egyes gyümölcskoktélok egységnyi mennyiségű elkészítéséhez az egyes gyümölcslevekből rendre mennyit használunk fel:
$k_1=(1, 3, 1)$, $k_2=(2, 4, 3)$, $k_3=(3, 5, 7)$.
a) Írja fel azt a matematikai modellt, amelynél a következő kérdésre keressük a választ: az egyes gyümölcskoktélokból mennyi készíthető el, ha az egyes gyümölcslevekből rendre 110, 230, 200 mennyiséget használunk fel?
b) Oldja meg a feladatot!
c) Határozza meg az együtthatómátrix inverzét!
d) Határozza meg az együtthatómátrix determinánsát!

12. Adott három élelmiszer és azok egységnyi mennyiségében ismert három tápanyag mennyisége. Az első élelmiszerben lévő tápanyagmennyiség rendre 1,2,3; hasonlóan megadva, a második és a harmadik élelmiszerben a tápanyag mennyiségek rendre 2,5, 4; ill. 3, 6. 3. A feladatban előforduló számításokat Gauss-Jordan módszerrel végezze!

a) Írja fel skaláris, vektoros és mátrixos alakban azt az egyenletrendszert, amely meghatározza, hogy az egyes élelmiszerekből mennyi egységet kell vásárolni, hogy a megvásárolt élelmiszerekben lévő tápanyagmennyiség rendre 320, 704, 856 legyen!
b) Oldja meg az egyenletrendszert!
c) Megvalósítható-e az élelmiszervásárlás? Válaszát indokolja meg!
d) Határozza meg az együtthatómátrix inverzét és determinánsát!

13. Egy vállalat háromféle terméket állít elő háromféle alkatrész összeszerelésével. Legyen adott az alábbiakban a termeléssel kapcsolatos **A** és **B** mátrix.

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 4\end{bmatrix},\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}2 & 1 & 1\\ 4 & 1 & 2\\ 1 & 3 & 1\end{bmatrix}.$$

Az $a_{ij}$ azt jelenti, hogy az $i$-edik alkatrészből a $j$-edik termék összeszereléséhez hány darabra van szükség. A $b_{ij}$ pedig azt jelenti, hogy az $i$-edik harmadévben a $j$-edik termékből hány darabot állítanak elő.

a) Mennyi a termékek szerelési költsége harmadévenként, ha az egyes termékek szerelési egységköltsége rendre 8, 4, 5 pénzegység? Jelölje a szerelési egységköltséget az **a**=(8, 4, 5) vektor.
b) Éves szinten az egyes alkatrészekből rendre 2000, 4000, 3000 mennyiséget használtak fel. Hány darab terméket tudott a vállalat előállítani? Jelölje a felhasznált alkatrészek mennyiségét a **b**=(2000, 4000, 3000) vektor.
c) Mennyi az alkatrészek ára, ha az egyes harmadévekben a felhasznált alkatrészek összköltsége rendre 50, 60, 70 pénzegység? Jelölje a felhasznált alkatrészek összköltségét a **c**=(50, 60, 70) vektor.

FIGYELEM! Mindhárom kérdésnél fel kell írni a megoldáshoz szükséges mátrixműveleteket (az összefüggésekben a mátrixok ill. vektorok jelölésére a fentebb definiált betüket használja)! A b) és a c) kérdéseknél nem kell számszerűen meghatározni a kért mennyiségeket, csupán fel kell írni skalárisan is a meghatározásukhoz szükséges összefüggéseket!