Valószínűségszámítás

(1) Hányféleképpen rakhatunk be 6 levelet 13 rekeszbe, ha a levelek között nem teszünk különbséget és egy rekeszbe maximum egy levelet teszünk?

(2) Hányféleképpen rakhatunk be 6 levelet 13 rekeszbe, ha a levelek között nem teszünk különbséget és egy rekeszbe több levelet is tehetünk?

(3) Hányféleképpen osztható szét 7 ezer forint jutalom 3 dolgozó között, ha mindegyik dolgozó ezerrel osztható összegű jutalmat kaphat, de a 0 Ft jutalom is megengedett.

(4) Hány 10 jegyű szám készíthető 6 darab kettes, 2 darab hetes és 2 darab hatos számjegyből?

(5) Hány nyolcjegyű szám készíthető 1 darab nulla, 1 darab kettes és 6 darab hármas számjegyből?

(6) Egy dobozban 10 golyó van, közülük 4 fehér, 4 piros és 2 kék színű. A 10 golyót egymás után kihúzzuk a dobozból. Hány különböző sorrendben húzhatjuk ki a golyókat, ha az egyszínűeket nem különböztetjuük meg?

(7) Egy rejtvénypályázaton három díjat sorsolnak ki a helyes megfejtést beküldők között (egy megfejtő legfeljebb egy díjat kaphat). 72 jó megfejtés érkezett be összesen, ezek közül 21 Miskolcról. Mi a valószínűsége, hogy lesz miskolci nyertes?

(8) Egy külföldi ösztöndíjra kiírt pályázat elbírálásának utolsó fordulójára 9 egyenlő képességű jelölt maradt, 3 fiú és 6 lány. A bíráló bizottság ezután sorsolással választ ki közülük 3 főt. Mi a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között lesz lány?

(9) Egy fogadásra egymástól függetlenül 4 angol, 2 francia és 3 olasz diplomata érkezik. Mi a valószínűsége, hogy az első három vendég érkezési sorrendje angol-francia-olasz?

(10) Egy dobozban 5 piros és 4 zöld golyó van. Visszatevés nélkül, bekötött szemmel kihúzunk öt golyót. Mi a valószínűsége, hogy pontosan 4 piros golyót húzunk?

(11) 12 golyót osztunk ki egyenként 8 dobozba úgy, hogy bármelyik dobozt egyenlő valószínűséggel választjuk minden golyó elhelyezésekor. Mennyi a valószínűsége, hogy a harmadik dobozba 2 golyó kerül?

(12) Legalább hányszor kell feldobni két szabályos dobókockát ahhoz, hogy legfeljebb 0,87 valószínűséggel egyszer se kapjunk dupla hatost?

(13) Egy dobozban 27 fehér és 20 piros golyó van. Ketten felváltva húznak egy-egy találomra választott golyót, amelyet visszatesznek. Ezt addig folytatják, amíg csak valamelyikük piros golyót nem húz. Mennyi a valószínűsége annak, hogy nem a kezdő húz először piros golyót?

(14) Az igazak városában a lakosok 69%-a igazat mond, a hazugok városában a lakosok 90%-a hazudik. Mi nem tudjuk, hogy melyik városban vagyunk, egyforma eséllyel lehetünk mindkettőben. Megkérdezünk egy embert és az azt mondja, hogy ez a hazugok városa. Mi

a valószínűsége, hogy ez az ember hazudik?

(15) Egy dobozban 10 alkatrész van, amelyek közül 5 selejtes. 3 elemű mintát veszünk visszatevés nélkül. Mi a valószínűsége, hogy a mintában 2 selejtes alkatrész van?

(16) Egy dobozban 12 alkatrész van, amelyek közül 8 selejtes. 5 elemű mintát veszünk visszatevéssel. Mi a valószínűsége, hogy a mintában 3 selejtes alkatrész van?

