

Dátum:

Gyakorlatvezető:

Gyakorlat időpontja:

Név:

Neptunkód:

A csoport

Minden feladat esetén írja le a függvényt (4 pont), írja le a függvényhívást (1 pont), adja meg a futási eredményt (1 pont); így a megszerezhető összes pontszám: 30 pont. Részpontok adhatók. Aláírás követelmény: minimum 20 pont.

1. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely definíció alapján számolja ki egy megadott mátrix 1 normáját (oszlopösszegnorma). (Ne használja a Matlab/Octave beépített függvényét.)

function x =függvéynév(A)

Input: A mátrix,

Output: A mátrix 1 normája.

A megírt függvényt tesztelje az

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrixon.

2. Írjon Matlab/Octave függvényt amelynek inputja egy pozitív egész szám (n), outputja (y), ami a Fibonacci sorozat n -dik eleme. A Fibonacci sorozatot (F_n) módon jelöljük és

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (n \geq 3)$$

módon definiáljuk. Tesztelje a függvény működését $n = 10$ és $n = 20$ értékekkel.

Szorgalmi feladat: Számolja ki $\frac{F_{20}}{F_{19}}$ hányadost. Ha jól számolunk, akkor $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ körüli értéket kapunk, ami az aranymetszés esetén a nagy/kicsi hányados értéke.

3. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely egy A mátrixot és a hozzá tartozó b vektort megengedett sor-műveletek alkalmazásával felső háromszög alakúra hoz. (Az $Ax = b$ LER megoldása Gauss módszerrel.)

function $[B, c]$ =függvéynév(A, b);

Input: A együttható mátrix, b a konstansok oszlopvektora;

Output: B, c úgy, hogy $Bx = c$ LER ekvivalens az $Ax = b$ LER-rel, de B már felső háromszög alakú.

A függvény működését tesztelje az

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 13 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

mátrixon és vektoron.

4. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely lineáris egyenletrendszert (LER) old meg abban az esetben ha a B együtthatómátrix felső háromszög alakú

function x =függvéynév(B, c)

Input: B felső háromszög alakú együttható mátrix, és c a konstansok oszlopvektora.

Output: x , a $Bx = c$ LER megoldása.

A függvény működését tesztelje azon a B mátrixon és c oszlopvektoron, amelyet az előző feladat során kaptunk kimenetként.

5. Határozzuk meg numerikusan az

$$x = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}$$

úgynevezett lánc tört numerikus értékét.

Ez sokféleképpen lehetséges. A fixpontiterációt javasoljuk a $g : [0.1, 1] \rightarrow [0.1, 1]$

$$g(x) = \frac{1}{1 + x}$$

iterációs függvénnyel.

function $[x, it]$ =függvéynév(x ,epsilon)

Input: epsilon=hiba, x =kezdőérték;

Output: x =közelítő érték, it az iterációk száma;

Leállási feltétel: $\left(\frac{q}{1-q}\right)^k |x_k - x_{k-1}| \leq \text{epsilon}$, ahol $q = \frac{1}{1.1^2}$. A függvény működését az $x = 0.1$ és epsilon = 0.001 értékekkel teszteljük.

Ha jól számolunk, akkor $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ -nek kell kijönnie, ami az aranymetszésnél a nagy/egész arány.

Dátum:

Gyakorlatvezető:

Gyakorlat időpontja:

Név:

Neptunkód:

B csoport

Minden feladat esetén írja le a függvényt (4 pont), írja le a függvényhívást (1 pont), adja meg a futási eredményt (1 pont); így a megszerezhető összes pontszám: 30 pont. Részpontok adhatók. Aláírás követelmény: minimum 20 pont.

1. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely definíció alapján számolja ki egy megadott mátrix Frobenius normáját. A Frobenius norma

$$\|A\| = \sqrt{\sum_i \sum_j |a_{ij}|^2}$$

módon van definiálva. (Ne használja a Matlab/Octave beépített függvényét.)

function x =függvéynév(A)

Input: A mátrix,

Output: A mátrix Frobenius normája.

A megírt függvény működését tesztelje az

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrixon.

2. Írjon Matlab/Octave függvényt amelynek inputja egy pozitív egész szám (n), outputja egy sorvektor, amely a Fibonacci sorozat első n tagját tartalmazza. A Fibonacci sorozatot (F_n) módon jelöljük és

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (n \geq 3)$$

módon definiáljuk. A függvény működését tesztelje az $n = 10$ értékkel.

Szorgalmi feladat: Számolja ki $\frac{F_{10}}{F_9}$ hányadost. Ha jól számolunk, akkor $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ körüli értéket kapunk, ami az aranymetszés esetén a nagy/kicsi hányados értéke.

3. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely egy mátrixot és a hozzá tartozó vektort megengedett sorműveletek alkalmazásával felső háromszög alakúra hoz. (Az $Ax = b$ LER megoldása Gauss módszerrel.)

function $[B, c]$ =függvéynév(A, b);

Input: A az együttható mátrix, b a konstansok oszlopvektora;

A függvény működését tesztelje az

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 25 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

mátrixon és vektoron.

4. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely lineáris egyenletrendszert (LER) old meg abban az esetben, ha az együtthatómátrix felső háromszög alakú.

function x =függvéynév(B, c)

Input: B felső háromszög alakú együttható mátrix, és c a konstansok oszlopvektora.

Output: x , a $Bx = c$ LER megoldása.

A függvény működését tesztelje azon a B mátrixon és c oszlopvektoron, amelyet az előző feladat során kaptunk kimenetként.

5. Határozzuk meg az $x^2 + x - 1 = 0$ egyenlet $[0, 2]$ intervallumba eső gyökét epsilon = 0.0001 pontossággal. Javasoljuk a Newton-Raphson módszert.

function $[x, it]$ =függvéynév(x ,epsilon)

Input: x kezdőérték, epsilon=pontosság;

Output: x =közelítő érték, it az iterációk száma;

Leállási feltétel: $|x_k - x_{k-1}| \leq \text{epsilon}$.

Mivel $f(2) = 5 > 0$ $f''(2) = 2 > 0, \dots$, így a monoton konvergencia tétel feltételei teljesülnek, $x = 2$ kezdeti érték választható.

Ha jól számolunk, akkor $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ körüli értéknek kell kijönnie, ami az aranymetszésnél a nagy/egész arány.

Dátum:

Gyakorlatvezető:

Gyakorlat időpontja:

Név:

Neptunkód:

C csoport

Minden feladat esetén írja le a függvényt (4 pont), írja le a függvényhívást (1 pont), adja meg a futási eredményt (1 pont); így a megszerezhető összes pontszám: 30 pont. Részpontok adhatók. Aláírás követelmény: minimum 20 pont.

1. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely inputja egy A mátrix, outputja az A mátrix kondíciószáma, ami

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

módon van definiálva. A kondíciószámban szereplő norma legyen az 1 norma (oszlopösszegnorma). A norma és a mátrixinverz kiszámolásához használhat beépített Matlab/Octave függvényt.

A megírt függvényt tesztelje az

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrixon.

2. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely egy n pozitív egész számról eldönti, hogy prím-e.

Az input legyen az n , az output 0 vagy 1 attól függően, hogy az n szám nem prím vagy prím. Tesztelje a függvény működését a $2^{2^3} + 1$ és a $2^{2^4} + 1$ számokon.

(Ezek az úgynevezett Fermat prímekek, lásd még Gauss és Euler ide vonatkozó munkái, szabályos n -szög szerkeszthetősége.)

3. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely Jacobi iterációval közelíti a $Ax = b$ lineáris egyenletrendszer (LER) megoldását.

function $[x, it] = \text{függvény}(A, b, x, \text{epsilon})$

Input: A az együttható mátrix, b a konstansok oszlopvektora, $x = x_0$ a kezdeti érték, epsilon a pontosság.

Output: x , a $Ax = b$ LER megoldásának a közelítő értéke, it a szükséges iterációk száma.

Leállási feltétel: $\left(\frac{q}{1-q}\right)^k \|x_k - x_{k-1}\| < \text{epsilon}$, ahol a q az iterációs mátrix végtelen normája ($\text{norm}(B, \text{inf})$, maximális sorösszeg), illetve a $\|x_k - x_{k-1}\|$ szintén végtelen normában van számolva, ami a komponensek abszolút értékeinek a maximuma.

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely összetett trapéz formula segítségével integrál.

function I =függvéynév(x, y, n);

Input: x, y (helyek és értékek), n a részintervallumok száma;

Output: I =az integrál közelítő értéke.

A függvény működését tesztelje az

$$\int_{-1}^1 2\sqrt{1-x^2}dx$$

függvény integrálásával, $n = 100$ esetén.

Ha jól számolunk, akkor π közeli értéknek kell kijönnie, hiszen az egység sugarú körlemez területét számoljuk.

5. Határozzuk meg Newton-Rahson módszerrel a $\sqrt{2}$ közelítő értékét. Az $f(x) = x^2 - 2$ függvény zérushelyét keressük.

function $[x, it]$ =függvéynév($x, epsilon$);

Input: x a kezdőérték, epsilon a hiba;

Output: x a közelítő érték, it az iterációk száma.

$$f(x) = x^2 - 2 \quad f'(x) = 2x \quad f''(x) = 2$$

$x_0 = 2$ kezdőértéknek megfelelő és $x_0 = 100$ is megfelelő.

