Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika
házi feladatok

2020-2021 tanév

1. Valószínűségszámítási feladatok

V1. Egy kockát hatszor egymás után feldobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy

a) az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számok mindegyike szerepelni fog

b) két dobás eredménye 6-os, a többi pedig ettől különböző?

V2. Két kockával dobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy rendre legalább az egyik kockán 6-ost dobunk, két egyenlő számot dobunk és a dobott két szám összege 10?

V3. A 32 lapos magyar kártyából találomra kihúzunk 8 lapot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott lapok között 3 piros lesz, (Oldjuk meg a feladatot úgy is, hogy a kihúzott lapokat nem tesszük vissza s úgy is, hogy minden húzás után a kihúzott lapot miután megnéztük, visszatesszük.)

V4. Egy dobozban 5 piros golyó van. Hány fehér golyót kell hozzátenni, hogy a fehér golyó húzásának a valószínűsége nagyobb legyen 0,9-nél?

V5. A 32 lapos magyar kártyacsomagból kihúzunk 6 lapot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott lapok között mind a 4 szín elfordul?

V6. Az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával véletlenszerűen felírunk egy 4 jegyű számot. Mi a valószínűsége annak, hogy

a) a kapott szám 2 különböző számjegyet tartalmaz

b) legalább három különböző számjegyet tartalmaz?

V7. Mutassuk meg, hogy ha $P(A) \geq 0{,}7$; $P(B) \geq 0{,}9$, akkor $P(A{\cdot}B) \geq 0{,}6$.

V8. Valakit keresünk az egyetemen. A keresett személy egyforma valószínűséggel lehet adott öt terem valamelyikében, s annak a valószínűsége, hogy az öt terem valamelyikében egyáltalán jelen van 0,8. Már 4 termet megnéztünk, de a keresett személyt nem találtuk. Mennyi a valószínűsége, hogy az ötödik teremben megtaláljuk?

V9. Valamilyen vegyszerrel szúnyogirtást végeztek. Azt tapasztalták, hogy az első permetezésnél a szúnyogok 85%-a elpusztult, az életben maradottak közül a második permetezésnél 45% pusztult el, míg a harmadik permetezésnél a szúnyogok 15%-a.

a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy szúnyog három permetezést túl?

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy szúnyog még két permetezést túlélt, feltéve, hogy az elsőt túlélte?

V10. Egy üzemben három csavargyártó gép működik. E gépek a termelés 35, 45 ill. 20%-át szolgáltatják. Az első gép 6%-os selejttel, a második 5 %-os; a harmadik pedig 3%-os selejttel dolgozik. A napi termelésből véletlenszerűen kiválasztunk 1-et.

a) Mi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott selejtes?

b) Tudjuk, hogy a kiválasztott csavar selejtes. Mi a valószínűsége, hogy az első gép gyártotta?

V11. Van két urnánk. Az elsőben 6 piros és 8 fehér golyó van, a másodikban 8 piros s 9 fehér golyó van. Az elsőből véletlenszerűen húzunk egyet s anélkül, hogy megnézünk, beletesszük a másodikba. Ezután a második urnából húzunk egyet. Mi a valószínűsége, hogy a második urnából húzott golyó piros lesz?

V12. Két kockával dobunk. A ζ valószínűségi változó legyen a dobott számok különbsége. (A különbség nem negatív.) Adja meg a ζ eloszlását; eloszlásfüggvényt, várható értékét és szórását!

V13. Egy ζ valószínűségi változó árkuszfüggvénye exponenciális eloszlású $E(\zeta) = 10$ várható értékkel. Mekkora valószínűséggel esik ζ a $(2;3)$ intervallumba? Írjuk föl a ζ eloszlásfüggvényt!

V14. Egy valószínűségi változó sűrűségfüggvénye: $f(x) = b/x^4$, ha $x > 1$ és $f(x) = 0$ különben. Határozza meg a ζ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, várható értékét, szórását és annak a valószínűségét, hogy ζ a $(0,5; 0,8)$ intervallumba esik.

V15. Egy ζ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye: $f(x) = A\cos(x/2)$, ha $0 < x < \pi$ és $f(x) = 0$, különben. Határozzuk meg a ζ valószínűségi változó várható értékét és szórását!

V16. Annak a valószínűsége, hogy egy üzemben a nyersanyagellátás valamely napon zavartalan 0,75.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy héten (6 nap) keresztül 3 napon át lesz az ellátás zavartalan?

b) Mennyi lesz az egy heti zavartalan ellátású napok számának a várható értéke?