(17) Egy dobozban 11 alkatrész van, amelyek közül 6 selejtes. 4 elemű mintát veszünk visszatevés nélkül. Mi a valószínűsége, hogy a mintában legfeljebb 1 selejtes alkatrész van?

(18) Egy dobozban 11 alkatrész van, amelyek közül 8 selejtes. 6 elemű mintát veszünk visszatevéssel. Mi a valószínűsége, hogy a mintában legfeljebb 3 selejtes alkatrész van?

(19) Egy dobozban 11 alkatrész van, amelyek közül 8 selejtes. 5 elemű mintát veszünk visszatevés nélkül. Mi a valószínűsége, hogy a mintában legalább 2 selejtes alkatrész van?

(20) Egy dobozban 12 alkatrész van, amelyek közül 10 selejtes. 8 elemű mintát veszünk visszatevéssel. Mi a valószínűsége, hogy a mintában legalább 6 selejtes alkatrész van?

(21) Az A esemény bekövetkezésének valószínűsége 0,54. Mennyi a valószínűsége, hogy tíz kísérletből legalább háromszor bekövetkezik?

(22) Az A esemény bekövetkezésének valószínűsége 0,66. Mennyi a valószínűsége, hogy tíz kísérletből legfeljebb hétszer következik be?

(23) Az A és B játékos felváltva dob kosárra (A kezd). Az A játékos 0,60, míg B 0,67 valószínűséggel talál a kosárba. A játékot addig folytatják, amíg valamelyik játékos beletalál a kosárba. Mi annak a valószínűsége, hogy pont az ötödik dobás után ér véget a játék?

(24) Egy ügyfélszolgálaton az ügyintézés 49 percet vesz igénybe. Az egyik nap két ismerős megy be az ügyfélszolgálatra egymástól függetlenül 8 és 12 óra között véletlenül választva az időpontot. Mi a valószínűsége, hogy lesz olyan időpont, amikor egyszerre vannak bent?

(25) Egy kis kikötőben egyszerre csak egy hajó rakodhat. Az egyik nap 1 és 13 óra között biztosan érkezik két hajó. A rakodás mindkettő esetében 65 percet vesz igénybe. Mennyi a valószínűsége, hogy nem kell várniuk egymásra?

(26) Ketten megbeszélik, hogy délután 5 óra és délután 5 óra 49 perc között találkoznak. Mekkora valószínűséggel találkoznak, ha egymástól függetlenül érkeznek és mindketten 10 perc várakozás után elmennek, ha a másik addig nem érkezett meg?

(27) Az A, B és C független események, amelyre $P(A) = 0,450$, $P(B) = 0,260$ és $P(C) = 0,670$. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy legfeljebb kettő következik be közülük!

(28) Az A, B és C független események, amelyre $P(A) = 0,180$, $P(B) = 0,205$ és $P(C) = 0,585$. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy pontosan kettő következik be közülük!

(29) Az A, B és C független események, amelyre $P(A) = 0,600$, $P(B) = 0,445$ és $P(C) = 0,585$. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy egynél több következik be közülük!

(30) A meteorológusok szerint holnap 0,30 valószínűséggel lesz eső és 0,17 valószínűséggel lesz szél. Ha lesz eső, akkor 0,48 valószínűséggel szél is lesz. Mi a valószínűsége, hogy ha szél lesz, eső is lesz?

(31) A CHIPCAD microchip gyártó cég teljes termelése két gépsorról származik. Az I. gépsor adja a termelés 85%-át 0,047% selejttel, míg a II. gépsor adja a termelés 15%-át 0,027% selejttel. Ha egy véletlenül kiválasztott chip selejtes, akkor mi a valószínűsége, hogy azt a II. gépsor gyártotta?

(32) Egy terméket három üzemben készítenek. A három üzemben a selejtszázalék rendre 0.11, 0.23 és 0.39, míg a három üzemben sz összterméknek rendre 21, 40 és 39 százalékát állítják elő. Az össztermékből kivesznek egy darabot, és az hibás. Mi a valószínűsége, hogy az első üzemben gyártották?