Leállási feltétel: $|x_k - x_{k-1}| < \text{epsilon}$.

A megírt függvény működését teszteljük az $x_0 = 2$ és $x_0 = 100$ esetén is.

Dátum:

Gyakorlatvezető:

Gyakorlat időpontja:

Név:

Neptunkód:

D csoport

Minden feladat esetén írja le a függvényt (4 pont), írja le a függvényhívást (1 pont), adja meg a futási eredményt (1 pont); így a megszerezhető összes pontszám: 30 pont. Részpontok adhatók. Aláírás követelmény: minimum 20 pont.

1. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely egy A mátrix végtelen normáját (sorösszegnorma) számolja ki. Inputként szerepeljen az A mátrix, output legyen a kiszámolt norma. A normát közvetlenül definíció alapján számolja.

A megírt függvényt tesztelje az

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrixon.

2. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely egy megadott a számhoz megadja a nála nagyobb vagy egyenlő számok közül az első n db prímet (az 1 nem prím).

Input: a , ami egy 1-nél nagyobb páratlan egész szám, n pozitív egész.

Output: x vektor, amely tartalmazza az a számnál nagyobb vagy egyenlő számok közül az első n db prímet.

A függvény működését tesztelje azzal, hogy kiírat a képernyőre 10 db egymást követő prím számot, amelyek nagyobbak vagy egyenlőek 2001-nél.

3. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely Jacobi iterációval közelíti a $Ax = b$ lineáris egyenletrendszert (LER) megoldását.

function $[x, it] = \text{függvénynév}(A, b, x, \text{epsilon})$

Input: A az együttható mátrix, b a konstansok oszlopvektora, epsilon a pontosság.

Output: x , az $Ax = b$ LER megoldásainak közelítő értéke, it a szükséges iterációk száma.

Leállási feltétel: $\left(\frac{q}{1-q}\right)^k \|x_k - x_{k-1}\| < \text{epsilon}$, ahol a q az iterációs mátrix végtelen normája

($\text{norm}(B, \text{inf})$), illetve a $\|x_k - x_{k-1}\|$ szintén végtelen normában van számolva a komponensek abszolút értékének a maximuma.

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 10 \\ 14 \\ 13 \end{bmatrix}$$

4. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely összetett Simpson formula segítségével integrál.

function I =függvéynév(x, y);

Input: x, y (helyek és értékek);

Output: I =az integrál értéke.

A függvény működését tesztelje az

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$$

függvény integrálásával, $n = 100$ esetén.

5. Határozzuk meg az

$$\frac{x}{1-x} = 1-x$$

egyenlet $[0, 1]$ -beli gyökét.

A javasolt módszer az iterációs fixpontkeresés, a $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$g(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 1)$$

iterációs függvénynel.

function $[x]$ =függvéynév(epsilon)

Input: epsilon=hiba;

Output: fixpont;

Leállási feltétel: $\left(\frac{q}{1-q}\right)^k |x_k - x_{k-1}| \leq \text{epsilon}$, ahol $q = \frac{2}{3}$.

Ha jól számolunk, akkor $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ körüli értéknek kell kijönnie, ami az aranymetszés estén a kicsi/egész arány.

Dátum:

Gyakorlatvezető:

Gyakorlat időpontja:

Név:

Neptunkód:

E csoport

Minden feladat esetén írja le a függvényt (4 pont), írja le a függvényhívást (1 pont), adja meg a futási eredményt (1 pont); így a megszerezhető összes pontszám: 30 pont. Részpontok adhatók. Aláírás követelmény: minimum 20 pont.

1. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely inputja egy A mátrix, outputja az A mátrix kondíciószáma, ami

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

módon van definiálva. A kondíciószámban szereplő norma legyen a Frobenius norma, ami

$$\|A\| = \sqrt{\sum_i \sum_j (a_{ij})^2}$$

módon van definiálva.

A megírt függvényt tesztelje az

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrixon.

2. Végtelen sor közelítése részletösszege sorozattal. A

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$

numerikus sor értékét közelítjük az

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$$

részletösszege.

function x =függvéynév(*epsilon*)

Input: *epsilon* a pontosság.

Output: x , ami az S_n értékét tartalmazza.

Leállási feltétel: $\frac{1}{k^2} < \text{epsilon}$.

A függvény működését teszteljük $\text{epsilon} = 0.0001$ esetén.

Ha jól számolunk, akkor $\frac{\pi^2}{6}$ közeli értéknek kell kijönnie.