V17. Egy céltáblára öten adnak le egy-egy lövést. A lövők egyformán jók, mindegyikük 0,8 valószínűséggel ér el találatot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 3 találat lesz a céltáblán?

V18. Egy augusztusi éjszakán átlagosan 10 percenként észlelhető csillaghullás. Mennyi annak a valószínűsége, hogy negyed óra alatt 2 csillaghullást látunk?

V19. Kalácssütéskor 1 kg tésztába 30 szem mazsolát teszünk. Mennyi a valószínűsége, hogy egy 5 dkg-os szeletbe 2-nél több mazsola kerül?

V20. Annak a valószínűsége, hogy egy benzinkútnál a tankolásra 6 percnél többet kell várni, a tapasztalatok szerint 0.1. Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen érkezve a benzinkúthoz 3 percen belül sorra kerülünk?

V21. Egy üzletbe átlagosan 30 vevő érkezik óránként.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy két, egymás után érkező vevő érkezési ideje között eltelt idő 2 percnél több?

b) Mennyi a valószínűsége, hogy ez az időtartam 3 percnél kevesebb?

c) Mekkora a valószínűsége, hogy ez az időtartam 1 és 3 perc közé esik?

V22. Statisztikai adatokból megállapították, hogy a 20 éves fiúk magassága centiméterekben mérve N(170; 6) normális eloszlású valószínűségi változó.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott fiú 175 cm-nél magasabb?

b) 165 és 175 cm közötti?

V23. A munkapadról kikerült termék hossza normális eloszlású valószínűségi változó, névleges hossza 20 cm, szórása 0,2 cm.

a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy termék hossza 19,7 s 20,2 cm közé esik?

b) Milyen pontosságot biztosíthatunk 0,95 valószínűséggel a munkadarab hosszára?

V24. Egy autószalonban két féle modellt árusítanak (sportkocsit és családi autót) háromféle színben (fehér, ezüst és piros színekben). A tapasztalatok szerint a vásárlók 40%-a vásárol sportkocsit, a többiek családi autót. A sportkocsit vásárlók fele ezüst színt választ, fehér és piros sportkocsit egyenlő arányban vásárolnak. A családi autót vásárlók 50%-a fehér modellt veszik, a többi családi autó 1:2 arányban fogy ezüst és piros színekben. Definiáljunk két valószínűségi változót! Legyen $\xi = 1$ ha a vásárló sportkocsit vesz és $\xi = 2$ ha családi autót, továbbá vegye fel η az 1, 2, 3 értékeket, ha a választott szín rendre fehér, ezüst illetve piros.

Határozza meg az alábbiakat:

a) A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó együttes eloszlását!

b) A peremeloszlásokat!

c) A peremeloszlás-függvényeket!

d) Az együttes eloszlásfüggvényt!

e) Korrelációs együttható!

V25. Valamely társadalmi rétegben meg akarjuk határozni a színházba járók arányát. Hány megfigyelést kell végeznünk ahhoz, hogy a megfigyelésből adódó arány a valódi aránytól legalább 95% valószínűséggel 0,01-nél kisebb hibával térjen el?

V26. Egy elektronikus hálózaton 1000 jelet továbbítanak másodpercenként. Egy jel eltorzulásának valószínűsége 0,005. Tegyük fel, hogy a jelek torzulása egymástól független. Mi a valószínűsége annak, hogy az egy másodperc alatt továbbított jelek között

a) Legfeljebb 100 jel torzul?

b) Legalább 500 jel eltorzul?

c) A torzult jelek száma 400 s 600 között lesz?

V27. Egy műszaki cikk élettartama a tapasztalatok szerint normális eloszlású valószínűségi változó 1200 óra várható értékkel és 50 óra szórással.

a) Hány működési órára szóló garanciát adjon a gyártó cég, ha az eladott szerkezeteknek legfeljebb 5%-át szeretné garanciálisan cserélni?

b) Ha rendelkezünk 5 db ilyen szerkezettel, mi a valószínűsége, hogy közülük pontosan egy lesz garanciálisan kicserélve?

V28. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó a (3, 7) intervallumban egyenletes eloszlású. Határozzuk meg a $2\xi + 1$ valószínűségi változó eloszlás-, s sűrűségfüggvényét, valamint várható értékét és szórását!

V29. Egy egyenletes eloszlású valószínűségi változó várható értéke 4, szórásnégyzete 3. Írjuk fel az eloszlásfüggvényét!

V30. Egy rádióállomás minden órában közli a pontos időt. Valaki bekapcsolja a rádiót. Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb 10 percet kell várnia az időjelzésre, ha feltételezzük, hogy a rádió bekapcsolásának időpontja egyenletes eloszlású?