(33) Egy adott betegségben szenvedő betegek 33 % -át egy olyan új kezelésnek vetik alá, amely a korábbi 25%-ról 52%-ra javítja a gyógyulási arányt. Egy gyógyult beteget kiválasztva mi a valószínűsége, hogy ő az új kezelésben részesült?

(34) Egy törzs minden tagja az év egy adott napján leopárdvadászatra megy. A vadászaton egy vadászt 0,21 valószínűséggel támad meg egy leopárd és ekkor 0,49 valószínűséggel öli meg a leopárd a vadászt. Egyéb veszélyek miatt 0,07 valószínűséggel halhat meg a vadász a vadászaton. Ha egy vadász meghalt a vadászaton, akkor mi a valószínűsége, hogy egy leopárd ölte meg?

(35) 28 doboz mindegyikében 66 golyó van, amelyek közül rendre 39, 40, 41,...,66 fehér. Találomra választunk egy dobozt, majd abból véletlenül kihúzunk egy golyót. Mi a valószínűsége, hogy fehér golyót húzunk?

(36) Két út vezet az A városból a B városba és szintén két út B-ből C városba. (Az A városból a C városba csak a B városon át lehet eljutni.) Mind a négy út egymástól függetlenül, 0.85 valószínűséggel járhatatlan a hó miatt. Feltéve, hogy A-ból C-be nincs végig járható útvonal, mi a valószínűsége, hogy A-ból B-be van járható út?

(37) Tudjuk, hogy $P(A) = 0.38$, $P(A \mid B) = 0.33$ és $P(B \mid A) = 0.60$. Mennyi a valószínűsége, hogy az A és B legalább egyike bekövetkezik?

(38) Legyen $P(A) = 0,08$, $P(A \mid B) = 0,08$ és $P(B \mid A) = 0,06$. Határozza meg $P(\overline{A} \mid \overline{B})$ értékét!

(39) A és B független események, $P(A) = 0,86$, és $P(B) = 0,70$. Határozza meg $P(A \mid A+B)$ értékét!

(40) Egy országban a lakosság 90 százalékának van televíziója és 83 százalékának autója. Az autóval rendelkezők legalább hány százalékának van televíziója is?

(41) Egy játékban a játékos és a bankár is megpörgeti a rulettet. (A ruletten az 1,2,...,20 számok vannak.) A játékos akkor nyer, ha nagyobb számot pörget, mint a bankár. A játékos nyerése esetén 4400 Ft nyereményt kap. Mennyit kellene a játékosnak minden

pörgetés előtt befizetnie, hogy játékonként átlagosan 100 Ft haszna legyen a banknak?

(42) Egy kisegér 3 folyosó bármelyikén eljuthat egy sajtdarabhoz. Akármelyik folyosón 3 ajtón kell áthaladni. Mi a valószínűsége, hogy a kisegér el tud jutni a sajthoz, ha az ajtók egymástól függetlenül 0,82 valószínűséggel nyílnak ki, és a kinyitásuk után nyitva is maradnak (ha van nyitott folyosó, akkor a kisegér megtalálja a sajtot)?

(43) Egy dobozban 34 piros és 15 kék golyó van. A dobozból visszatevés nélkül kihúzunk három golyót. Várhatóan hány piros golyót húzunk ki?

(44) Egy szervízbe műszakonként átlagban 6 gépkocsi jelentkezik javításra és számuk Poisson-eloszlású valószínűségi változó. Mi a valószínűsége, hogy egy nap legalább 5, de legfeljebb 8 gépkocsit javítanak?

(45) Egy kilogramm kalácsban átlag 68 szem mazsola van. Az 5 dekás szeletben a mazsolák száma Poisson-eloszlást követ. Legalább hány szeletet kell vennünk, hogy már legalább 0,82 legyen annak a valószínűsége, hogy lesz közöttük mazsola nélküli szelet.

