

Név:

Évfolyam:

1. Tegyük fel, hogy $\sqrt{15}$ -t 10^{-8} hibakorláttal tudjuk kiszámítani. Melyik kifejezést lehet kisebb relatív hibával kiszámítani és hányszor kisebbel, az alábbi két kifejezés közül?

(i) $\frac{1}{(4 + \sqrt{15})^6}$.

(ii) $119071 - 30744\sqrt{15}$.

2. Gauss-eliminációval részleges főelemkiválasztást alkalmazva, oldja meg az alábbi $Ax = b$ l.e.r.-t, ahol a $b = [400, -70, 40]^T$ és az A mátrix sorai rendre:
 $[100.1, 10.1, 10.1]$, $[20.3, 250.3, 40.3]$, $[30.2, 50.2, 610.2]$.

3. Gauss-transzformációval számítsuk ki az alábbi egyenletrendszer együtthatómátrixának LU -felbontását és alkalmazzuk az $Ax = b$ megoldására, ha $b = [101, -13, 79]^T$ és az A mátrix sorai rendre: $[100.1, 10.1, 10.1]$, $[20.3, 250.3, 40.3]$, $[30.2, 50.2, 610.2]$.

4. Határozza meg az alábbi függvénytáblázathoz illeszkedő Lagrange interpolációs polinomot a *Lagrange segédfüggvény* segítségével és annak alapján $f(150.44)$ közelítő értékét!

x	100.1	200.1	300.1
$f(x)$	4.1	2.1	2.1

5. A *hatvány* módszerrel határozza meg az alábbi A mátrix domináns sajátértékének $q^{(2)}$ közelítő értékét valamint a hozzá tartozó közelítő sajátvektort és adjon hibabecslést a kapott eredményre a $q^{(0)} = 0$ és $v^{(0)} = [1, 1, 1]^T$ kezdő érték és vektor esetén! A mátrix sorai rendre: $[510, 21, 21]$, $[21, 610, 11]$, $[21, 11, 410]$.

6. A *Seidel* és *Jacobi* módszerrel határozza az alábbi l.e.r. megoldásának $x^{(2)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre az $x^{(0)} = [3, 3, 3]^T$ kezdő vektor esetén!

$$\begin{bmatrix} -400 & 1 & 2 \\ 1 & -600 & 1 \\ 2 & 1 & -400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120.1 \\ 140.1 \\ 160.1 \end{bmatrix}$$

7. Az *érintő parabola* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - 16x^2 - 5x + 300 = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a $[-5, -3]$ intervallumban a gyök $x^{(4)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

8. Az intervallum-felező módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - 16x^2 - 5x + 300 = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a $[-5, -3]$ intervallumban a gyök $x^{(4)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

9. A *Newton* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - 16x^2 - 5x + 300 = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a $[-5, -3]$ intervallumban a gyök $x^{(4)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

10. Az alábbi függvénytáblázat esetén határozza meg *Newton I. formula* segítségével azt a legfejebb másodfokú polinomot, melynek görbéjére az adatok legjobban illeszkednek!

x	210.1	220.1	230.1
$f(x)$	40.1	20.1	20.1

11. Írjuk le az alábbi függvénytáblázathoz illeszkedő a *Hermite* interpolációs polinomot definiáló egyenleteket!

x	0.11	1.11
$g(x)$	-1.11	1.11
$g'(x)$	1.11	2.11

12. Határozza meg az alábbi mátrix esetén a Frobenius, a sorösszeg és oszlopösszeg normákat valamint kondíciószámot! A mátrix sorai rendre:

$$\begin{bmatrix} -100.1 & 100.1 & -102.1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 120.3 & -250.3 & 140.3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 130.2 & 150.2 & 160.2 \end{bmatrix}.$$

13. *Newton* módszerrel határozza meg az $f(x) = [f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2)]^T = 0$ nemlineáris egyenletrendszer megoldásának $x^{(2)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Az adottak: $f_1(x_1, x_2) = 2x_1^4 + 7x_2^3$, $f_2(x_1, x_2) = 2x_1^4 + 3x_2^4$, $x^{(0)} = [1, 1]^T$.

14. Határozza meg az alábbi integrál közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Használja fel azt a tényt, hogy az integrandus kétszer folytonosan differenciálható!

$$\int_{-1}^1 \frac{7}{\sqrt{7-x^5}} dx.$$

a) *Trapézformula* segítségével.

b) Az *összetett Trapézformula* segítségével, a $[-1, 1]$ intervallum 4 azonos hosszúságú részintervallum felosztása mellett.

15. Határozza meg az alábbi integrál közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Használja fel azt a tényt, hogy az integrandus négyszer folytonosan differenciálható!

$$\int_{-1}^1 e^{-1.9x^5} dx.$$

a) *Simpson formula* segítségével.

b) Az *összetett Simpson formula* segítségével, a $[-1, 1]$ intervallum 4 azonos hosszúságú részintervallum felosztása mellett.

16. A legkisebb négyzetek módszerével illesszen $g(x) = A_1 + A_2 \log_3 x^{10}$ alakú függvényt az alábbi táblázathoz!

x	10.3	11.1	13.1	19.1	27.1
$f(x)$	-1.1	1.1	3.1	4.1	7.1

¹A számolásokat 4 tizedes pontossággal végezze!

³Legalább 9 jól és teljesen megoldott feladat szükséges az aláíráshoz.