

1. Számítsa ki az alábbi határozatlan integrált:

$$\int (x^2 + 4x + 1) \cdot \sin x \, dx$$

2. Számítsa ki az alábbi görbe $[2, 4]$ intervallumba eső szakaszának x tengely körüli elforgatásával keletkező forgástest térfogatát.

$$f(x) = 6x + \cos 6x$$

3. Adja meg az x tengely, az y tengely és az alábbi görbe által közrefogott területet:

$$f(x) = 3\sqrt{-x + 2}$$

4. Adja meg az alábbi görbék által közrefogott területet:

$$f(x) = 2x^2$$

$$g(x) = 14x - 24$$

5. Oldja meg az alábbi differenciálegyenletet! Adja meg az $y(0) = 1$ feltételhez tartozó partikuláris megoldást.

$$y' = \sqrt{1 - y^2} \cdot \frac{-8x + 19}{(x + 3)(x + 2)}$$

6. Határozza meg az alábbi differenciálegyenlet partikuláris megoldását az $y(e) = \frac{e^2}{2}$ kezdeti feltétel mellett!

$$y' + \frac{y}{x} = e^x + \frac{3e^x}{x}$$

7. Adja meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' + 9y' + 20y = (x + 4) \cdot e^x$$

8. Határozza meg az alábbi kétváltozós valós függvény szélsőértékeit és nyeregpontjait!

$$f(x, y) = 7 + 560x - 72y + 4y^2 - 18xy + xy^2 + 112x^2$$

9. Adja meg az alábbi görbe ívhosszát a $t \in [3, 8]$ intervallumon!

$$\bar{r}(t) = (5t, 4 \cos t, 4 \sin t)$$

10. Számítsa ki az alábbi kettős integrált! Vázolja az integrálási tartományt!

$$\int_0^3 \int_0^{3-y} e^{-5x+5y} dx dy$$

11. Adja meg az alábbi kétváltozós valós függvény $\bar{v} = (-4, 2)$ iránymenti deriváltját a $P = (4, -3)$ pontban.

$$f(x, y) = \cos(4 \cos x \cdot \sin y) - \operatorname{ch}(\cos x \cdot \sin y) - \operatorname{ctg}\left(\frac{y}{x}\right)$$

12. Legyen adott a következő vektortér:

$$\bar{v}(x, y, z) = (y + \operatorname{tg} z, x, \frac{x}{\cos^2 z})$$

Határozza meg a vektortér divergenciáját és rotációját! Örvénymentes, illetve forrásmentes-e a vektortér? Ha létezik, adja meg a vektortér potenciálfüggvényét is!