

1. Számítsuk ki az alábbi határozatlan integrálokat!

- | | |
|---|--|
| (a) $\int (x^{-3} + 2x^7 - \sqrt{x}) dx;$ | (b) $\int \left(\frac{2}{x^5} - \sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x} \cdot \sqrt[7]{x^2} \right) dx;$ |
| (c) $\int \frac{x^3 - 3x^2 + 4\sqrt[3]{x}}{x} dx;$ | (d) $\int (12 + 5^x + 2^{2x+1} - 4e^x) dx;$ |
| (e) $\int \left(\frac{5}{\cos^2 x} - \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx;$ | (f) $\int \left(-2 \sin x + 3 \cos x - \frac{2}{x} \right) dx;$ |
| (g) $\int \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} dx;$ | (h) $\int \left(\frac{2}{1+x^2} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx;$ |
| (i) $\int (\sqrt{x} - 1)(x + 3) dx;$ | (j) $\int (2^x + 3^x)^2 dx.$ |

2. Vezessük vissza elemi integrálokra a következő integrálok kiszámítását!

- | | |
|---|---|
| (a) $\int 3^x e^x dx;$ | (b) $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx;$ |
| (c) $\int \frac{\sqrt[3]{4}}{3+3x^2} dx;$ | (d) $\int \operatorname{tg}^2 x dx;$ |
| (e) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx;$ | |
| (g) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx;$ | |
| (i) $\int \sqrt[3]{1-3x} dx;$ | (j) $\int x(x^2 + 10)^{30} dx;$ |
| (k) $\int (x+1)^{10} dx;$ | (l) $\int \sqrt[5]{(8-3x)^6} dx;$ |
| (m) $\int \sin^2 x \cos x dx;$ | (n) $\int \cos^5 x \sin x dx;$ |
| (o) $\int x^2 \sqrt[3]{1+x^3} dx;$ | (p) $\int x \sqrt{x^2+1} dx;$ |
| (q) $\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} dx;$ | |
| (s) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{\sin^3 x}} dx;$ | (sz) $\int \frac{\sin x}{\sqrt[5]{3+\cos x}} dx;$ |
| (t) $\int \frac{\ln x}{x} dx;$ | (ty) $\int \operatorname{tg} x dx;$ |
| (u) $\int \frac{2x}{x^2+1} dx;$ | (ü) $\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx;$ |
| (v) $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx;$ | (w) $\int \frac{1}{x \ln x} dx;$ |
| (x) $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx;$ | (y) $\int \frac{1}{1+\cos 2x} dx;$ |

3. Számítsuk ki az alábbi határozatlan integrálokat!

(a) $\int \sin 3x \, dx;$

(b) $\int \cos(4x + \pi) \, dx;$

(c) $\int e^{5x} \, dx;$

(d) $\int (e^{3x} + 3e^{-3x}) \, dx;$

(e) $\int (2x - 3)^4 \, dx;$

(f) $\int \sqrt[5]{6x - 2} \, dx;$

(g) $\int \cos(3 - 4x) \, dx;$

(h) $\int e^{7x-5} \, dx.$

4. Számítsuk ki az alábbi határozatlan integrálokat!

(a) $\int x e^x \, dx;$

(b) $\int x \sin 2x \, dx;$

(c) $\int x^2 7^x \, dx;$

(d) $\int x^2 \cos x \, dx;$

(e) $\int x^3 \sin 2x \, dx;$

(f) $\int x^2 e^{-2x} \, dx;$

(g) $\int e^x 7^x \, dx;$

(h) $\int e^{2x+\ln x} \, dx;$

(i) $\int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} \, dx;$

(j) $\int \ln x \, dx;$

(k) $\int x \ln x \, dx;$

(l) $\int \arctg x \, dx;$

(m) $\int \arcsin x \, dx;$

(n) $\int \arccos x \, dx;$

(o) $\int x^3 \ln x \, dx,$

(p) $\int \arctg \frac{x}{2} \, dx; ,$

(r) $\int \ln^2 x \, dx;$

(s) $\int x^2 \arctg x \, dx;$

(sz) $\int x \arctg x \, dx;$

(t) $\int x \arccos x \, dx;$

(u) $\int (x^2 + 2x) \ln x \, dx;$

(v) $\int \sqrt{x} \ln^2 x \, dx;$

(w) $\int e^{2x} \cos x \, dx;$

(y) $\int \sin 3x \cdot \cos 5x \, dx;$

(z) $\int e^{3x+2 \ln x} \, dx.$

Integrálás helyettesítéssel

1. Adjuk meg az alábbi határozatlan integrálokat!

(a) $\int \frac{1}{\cos^2(1-5x)} dx;$

(b) $\int \frac{1}{\sin^2(4x+7)} dx;$

(c) $\int 6^{\sin x} \cos x dx;$

(d) $\int e^{\cos x} \sin x dx;$

(e) $\int \frac{dx}{x^2+4};$

(f) $\int \frac{2+x}{5+x^2} dx;$

(g) $\int x^4 \operatorname{sh}(x^5-6) dx;$

(h) $\int \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx;$

(i) $\int e^x \cos(e^x) dx;$

(j) $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx;$

(k) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$

(l) $\int e^{\sqrt{x}} dx;$

(m) $\int \sqrt{e^x-1} dx;$

(n) $\int \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx;$

(o) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x-1}} dx;$

(p) $\int \frac{e^x \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx;$

(q) $\int \frac{1}{\operatorname{ch} x} dx;$

(r) $\int \frac{1}{1+\operatorname{ch} x} dx.$

2. Adjuk meg az alábbi határozatlan integrálokat!

(a) $\int \frac{2}{1 + \cos x} dx;$

(b) $\int \frac{1}{\sin x} dx;$

(c) $\int \frac{1}{1 + \sin x};$

(d) $\int \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\sin x \cos x} dx;$