(46) Egy lezser hallgató maximum négyszer jöhet el vizsgázni, és minden vizsgán 0.35 valószínűséggel megy át. Hányszor vizsgázik átlagban egy lezser hallgató?

(47) Az A és B játékos felváltva dob kosárra (A kezd). Az A játékos 0,80, míg B 0,31 valószínűséggel talál a kosárba. A játék maximum négy dobásig tart, de azonnal befejeződik, ha valamelyik játékos beletalált a kosárba. Számítsa ki a játékbeli dobások várható értékét!

(48) A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} 5.3x^3, & \text{ha } 0 < x \leq B \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Határozza meg a $P(\xi > E(\xi))$ valószínűséget!

(49) A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 8.1 \\ \frac{a}{x^3}, & \text{ha } x > 8.1 \end{cases}$$

Számítsa ki a ξ mediánját!

(50) A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye egy megfelelő B konstanssal

$$f(x) = \begin{cases} B \cdot (2x+1), & \text{ha } 9.3 < x < 9.8 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

Számítsa ki a ξ várható értékét!

(51) Egy ξ egyenletes eloszlású valószínűségi változóról tudjuk, hogy $E(\xi) = 3.3$ és $D(\xi) = 5.6$. Mi a valószínűsége, hogy három egymástól függetlenül megismételt kísérlet mindegyikében ξ 3.4 és 8.5 közötti értéket vesz fel?

(52) Egy kör sugara egyenletes eloszlású a (0,2.9) intervallumban. Számítsa ki a kör területének, mint valószínűségi változónak a mediánját!

(53) Legyen a ξ valószínűségi változó egyenletes eloszlású a $[-8.10, 8.10]$ intervallumon. Számítsa ki a $P(2\xi + 1 < 2.10)$ valószínűséget!

(54) Egy hallgató ennek a feladatnak a megoldásával átlagosan 6 perc alatt végez. A feladatra fordított idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Mi a nnak a valószínűsége, hogy egy véletlenül kiválasztott hallgató 5 percen belül oldja meg a feladatot?

(55) Egy csiga életének hossza exponenciális eloszlású valószínűségi változó 3.83 év várható értékkel. Mi a valószínűsége, hogy kedvenc csigánk életének harmadik évében pusztul el?

(56) A gépjárművezetői vizsgán a vizsga időtartama (percben mérve)

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x < 0 \\ 0.05e^{-0.05x}, & \text{egyébként} \end{cases}$$

sűrűségfüggvényű valószínűségi változó. Az előttünk lévő már 21 perce vezet. Mi a valószínűsége, hogy 8 percen belül nem fejezi be a vizsgát?

(57) Annak a valószínűsége, hogy egy benzinkútnál 14 percnél többet kell várakozni a tapasztalatok szerint 0,27. A várakozási időt exponenciális eloszlásúnak feltételezve, mi annak a valószínűsége, hogy 6 percnél kevesebbet kell várakozni?

(58) Egy TV élettartama ξ exponenciális eloszlású valószínűségi változó 16000 óra átlagos élettartammal. Mi a valószínűsége, hogy egy TV 24000 óránál tovább lesz jó?

(59) Egy TV élettartama ξ exponenciális eloszlású valószínűségi változó 8 év átlagos élettartammal. Adja meg azt a legnagyobb K számot, amelyre még igaz, hogy egy adott TV legalább $0,83$ valószínűséggel működőképes lesz K évig.

(60) Egy gép élettartama ξ exponenciális eloszlású valószínűségi változó 7 év átlagos élettartammal. Adja meg azt a legalacsonyabb K számot, amelyre még igaz, hogy egy gép legalább 0,82 valószínűséggel működőképes lesz K évig.

(61) Egy céllövő találati pontossága 1,2 cm várható értékű exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Legfeljebb hányszor lőhet, ha azt akarjuk, hogy még legalább 75%-os biztonsággal minden találata a 7,5 cm sugarú körbe essen.

(62) Egy ξ valószínűségi változó exponenciális eloszlású 1,20 szórással. Határozza meg $E(8\xi^2 - 19\xi + 7)$ értékét!

