

Valószínűségszámítás

10. Gyakorlat

Valószínűségszámítási feladatok megoldása

1. Feladat

1. Feladat

Dobókockával dobunk.

Jelölje ξ az első dobást, η a két dobás minimumát.

Határozzuk meg a $\text{cov}(\xi, \eta)$ értékét.

ξ/η	1	2	3	4	5	6	
1	$\frac{6}{36}$	-	-	-	-	-	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{36}$	$\frac{5}{36}$	-	-	-	-	$\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	-	-	-	$\frac{1}{6}$
4	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	-	-	$\frac{1}{6}$
5	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	-	$\frac{1}{6}$
6	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{6}$
	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$	

Például:

$$(\xi = 1, \eta = 1) = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\xi = 1, \eta = 1) = \frac{6}{36}$$

$$(\xi = 2, \eta = 1) = \{(2, 1)\} \Rightarrow \mathbb{P}(\xi = 1, \eta = 1) = \frac{1}{36}$$

2. Feladat

Egy pörgettyűvel csak a 0, 1, 2, 3 számokat lehet kipörgetni.

Kétszer pörgetünk.

Jelölje ξ az először kipörgetett számot, η a két kipörgetett szám minimumát (vagy maximumát).

Határozzuk meg a (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó korrelációs együtthatóját, azaz $r(\xi, \eta) = ?$.

3. Feladat

3. Feladat

$(1, 2, \dots, n)$ számokat lehet kipörgetni.

(A két kockával dobunk feladat általánosítása. Pl. $(n = 6)$.)

4. Feladat

4. Feladat

Egy pakli magyar kártyából eltávolítjuk a zöld alsót, majd ezt követően kihúzunk egy lapot.

A ξ a piros lap indikátora, η az ász indikátora.

Határozza meg a $\text{cov}(\xi, \eta)$ értékét.

Megoldás:

ξ/η	0	1	
0	$\frac{24}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{27}{35}$
1	$\frac{7}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{8}{35}$
	$\frac{31}{35}$	$\frac{4}{35}$	

5. Feladat

5. Feladat

Egy pakli magyar kártyához hozzáteszünk még egy zöld alsót.

Ezt követően húzunk egy lapot.

Legyen ξ a piros lap indikátora, η az ász indikátora.

Határozza meg a $\text{cov}(\xi, \eta)$ értékét.

ξ/η	0	1	
0	$\frac{26}{37}$	$\frac{3}{37}$	$\frac{29}{37}$
1	$\frac{7}{37}$	$\frac{1}{37}$	$\frac{8}{37}$
	$\frac{33}{37}$	$\frac{4}{37}$	

6. Feladat

6. Feladat

A ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye:

$$F(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0; \\ \frac{1}{3}, & \text{ha } 0 < x \leq 2; \\ \frac{Ax}{2x+1}, & \text{ha } 2 < x. \end{cases}$$

Határozzuk meg az A értékét, a $\mathbb{P}(\xi > 2)$ valószínűséget, a $\mathbb{P}(2 \leq \xi < 4)$ valószínűséget.

7. Feladat

7. Feladat

A (ξ, η) együttes sűrűségfüggvénye

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x + y), & \text{ha } 0 < x < y, \quad 0 < y < 1; \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$c = ?, \quad f_{\xi}(x) = ?, \quad f_{\eta}(y) = ?$$

8. Feladat

8. Feladat

A (ξ, η) valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x + y), & \text{ha } 0 < x < 1, \quad 0 < y < -3x + 3; \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$c = ?, f_{\eta}(y) = ?, f_{\eta}(y) = ?$$

9. Feladat

9. Feladat

A (ξ, η) valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy, & \text{ha } 0 < x < -3x + 3, \quad 0 < y < 1; \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$c = ?, f_{\eta}(y) = ?, f_{\xi}(y) = ?$$

10. Feladat

10. Feladat

Ledobunk egy pontot a $[0, 2]$ intervallumra véletlenszerűen.
Legyen η az így keletkező két szakasz szorzata.
Számítsuk ki az η várható értékét.

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!