(e) $\int \frac{\cos x}{4 + \sin^2 x};$

(f) $\int \frac{\sin x}{3 + \cos x} dx;$

(g) $\int \frac{1}{1 + 3 \cos^2 x} dx;$

(h) $\int \sqrt{9 - x^2} dx;$

(i) $\int \sqrt{x^2 + 25} dx;$

(j) $\int \sqrt{x^2 - 16} dx;$

(k) $\int \sqrt{1 - 2x - x^2};$

(l) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2x - 1}} dx;$

(m) $\int \frac{dx}{\sqrt{25 - 16x^2}};$

(n) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$

Racionális törtfüggvények integrálása

3. Állítsuk elő az alábbi határozatlan integrálokat!

(a) $\int \frac{1}{x - 4} dx;$

(b) $\int \frac{2x + 3}{x - 2} dx;$

(c) $\int \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 3};$

(d) $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx;$

(e) $\int \frac{2x + 3}{x^2 + 2x + 2};$

(f) $\int \frac{x}{(1 + x^2)^2} dx;$

(g) $\int \frac{1}{x^2 + x + 1} dx;$

(h) $\int \frac{6x}{x^2 - 2x + 7} dx;$

(i) $\int \frac{1}{(2x - 1)^2} dx;$

(j) $\int \frac{x}{x^2 - 6x + 9} dx.$

4. Parciális törtekre bontással számítsuk ki a következő határozatlan integrálokat!

$$(a) \int \frac{1}{(x-2)(x-4)} dx;$$

$$(b) \int \frac{1}{x(x+1)} dx;$$

$$(c) \int \frac{2}{(x-1)(x+1)} dx;$$

$$(d) \int \frac{3x-59}{(x+11)(2x-1)} dx;$$

$$(e) \int \frac{11x-29}{(3x-5)(x-7)} dx;$$

$$(f) \int \frac{2x+1}{x^2+x-6} dx;$$

$$(g) \int \frac{3x+1}{x^3-x} dx;$$

$$(h) \int \frac{2x+3}{x^2+2x+1} dx;$$

$$(i) \int \frac{2x-1}{(x-2)^2} dx;$$

$$(j) \int \frac{x^2+1}{(x+1)^3} dx;$$

$$(k) \int \frac{2x^2-2x-1}{x^3-x^2} dx;$$

$$(l) \int \frac{1}{x^3+x} dx;$$

$$(m) \int \frac{2x+3}{(x^2-1)^2} dx;$$

$$(n) \int \frac{x^{10}}{x^2+x-2} dx;$$

Trigonometrikus és hiperbolikus függvények integrálása

1. Adjuk meg az alábbi határozatlan integrálokat!

$$(a) \int \sin^3 x \cos x dx;$$

$$(b) \int \sin x \cos^2 x dx;$$

$$(c) \int \sin^3 x \cos^2 x dx;$$

$$(d) \int \sin^2 x \cos^3 x dx;$$

$$(e) \int \cos^3 x dx;$$

$$(f) \int \sin^5 x dx dx;$$

$$(g) \int \sin^4 x dx;$$

$$(h) \int \sin^2 x \cos^2 x dx;$$

$$(i) \int \frac{\cos^4 x}{\sin^2 x} dx;$$

$$(j) \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx;$$

$$(k) \int \frac{\sin^5 x}{\cos^2 x} dx;$$

$$(l) \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx;$$

$$(m) \int \sin^3 2x \cos^2 2x dx;$$

$$(n) \int \operatorname{sh}^3 x \operatorname{ch}^3 x dx;$$

$$(o) \int \operatorname{sh}^4 x dx;$$

$$(p) \int \operatorname{ch}^5 x dx;$$

$$(q) \int \frac{\operatorname{ch}^3 x}{\operatorname{sh}^2 x} dx;$$

$$(r) \int \operatorname{th}^2 x dx.$$

Számoljuk ki az alábbi határozott integrálokat!

$$(a) \quad \int_{-2}^0 (2x + 5) dx;$$

$$(c) \quad \int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx;$$

$$(e) \quad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx;$$

$$(g) \quad \int_0^1 \sqrt{x^2 - 6x + 9} dx;$$

$$(i) \quad \int_0^1 x^3 \ln^2 x dx;$$

$$(k) \quad \int_{-2}^0 |2x + 3| dx;$$

$$(m) \quad \int_0^3 \operatorname{sgn}(x - x^3) dx;$$

$$(b) \quad \int_{-2}^2 (x^3 - 2x + 3) dx;$$

$$(d) \quad \int_0^2 \sqrt{4x + 1} dx;$$

$$(f) \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx;$$

$$(h) \quad \int_0^{\pi} x^2 \sin 2x dx;$$

$$(j) \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \sin x} dx;$$

$$(l) \quad \int_0^{100\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx;$$

$$(n) \quad \int_0^{\pi} x \operatorname{sgn}(\cos x) dx.$$