V31. Egy benzinkútnál a tapasztalatok szerint a várakozási idő átlagosan 4 perc. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy alkalommal 3 percnél többet, de 4 percnél kevesebbet kell várakozni?

V32. Egy munkapadról kikerül alkatréz hossza normális eloszlású $m = 30$ várható értékkel és $\sigma = 0.2$ cm szórással.

i) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy alkatrész hossza 29.7 cm s 30.3 cm között esik?

ii) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés 1 cm-nél kevesebb?

iii) Milyen pontosságot biztosíthatunk 0.9 valószínűséggel a munkadarabok hosszára?

V33. A liszt csomagolásánál a csomagológép 1 kg várható súlyú csomagokat készít 2.5 dkg szórással. Feltehetjük, hogy a csomagolt mennyiség súlya normális eloszlású . Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy csomagban 95 dkg-nál kevesebb liszt lesz?

2. Matematikai statisztikai feladatok

S1. Határozzuk meg Poisson-eloszlás esetén a λ paraméter maximum likelihood-becslést!

S2. Valamely mérőeszközzel törtnő mérési eredmények N(m; 0,2) normális eloszlást követnek. Miután 50 mérést elvégeztünk, a mérési eredmények átlaga 2.25. Adjunk 95%-os szintű konfidenciaintervallumot az m várható értékre!

S3. Villanyégők vizsgálatánál egy adott tételből 15 darabnak mértek meg az égési időtartamát, mely közelítőleg normális eloszlású volt. A mintaközépre 1200 óra, a korrigált empirikus szórásnégyzetre 186 óra adódott. Adjunk 99%-os szintű konfidenciaintervallumot a várható értékre!

S4. Egy markológép által kiemelt homok mennyiséget véletlenszerűen 16- szor lemérték, melynek empirikus szórására 15 kg értéket kaptak. Adjunk meg a szórásra 90%-os szintű konfidenciaintervallumot!

S5. Tekintsük a következő problémát: egy csokoládégyár 14 dekagrammos csokoládé- szeleteket gyárt egy 2 dekagramm szórású gépen. Egy véletlen minta mintaközepe 14,8 dekagramm volt. Feltételezhető-e az eltérés véletlenszerűsége?

S6. Egy töltőautomata 1000 gramm anyag betöltésére van beállítva. Mintavétel során a következő értékeket kaptuk:

985	987	1003	993	996
991	994	1004	1002	985

A következő hipotézist kell megvizsgálnunk 95%-os szinten: teljesül-e a várható értékre az $m_0 = 1000$ előírás?

S7. Egy dobókockát 1400-szor feldobunk, és az egyes számok gyakoriságára a következő értékeket kapjuk: 1-es: 228; 2-es: 248; 3-as: 224; 4-es: 237; 5-ös: 235 és 6-os: 236. Szabályosnak tekinthetjük-e a kockát?

S8. Valamely gép által az (1)-es, illetve a (2)-es beállítás mellett gyártott termékek egyik jellemzője N(10, 1), illetve N(10.25, 1) eloszlású valószínűségi változó. Egy hosszú gyártási folyamat során elfelejtették feljegyezni, hogy melyik beállítással termelt a gép. Megvizsgálják 100 termékre a szóban forgó méretet. Mi legyen a döntésünk, hogy a helytelen (1)-es döntés valószínűsége ne legyen több 0.02-nél?

S9. Egy érmét 100-szor feldobtunk, és 63 fej jött ki. Szabályosnak mondható-e az érme?

S10. Egy betegséget egy bizonyos gyógyszer $p = 0.6$ valószínűséggel gyógyít meg. Valaki egy új gyógyszerről azt állítja, hogy jobb az előzőnél. Ha 20 emberből 15 meggyógyult az új gyógyszer hatására, akkor hogyan döntünk a $p < 0.6$ nullhipotézisről 95%-os szignifikanciaszinten?

S11. Egy bizonyos betegség esetén 10% a halandóság. 200 hegykilakó közül 29-en haltak meg ebben a betegségben. Jelenti-e ez azt, hogy a hegylakóknak átlagon felüli a halandósága ebben a betegségben?

S12. Egy csomagológép által készített bálákat vizsgálunk. 100 bála mérlegelése után azt kaptuk, hogy a bálák átlagos tömege 705 kg. Legyen a bálák tömege normális eloszlású, 50 kg szórással. Van-e szignifikáns eltérés 95%-os megbízhatósági szinten az előírt 700 kg-hoz képest?

S13. A ξ, η valószínűségi változópárra rendelkezésre áll a következő minta:

x:	101.3	103.7	98.6	99.9	97.2	100.1
y:	609	626	586	594	579	605

Határozzuk meg a korrelációs együttható becsült értékét, és a két változó között lineáris kapcsolatot feltételezve határozzuk meg a regressziós egyenes egyenletét!