(63) A ξ exponenciális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 4.80. Számítsa ki azt az m értéket, amelytől jobbra és balra megegyezik az $\eta = \xi^2$ valószínűség változó sűrűségfüggvénye alatti terület!

(64) Egy munkadarab hossza közelítőleg normális eloszlású valószínűségi változó, melynek várható értéke 51 és szórása 1,3. Mennyi a valószínűsége, hogy a munkadarb hossza kisebb, mint 53,38?

(65) Egy alkatrész élettartamáról azt tudjuk, hogy jó közelítéssel normális eloszlású valószínűségi változó 9 év várható értékkel és 3.7 év szórással. Mi a valószínűsége, hogy két ilyen alkatrész közül legalább az egyik az ötödik évben megy tönkre?

(66) Egy munkadarab hossza közelítőleg normális eloszlású valószínűségi változó, melynek várható értéke 47 mm. Határozza meg a munkadarab hosszának szórását, ha 0,81 annak a valószínűsége, hogy a munkadarab hossza kisebb, mint 47,05 mm.

(67) Egy csomagológép 1 kilogrammos zacskókat tölt. A zacskóba töltött cukor mennyisége normális eloszlású valószínűségi változó 1 kg várható értékkel és 0,044 kg szórással. A zacskó súlyra nézve első osztályú, ha a súlya 0,95 kg és 1,05 kg közé esik. Mi a valószínűsége, hogy két véletlenül kiválasztott zacskó közül legalább az egyik első osztályú?

(68) Legyen ξ olyan nulla várható értékű normális eloszlású valószínűségi változó, amelyik 0,84 valószínűséggel vesz fel értéket a $[-8.4, 8.4]$ intervallumon. Számítsa ki a $P(1.0 \leq 1.6\xi + 1 < 8.1)$ valószínűséget!

(69) Hengeres alkatrészeket gyártunk. Az átmérő 24 mm várható értékű és 0,013 mm szórású normális eloszlású valószínűségi változó, míg a hossz 75 mm várható értékű és 0,05 mm szórású normális eloszlású valószínűségi változó. Egy alkatrész átmérője jó, ha az átmérő a (23,974; 24,039) intervallumba esik. Egy alkatrész hossza jó, ha a hossz a (74,95; 75,1) intervallumba esik. Egy alkatrész jó, ha átmérőre is és hosszra is jó. Átlagosan az alkatrészek hány százaléka lesz selejtes, ha egy alkatrész átmérője és hossza független egymástól?

(70) Egy alkatrész hossza normális eloszlású valószínűségi változó 38 mm várható értékkel és 0,013 mm szórással. Az alkatrészt jónak minősítjük, ha a hossza 37,9675 mm és 38,0325 mm közé esik. Mi a valószínűsége, hogy 100 alkatrészt megvizsgálva legalább 97 jót találunk?

(71) Egy urna 40 fehér és 17 fekete golyót tartalmaz. Visszatevéssel kihúznak 840 golyót. Adjon közelítést annak a valószínűségére, hogy a fehérek száma a [551, 627] intervallumban lesz!

(72) Legyen $E(\xi) = 5.6$, $D(\xi) = 0.40$. Adjon alsó becslést a $P(4.200 < \xi < 7.000)$ valószínűségre.

(73) Legalább hányszor kell egy szabályos pénzérmét feldobni, hogy a fejek relatív gyakorisága legalább 0,77 valószínűséggel 0,39 és 0,61 közé essen?

(74) Legalább hány elemű mintát kell vennünk, ha visszatevéses mintavételnél a selejtarányt 0,12 pontossággal (legfeljebb ennyi eltéréssel) és 0,89 megbízhatósággal akarjuk becsülni?

(75) Egy párt népszerűségét kívánjuk közvélemény-kutatással meghatározni. (Igen-nem választ kell adni amegkérdezetteknek.) Legalább hány embert kell megkérdezni, ha a százalékban mért népszerűséget ± 9 százalék pontossággal és 0,95 megbízhatósággal akarjuk becsülni? (a könnyebb számolás végett visszatevéses mintavételt tételezzünk fel!)