(Baseli probléma, amit Pietro Mengoli vetett fel 1644-ben és elvezet korunk legnevezetesebb nyitott problémájához, a Riemann hipotézishez.)

3. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely létrehoz egy $n \times 1$ típusú x vektort, amely 1-től n -ig tartalmazza az egész számokat, egy $n \times 1$ típusú y vektort, amely $[0, n]$ intervallumból tartalmaz véletlen egész számokat nagyság szerint rendezve ($y = \text{sort}(y)$). Ezt követően az x és y vektorok által meghatározott pontokat ábrázoljuk egy koordináta-rendszerben.

function $[x, y, f] = \text{függvénynév}(n)$

Input: n , ami az x és y hossza,

Output: x és y (lásd fent) és az f (ábrázoljuk).

A függvény futását $n = 10$ esetén teszteljük.

4. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely a legkisebb négyzetek elve alapján adott (x, y) vektorpár által meghatározott pontokra egyenest illeszt, majd az alappontokat illetve az egyenest közös koordináta-rendszerben ábrázolja.

function $g = \text{függvénynév}(x, y)$

Input: x, y (lásd fent);

Output: g a pontok és az illesztett egyenes közös koordináta-rendszerben ábrázolva.

A megadott pontokra illeszkedő egyenes ábrázolásánál lehet alkalmazni a $\text{linspace}(a, b)$ parancsot.

5. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = qx + 1$ függvény fixpontját határozza meg.

function $x, it = \text{függvénynév}(q, \text{epsilon})$

Input: q , ami egy egynél kisebb abszolútértékű valós szám, az epsilon a pontosság,

Output: x a fixpont közelítő értéke, it a szükséges iterációk száma.

Leállási feltétel: $\left(\frac{q}{1-q}\right)^k < \text{epsilon}$, ahol a k -adik iteráció esetén.

A függvény működését teszteljük a $g\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$g(x) = \frac{3}{7}x + 1 \quad (x \in \mathbb{R})$$

fixpontjának a meghatározásával.

Szorgalmi feladat: kapcsolat a geometriai sor összegképletével.

Dátum:

Gyakorlatvezető:

Gyakorlat időpontja:

Név:

Neptunkód:

F csoport

Minden feladat esetén írja le a függvényt (4 pont), írja le a függvényhívást (1 pont), adja meg a futási eredményt (1 pont); így a megszerezhető összes pontszám: 30 pont. Részpontok adhatók. Aláírás követelmény: minimum 20 pont.

1. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely inputja egy A mátrix, outputja az A mátrix kondíciószáma, ami

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

módon van definiálva. A kondíciószámában szereplő norma legyen a végtelen norma ($\text{norm}(A, \infty)$, ami maximális sorösszeg norma).

A megírt függvényt tesztelje az

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrixon.

2. Végtelen sor közelítése részletösszezsorozattal. A

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$

numerikus sor értékét közelítjük az

$$S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$$

részletösszeaggel.

function $x = \text{függvénynév}(\text{epsilon})$

Input: epsilon a pontosság,

Output: x , ami az S_n értékét tartalmazza,

Leállási feltétel: $\frac{1}{k!} < \text{epsilon}$.

A függvény működését teszteljük $\text{epsilon} = 0.0001$ esetén. A futási eredményt hasonlítsuk össze a e értékével.

3. Írjon Matlab/Octave függvényt, amely alkalmas $Ax = b_1, \dots, Ax = b_n$ típusú LER-ek szimultán megoldására részleges főelemkiválasztást alkalmazó Gauss-Jordan módszer segítségével.

function $C = \text{függvénynév}(A, B)$

Input: A az együtthatómátrix, a B egy olyan mátrix, amely oszlopvektorai a jobb oldal oszlopvektorait tartalmazzák.

A függvény tesztelésére oldjuk meg az $Ax = b$ LER-t, ahol

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 13 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

4. a 3. feladatban megírt függvényt alkalmazzuk az

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrix inverzének a meghatározására.

5. Írjon Matlab/Octave függvényt, amellyel meghatározza az

$$x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}$$

kifejezés közelítő értékét. Javasoljuk a fixpontiterációt a $g : [1, +\infty[\rightarrow [1, +\infty[$ $g(x) = \sqrt{1+x}$ iterációs függvény alkalmazásával.

function $[x, it]$ =függvéynév(*epsilon*)

Input: *epsilon* a pontosság,

Output: x a közelítő érték

Leállási feltétel: $\left(\frac{q}{1-q}\right)^k < \text{epsilon}$, ahol a $q = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. (Ha jól számoltunk, akkor az $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ -höz közeli értéknek kell kijönnie, ami az aranymetszésnél a nagy/kicsi arány.)