S14. A ξ, η valószínűségi változókra rendelkezésünkre áll a következő minta:

x:	1970	1971	1972	1973	1974
y:	13	24	32	46	57

Lineáris kapcsolatot feltételezve határozzuk meg a regressziós egyenest!

S15. Csavarok szakítószilárdsága és méretre való megfelelősége közötti összefüggés vizsgálatára rendelkezésre áll az alábbi vizsgálati eredmény. Függetlenek tekinthető-e a két tulajdonság?

	Méretre	Szakítószilárdságra
Megfelelő	500	40
Selejtes	20	10

S16. A DIÓSGYŐRI vasgyárban két azonos gépen vasrudakat gyártanak a MÁV Rt-nek. A vasrudak hossza normális eloszlású valószínűségi változó rendre $0,09$ és $0,07$ szórással. $97,5$%-os szint mellett döntse el, hogy tekinthető-e azonosnak a két mintában a vasrudak nominális hossza (azaz a rudak hosszának várható értéke). A gépek által gyártott rudakból vett minták rendre a következők:

$$50,15;\ 51,50;\ 55,60$$

illetve

$$61,25;\ 48,15;\ 60,40;\ 46,45.$$

S17. Tekinthető-e 95%-os szinten szabályosnak az a kocka, amellyel 1200-szor feldobva az alábbi kimeneteket kaptuk:

Lap:	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**
Gyakoriság:	200	240	160	180	200	220

S18. A Taurus gyárban gyártott gumiabroncsok élettartama normális eloszlású valószínűségi változó. Az élettartamra (hónapokban mérve) a következő mintát kapták:

$$10;\quad 9,5;\quad 15;\quad 14,5;\quad 11$$

Határozza meg a gumiabroncsok élettartamának várható értékére a 95%-os megbizhatósági szintű konfidenciaintervállumot!

S19. Két fájdalomcsillapító hatását vizsgálták 9-9 betegen, mérve a fájdalom szűnéséig eltelt időt (alkalmas időegységben), melyeket **X** ill. **Y** valószínűségi változókkal jelölünk. Az adatok:

X:	30	32	15	54	28	25	40	26	20
Y:	33	35	28	40	29	30	38	34	30

Normális eloszlást feltételezve, van-e lényeges különbség a két gyógyszer hatása között? (A két mintát nem függetlennek tekintjük.)

S20. Egy szerves vegyület oxigéntartalmának vizsgálatához 10 mérést végeztek $20,95$ átlagot és $0,06$ tapasztalati szórást kaptak. Határozza meg a várható értékre 95%-os szintű konfindencia-intervallumot, ha a nomálitás biztosított!

S21. Az alábbi táblázat azt adja meg, hogy egy gépészmérnöki évfolyamon hányan nem kapták az 1-est statisztikából aszerint csoportosítva a diákokat, hogy sportolnak-e rendszeresen. A 95%-os szinten döntsön arról, hogy függetlenek-e a statisztikajegyek a sportolástól!

Jegyek	**2-es**	**3-as**	**4-es**	**5-ös**
Nem sportol	50	35	35	20
Sportol	10	15	25	10

S22. Egy automata palacktöltőgép cm^3-ben megadott mennyiségű folyadékot tölt a palackba. A palackba (véletlenszerűen) az adott folyadékmennyiségtől eltérően hol több, hol kevesebb kerül. Az X valószínűségi változó jelölje a palackba töltött folyadékmennyiséget. A palackok tartalmát 12 elemű véletlen minta alapján ellenőrizték és a vizsgálat osztályba sorolással a következő táblazatba foglalták:

Folyadékmennyiség-eltérés osztályhatárai:	$(-3;-2)$	$(-2;-1)$	$(-1;0)$	$(0;1)$	$(1;2)$	$(2;3)$
Gyakoriság:	1	2	3	3	2	1

Határozza meg a folyadékmennyiség-eltérés sűrűséghisztogramját!

S23. Egy homokbánya markolója által kiemelt homok kg súlyát véletlen kiválasztással 20 esetben lemérték. A 20 elemű véletlen minta alapján végzett vizsgálat eredményét a következő táblázatba foglalták:

Osztályhatárok:	$(470;480)$	$(480;490)$	$(490;500)$	$(500;510)$	$(510;520)$	$(520;530)$
Gyakoriság:	1	2	7	7	2	1

Határozza meg a súlyeltérés sűrűséghisztogramját!