(76) A ξés η valószínűségi változók függetlenek. A ξ egyenletes eloszlású a $(-2.7, 1.8)$ intervallumon, míg az η 4,1 várható értékű exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Számítsa ki a $P(\xi < 0.8, \eta < 7.4)$ valószínűséget!

(77) Legyen (ξ, η) sűrűségfüggvénye

$$f(x,y) = \begin{cases} A\left(\dfrac{x}{1.6} + y\right), & \text{ha } \ 0 < x < 1.6 \ , \ \ 0 < y < 1, \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Határozza meg $E(\xi)$ értékét!

(78) Legyen a (ξ, η) vektorváltozó sűrűségfüggvénye

$$f(x,y) = \begin{cases} Ae^{-x-1.2y}, & \text{ha } x > 0, \ y > 0 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

Milyen valószínűséggel esik η a $(0.60,\ 2.40)$ intervallumba, ha $\xi = 27.4$?

(79) Legyen a (ξ, η) vektorváltozó sűrűségfüggvénye

$$f(x,y) = \begin{cases} xye^{-k(x^2+y^2)}, & \text{ha } x > 0\ ,\ y > 0, \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Hol veszi fel a ξ peremeloszlás-függvénye a 0.64 értéket?

(80) A (ξ, η) véletlen vektor együttes sűrűségfüggvénye

$$f(x,y) = \begin{cases} C, & \text{ha } 0 < x < 9.5 \text{ és } 9.5 - x < y < 19.8 - x, \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Határozza meg a korrelációs együttható értékét!

(81) Számítsa ki a ξ és η valószínűségi változók korrelációs együtthatóját, ha a (ξ, η) valószínűségi változóról tudjuk, hogy $P(\xi = 29, \eta = 45) = 0,18$, $P(\xi = 29, \eta = 48) = 0,25$ és $P(\xi = 32, \eta = 45) = 0,15$. Ismert, hogy ξ csak a 29 és 32, míg η csak a 45 és 48 értékeket veheti fel.

(82) A (ξ,η) valószínűségi változóról tudjuk, hogy $P(\xi = 22, \eta = 45) = 0,15$, $P(\xi = 22, \eta = 76) = 0,17$ és $P(\xi = 33, \eta = 45) = 0,29$. Ismert, hogy ξ csak a 22 és 33, míg η csak a 45 és 76 értékeket veheti fel. Számítsa ki az $E(\eta \mid \xi = 33)$ feltételes várható értéket!

(83) A (ξ,η) valószínűségi változóról tudjuk, hogy $P(\xi = 38, \eta = 42) = 0,19$, $P(\xi = 38, \eta = 60) = 0,23$ és $P(\xi = 42, \eta = 42) = 0,20$. Ismert, hogy ξ csak a 38 és 42, míg η csak a 42 és 60 értékeket veheti fel. Számítsa ki az $E(\xi \mid \eta = 42)$ feltételes várható értéket!

(84) A ξés η valószínűségi változókról tudjuk, hogy $P(\xi = 19, \eta = 13) = 0,17$, $P(\xi = 19, \eta = 37) = 0,23$ és $P(\xi = 27, \eta = 13) = 0,28$. Ismert, hogy ξ csak a 19 és 27, míg η csak a 13 és 37 értékeket veheti fel. Számítsa ki $D(\xi + \eta)$ értékét!

(85) Egy henger milliméterben mért átmérője a ξ valószínűségi változó, hossza miliméterben mérve az η valószínűségi változó. A (ξ, η) kétdimenziós valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x,y) = x^2 + Ay^2$, a $0 < x < 1$, $0 < y < 1,90$ tartományban és 0 egyébként. Számítsa ki az alábbi valószínűséget:

$$P(\xi > 0,5; \eta > 1,71).$$