S24. Egy gyáregységben a dolgozók havi fizetését 5 csoportba sorolták. A bérek gyakoriságának alakulása az alábbi táblázatban található.

Intervállumok:	$(-\infty,\ 20]$	$(20,\ 40]$	$(40,\ 60]$	$(60,\ 80]$	$(80,\ \infty]$
Gyakoriság:	3	12	6	1	3

A bérek átlaga és korrigált tapasztalati szórásnégyzete 50 és 2500. Döntse el $0,99$ szignifikancia szint mellett arról a hipotézisről, hogy a bérek eloszlása normális!

S25. A Philips gyárban gyártott televizió készülékek élettartama normális eloszlású valószínűségi változó. Az élettartamra (evekben mérve) a következő mintát vették:

$$10,5; \quad 20; \quad 16,5; \quad 12; \quad 11.$$

Határozza meg a televizió készülékek élettartamának várható értékére 95%-os megbizhatósági szintű konfidenciaintervállumot!

S26. Az alábbi pontok milyen egyenesre illeszkednek legjobban?

$$(-1;\ 2)\,;\ (1;\ 1)\,;\ (8;\ -3)\,;\ (2;4)$$

S27. Az alábbi két minta két különböző gyárban tapasztalt selejarányra vonatkozik. Állitható-e, hogy az A gyár jobban dolgozott?

A :	12,1	12,8	12,2	12,5	11.9	12,5	11,8	12,4	12,9	11,9
B :	12,1	12,0	12,9	12,2	12,7	12,6	12,6	12,8	12,0	13,1

S28. Legyen $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ pozitív elemekből álló minta az

$$f(x;\Theta) = \begin{cases} \frac{2x}{3\Theta^2} & \text{ha } \Theta < x \leq 2\Theta \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

ahol Θ egy pozitív paraméter. Becsülje a Θ paramétert maximum likelihood-módszerrel!

S29. Egy konzervgyár mindkét próbaüzembe állított gépén 300 grammos konzervek gyártását kezdte meg. Állítható-e, hogy az **I**-es gép jobban dolgozott mint a **II**-es gép az alábbi minták alapján?

I-es gép:	300	301	303	288	294	296
II-es gép:	305	317	308	300	314	316

S30. Független-e a hajszín és a szemszín a $99,5$%-os szinten? 200 ember megfigyelve az alábbiak adódtak:

	Szőke haj	**Barna haj**	**Fekete haj**
Kék szem	42	28	3
Barna szem	17	89	21

S31. A Michelin gyárban gyártott gumiabroncsok élettartama normális eloszlású valószínűségi változó. Az élettartamra (hónapokban mérve) a következő mintát kapták:

$$10; \quad 9,5; \quad 15; \quad 14,5; \quad 11$$

Határozza meg a gumiabroncsok élettartamának szórásnégyzetére a 95%-os megbizhatósági szintű konfidenciaintervállumot!

S32. Legyen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pozitív elemekből álló minta az

$$f(x;\Theta) = \begin{cases} \frac{2x}{3\Theta^2} & \text{ha } \Theta < x \le 2\Theta \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

ahol Θ egy pozitív paraméter. Becsülje a Θ paramétert maximum likelyhood-módszerrel!

S33. Egy adagolóautomata müködésének vizsgalatához 118 db doboz mérlgelését végezték el. A grammokban adott névleges tömegértéktől való eltérés értékeit osztályba sorolva az alábbi táblázat tartalmazza:

Osztályok: $x_{i-1}; x_i$	Gyakoriság: f_i
$\ldots - 1,5$	12
$1,51 - 3,5$	25
$3,51 - 4,5$	22
$4,51 - 5,5$	24
$5,51 - \ldots$	35

Feltehető-e, hogy az előírt tömegértéktől való eltérések normális eloszlásúak 95%-os szint?

S34. Legyen X egy valószínűségi változó, melyre $X_1, X_2, \ldots, X_n$ elemekből álló mintát veszünk. Határozza meg az $X_1, X_2, \ldots, X_n$ mintában rejlő Fisher-féle információmennyiséget, ha az X sűrűségfüggvénye

$$f(x;\Theta) = \begin{cases} \Theta\,|x|^{2\Theta-1}, & \text{ha } -1 < x < 1 \\ \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

S35. Egy olvadó biztosítékokat gyártó cég feltételezi, hogy a működésképtelen biztosítékok aránya legfeljebb $0,1$. Vizsgálja meg $5,2$%-os szignifikancia szinten ezt a feltevést egy 150 elemű minta alapján, melyben a selejtes termékek száma 25. A döntését a P-érték alapján hozza meg!

S36. Egy újonnan kifejlesztett müzli ötféle magot (A, B, C, D, E) tartalmaz, melyek százalékos megoszlása a terméken lévő tájékoztató szerint 35%, 25%, 20%, 10%, illetve 10%. Egy véletlenszerűen kiválasztott zacskóban az alábbi mennyiségi megoszlást találtak.

Összetevők:	A	B	C	D	E
Szem (darab):	184	145	100	68	63

Döntsön 10%-os szinten, hogy a minta összetétele megfelel-e a csomagoláson feltüntetettnek!

S37. Egy élelmiszeripari cég egyik gyártósora margarint tölt műanyag dobozokba. Ismert, hogy a gyártósorról lekerülő dobozok nettó töltősúlya normális eloszlású 4 gramm szórással. Az előírás szerint a dobozok átlagos töltősúlyának 250 grammnak kell lenni. A gyártósorról lekerülő termékekből egy 10 elemű mintát vettek, melyeknek grammban kifejezett töltősúlya a következő:

255 242 245 253 249 251 250 255 245 246

A 10%-os szignifikanciaszinten ellenőrizze a minta felhasználásával, hogy a megadott szórás megfelelő-e vagy sem!

S38. Egy konzervgyár mindkét próbaüzembe állított gépén 300 grammos konzervek gyártását kezdte meg. Állítható-e, hogy az **I**-es gép jobban dolgozott mint a **II**-es gép az alábbi minták alapján, ha a normálitás fetételezzük?

I-es gép:	300	301	303	288	294	296
II-es gép:	305	317	308	300	314	316

S39. Az Árelhajlásvizsgáló Hivatal összehasonlította két konkurens hipermarket élelmiszerárait. Tíz véletlenszerűen kiválasztott terméket vizsgáltak, melyek árait az alábbi táblázat tartalmazza:

Termék:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
I-es Hipermarket:	464	158	376	112	98	92	38	74	66	38
II-es Hipermarket:	432	148	416	104	84	98	36	62	76	34

Az árkülönbségeket normális eloszlásúnak feltételezve döntsön 5%-os szignikanciaszinten, van-e eltérés a két hipermarket élelmiszereinek árszintje között!

S40. Tekintsünk 5000 darab televíziókészüléket, melyből 100 darab rossz. Véletlenszerűen kiválasztunk egy televíziót. Adjon intervallumbecslést annak a valószínűségére, hogy a kiválasztott televízió rossz, 95%-os konfidenciaszint mellett!

S41. A TUNGSRAM gyárban gyártott különleges neon izók élettartama normális eloszlású valószínűségi változó. Az élettartamra (hónapokban mérve) a következő mintát kapták:

$$10; \quad 9,5; \quad 15; \quad 14,5; \quad 11.$$

Határozza meg az izók élettartamának szórásnégyzetére a 95%-os megbízhatósági szintű konfidenciaintervállumot!

S42. Hat darab csapágy belső gyűrűjének átmérőjét mérték az **A** és **B** mérőműszeren. A következő mérési eredményeket kapták:

csapágy	1.	2.	3.	4.	5.	6.
A mérőműszer	6, 0	10, 1	8, 0	13, 0	12, 0	9, 2
B mérőműszer	6, 2	9, 9	8, 0	12, 9	11, 7	9, 0

Teszteljük, mutat-e a két mérőműszeren mért érték 5%-os szignifikáns eltérést! (A különbségek normális eloszlásúak.)

S43. Az alábbi táblázat három (a TV-ben különböző intenzitással reklámozott) fogkrém fogyasztására vonatkozó adatokat tartalmaz a TV nézés idejének függvényében:

Fogkém fajta →	**A**	**B**	**C**
TV nézés hetente ↓	1 óra reklám	5 perc reklám	0 perc reklám
< 5 óra mérőműszer	80	60	60
$< 5 - 15$ óra mérőműszer	70	70	60
> 15 óra mérőműszer	90	65	45

Van-e összefüggés a kedvelt fogkrém márkája és a TV nézés időtartama között?

S44. Az alábbi két minta két különböző gyáregységben tapasztalt selejtarányra vonatkozik (ezrelékben). Állítható-e 5%-os szinten, hogy az **A** gyáregység jobban dolgozott?

A	11, 9	12, 1	12, 8	12, 2	12, 5	11, 9	12, 5	11, 8	12, 4	12, 9
B	12, 1	12, 0	12, 9	12, 2	12, 7	12, 6	12, 6	12, 8	12, 0	13, 1

S45. Egy szerves vegyület oxigéntartalmának vizsgálatához 10 mérést végeztek 20, 95 átlagot és 0, 06 tapasztalati szórást kaptak. Határozza meg a várható értékre 95%-os szintű konfindencia-intervallumot, ha a normalitás biztosított!

S46. Legyen a minta

$$\begin{array}{cccccccc} 87.55, & 84.40 & 133.55, & 96.52 & 94.07, & 100.03, & 101.51, & -41.39, \\ -427.64, & 82.04, & 108.17, & 85.96, & 78.79, & 90.77, & 108.29, & 83.23, \\ 131.64, & -33.67, & 118.95, & 83.60, & 158.47, & 97.55, & 35.56, & 23.94 \\ 80.16, & 103.55, & 75.69, & 105.62, & 76.79! & & & \end{array}$$

Határozza meg az átlagot, tapasztalati szórásnégyzetet, medián és medián absolút eltérést!

S47. Készítsen 0.1 szignifikancia szintű konfidenciaintervállumot annak a normális eloszlású valószínűségi változónak a várható értékére, amelyre adott a következő minta:

$$\begin{array}{cccccccc} -4.27, & 4.10, & 2.69, & 8.49, & -5.29, & 1.94, & -3.25, & 8.15, \\ 0.75, & 6.69, & 3.54, & 3.51, & 7.59, & 3.20, & 1.30! & \end{array}$$

S48. Tekinthető-e olyan normális eloszlásból származónak a következő minta, amelynek várható értéke 17 és szórása 25:

$$\begin{array}{cccccccc} 7.91, & 42.59, & 28.19, & 26.53, & 5.09, & -6.20, & 13.25, & -13.37 \\ 16.02, & 54.70, & 25.15, & 27.65, & -21.91, & 4.41, & 5.70, & -10.25 \\ 38.65, & 23.76, & 26.89, & -44.11, & 17.79, & 11.78, & -8.78, & 6.09? \end{array}$$

S49. A DIÓSGYŐRI vasgyárban két azonos gépen vasrudakat gyártanak a MÁV Rt-nek. A vasrudak hossza normális eloszlású valószínűségi változó rendre 0, 09 és 0, 07 szórással. 97, 5%-os szint mellett döntse el, hogy tekinthető-e azonosnak a két mintában a vasrudak nominális hossza (azaz a rudak hosszának várható értéke). A gépek által gyártott rudakból vett minták rendre a következők:

$$50,15; \; 51,50; \; 55,60$$

illetve

$$61,25; \; 48,15; \; 60,40; \; 46,45.$$

S50. Tekinthető-e 95%-os szinten szabályosnak az a kocka, amellyel 1200-szor feldobva az alábbi kimeneteket kaptuk:

Lap:	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**
Gyakoriság:	200	240	160	180	200	220

S51. A Taurus gyárban gyártott gumiabroncsok élettartama normális eloszlású valószínűségi változó. Az élettartamra (hónapokban mérve) a következő mintát kapták:

$$10; \quad 9,5; \quad 15; \quad 14,5; \quad 11$$

Határozza meg a gumiabroncsok élettartamának várható értékére a 95%-os megbizhatósági szintű konfidenciaintervállumot!

S52. Az alábbi pontok milyen egyenesre illeszkednek legjobban?

$$(-1;\ 2)\,;\ (1;\ 1)\,;\ (8;\ -3)\,;\ (2;4)$$

S53. Az alábbi adatok 12 Turbo tudás módszerrel (melynek lényege, hogy kihasználjuk a relaxáció során az agy alfa állapotában rejlő egyedülálló tanulási lehetőségeket.) felkészített hallgató vizsgapontszámait tartalmazzák (a maximális pontszám n):

i.)

36	26	30	34	42	24	30	45	32	19	35	38

ii.)

30	60	41	36	53	14	41	43	32	20	56	12

Közismert, hogy a hagyományos módszerrel tanulók körében a pontok mediánja 30. Az előjel próba segítségével döntsön 95%-os szinten, hogy az új módszerrel megszerzett pontok magasabb medián értékkel bírnak-e!

S54. Kétféle szójabab hozamát vizsgálva 12 parcellát megfeleztek, majd mindegyik parcella egyik felét az egyik, másik felét pedig a másik fajtával ültették be. A kilogrammban mért hozamokat az alábbi táblázat foglalja össze:

i.)

A fajta	137	141	141	150	143	145	129	136	135	139	127	131
B fajta	151	121	166	131	155	161	159	135	143	162	138	153

ii.)

A fajta	139	122	145	122	169	132	121	167	159	135	126	147
B fajta	164	122	142	125	143	161	121	129	160	156	153	123

Hipotéziseit pontosan megfogalmazva döntsön 95%-os szinten, van-e különbség a két fajta hozama között, feltételezve, hogy a külömbségek mediánja 0-val egyenlő!

S55. Egy elsőéves programozó informatikus hallgatónak házi feladatkéntegy olyan programot kellett írnia, mely egyenletes eloszlás szerint generál véletlen számokat az $1, 2, \ldots, 16$ halmazból. Jelölje X az első négyel osztható szám megjelenéséig generált véletlen számok számát (beleértve az utolsó négyel osztható számot is). Ha a véletlenszám generátor jól működik, akkor X geometriai eloszlású, azaz $P(X = l) = p(1-p)^{-l}, \quad l = 1, 2, \ldots,$ ahol p annak a valószínűsége, hogy a generált szám osztható négyel. Az alábbi táblázat az X változó 160 megfigyelt értékét tartalmazza:

i.)

A generált egészek száma (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	>8
Gyakoriság (k)	63	34	28	13	9	7	2	4	0

ii.)

A generált egészek száma (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	>8
Gyakoriság (k)	25	44	17	3	1	5	10	9	0

(a) Számítsa ki a mintaátlagot!

(b) Döntsön 95%-os szinten arról, hogy a minta a $p = \frac{1}{4}$ paraméterű geometriai eloszlásból származik-e!

(c) Döntsön 90%-os szinten arról, hogy a minta egyáltalán geometriai eloszlásból származik-e!

S56. Egy kutatócsoport azt vizsgálta, van-e összefüggés egy bizonyos betegség lefolyásának súlyossága és a betegek életkora között. A vizsgálat során n beteg adatait gyűjtötték össze, majd azokat csoportosították a betegség súlyossági foka és a paciens életkora szerint. Eredményül az alábbi táblázatot kapták:

i.)

		Életkor		
		40 alatti	40-60	60 feletti
Lefolyás	enyhe	39	19	20
	közepes	11	11	10
	súlyos	10	20	10

ii.)

		Életkor		
		40 alatti	40-60	60 feletti
Lefolyás	enyhe	41	25	20
	közepes	10	35	2
	súlyos	19	10	28

Hipotéziseit pontosan megfogalmazva döntsön 99%-os szinten, van-e összefüggés a betegek életkora és a betegség lefolyásának súlyossága között!

S57. Egy botanikus hallgató úgy gondolta, hogy egy bizonyos növényfajta a füves réteken véletlenszerűen szétszórt helyeken bukkan fel. Kutatásai során megszámolta a növény egy véletlenszerűen kiválasztott egy négyzetméteres négyzetben (kvadráns) előforduló egyedeinek a számát, majd-e kísérletet többször is megismételte. Az így kapott megfigyeléseit az alábbi táblázatban összegezte:

i.)

A növények száma	0	1	2	3	4	5	6	legalább 7
Gyakoriság	9	24	43	34	21	15	2	0

ii.)

A növények száma	0	1	2	3	4	5	6	legalább 7
Gyakoriság	10	60	4	14	22	25	1	0

(a) Az adatokból számítsa ki a vizsgált növény egyedeinek egy négyzetméterre eső átlagos számát! A szakkönyvek szerint a fenti jellegű megfigyelési eredmények Poisson eloszlással modellezhetők.

(b) Döntsön 95%-os szinten, vajon a Poisson modell megfelelően illeszkedik-e a hallgató által kapott adatokra!

S58. A Szváziföldi Gyáriparosok Szövetsegének elnöke egy interjúban a vállalatvezetők véleményéről beszélt abban a kérdesben, hogy Szváziföld csatlakozzon-e az Európai Unióhoz. A nyilatkozó azt állította, az integráció támogatottsága függ attól, hogy az illető vezető mekkora vállalat élén áll. Az elnök állítását ellenőrizendő egy közvéleménykutató cég kikérte közel háromszáz véletlenszerűen kiválasztott vállalat első emberének véleményét a kérdésről. Az eredményeket az alábbi táblázat tartalmazza.

i.)

	A vállalat mérete		
	Nagy	Közepes	Kicsi
Támogatja	20	5	35
Ellenzi	40	10	20

ii.)

	A vállalat mérete		
	Nagy	Közepes	Kicsi
Támogatja	41	25	20
Ellenzi	10	35	2

(a) Döntsön 99%-os szinten, hogy az adatok alátámasztják-e a Szövetseg elnökének állítását! A későbbi adatelemzések során kiderült, hogy az egyik kérdezőbiztos hibázott, mivel egy vállalatot kifelejtett az összesítésből. Így azon közepes méretű vállalatok száma, melyek vezetője támogatja a csatlakozást 25-re módosult.

(b) Az újabb adatot felhasználva döntsön ismét 99%-os szinten!