

Név: .....

Évfolyam: .....

1. Tegyük fel, hogy  $\sqrt{15}$ -t  $10^{-8}$  hibakorláttal tudjuk kiszámítani. Melyik kifejezést lehet kisebb relatív hibával kiszámítani és hányszor kisebbel, az alábbi két kifejezés közül?

(i)  $\frac{1}{(4 + \sqrt{15})^6}$ .

(ii)  $119071 - 30744\sqrt{15}$ .

2. Gauss-eliminációval részleges főelemkiválasztást alkalmazva, oldja meg az alábbi  $Ax = b$  l.e.r.-t, ahol  $b = [101, -13, 79]^T$  és az  $A$  mátrix sorai rendre:

$$\begin{bmatrix} 10.1 & 10.1 & 10.1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20.3 & 25.3 & 40.3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 30.2 & 50.2 & 61.2 \end{bmatrix}.$$

3. Gauss-transzformációval számítsuk ki az alábbi egyenletrendszer együtthatómátrixának  $LU$ -felbontását és alkalmazzuk az  $Ax = b$  megoldására, ha  $b = [101, -13, 79]^T$  és az  $A$  mátrix sorai rendre:  $\begin{bmatrix} 10.1 & 10.1 & 10.1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20.3 & 25.3 & 40.3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 30.2 & 50.2 & 61.2 \end{bmatrix}$ .

4. Határozza meg az alábbi függvénytáblázathoz illeszkedő Lagrange interpolációs polinomot a *Lagrange segédfüggvény* segítségével és annak alapján  $f(1.44)$  közelítő értékét!

|        |     |     |     |
|--------|-----|-----|-----|
| $x$    | 1.1 | 2.1 | 3.1 |
| $f(x)$ | 4.1 | 2.1 | 2.1 |

5. A *hatvány* módszerrel határozza meg az alábbi  $A$  mátrix domináns sajátértékének  $q^{(2)}$  közelítő értékét valamint a hozzá tartozó közelítő sajátvektort és adjon hibabecslést a kapott eredményre a  $q^{(0)} = 0$  és  $v^{(0)} = [1, 1, 1]^T$  kezdő érték és vektor esetén! A mátrix sorai rendre:  $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ .

6. A *Seidel* módszerrel határozza az alábbi l.e.r. megoldásának  $x^{(2)}$  közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre az  $x^{(0)} = [3, 3, 3]^T$  kezdő vektor esetén!

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.1 \\ 14.1 \\ 16.1 \end{bmatrix}$$

7. Az *érintő parabola* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{27} = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a  $[0, 1]$  intervallumban a gyök  $x^{(4)}$  közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

8. Az *intervallum-felező* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{27} = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a  $[0, 1]$  intervallumban a gyök  $x^{(4)}$  közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

9. A *Newton* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{27} = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a  $[0, 1]$  intervallumban a gyök  $x^{(4)}$  közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

10. Az alábbi függvénytáblázat esetén határozza meg *Newton I. formula* segítségével azt a legfejebb másodfokú polinomot, melynek görbéjére az adatok legjobban illeszkednek!

|        |     |     |     |
|--------|-----|-----|-----|
| $x$    | 1.1 | 2.1 | 3.1 |
| $f(x)$ | 4.1 | 2.1 | 2.1 |

11. Írjuk le az alábbi függvénytáblázathoz illeszkedő a *Hermite* interpolációs polinomot definiáló egyenleteket!

|         |      |     |
|---------|------|-----|
| $x$     | 0.1  | 1.1 |
| $g(x)$  | -1.1 | 1.1 |
| $g'(x)$ | 1.1  | 2.1 |

12. Határozza meg az alábbi mátrix esetén a Frobenius, a sorösszeg és oszlopösszeg normákat valamint kondíciószámot! A mátrix sorai rendre:

$$\begin{bmatrix} 10.1 & 10.1 & -210.1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20.3 & -250.3 & 40.3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 333.2 & 50.2 & 61.2 \end{bmatrix}.$$

13. *Newton* módszerrel határozza meg az  $f(x) = [f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2)]^T = 0$  nemlineáris egyenletrendszer megoldásának  $x^{(2)}$  közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Az adottak:  $f_1(x_1, x_2) = 2x_1^4 - 3x_2^3$ ,  $f_2(x_1, x_2) = -x_1^4 + x_2^4$ ,  $x^{(0)} = [1, 1]^T$ .

14. Határozza meg az alábbi integrál közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Használja fel azt a tényt, hogy az integrandus kétszer folytonosan differenciálható!

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} dx.$$

a) *Trapézformula* segítségével.

b) Az *összetett Trapézformula* segítségével, a  $[-1, 1]$  intervallum 4 azonos hosszúságú részintervallum felosztása mellett.

15. Határozza meg az alábbi integrál közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Használja fel azt a tényt, hogy az integrandus négyszer folytonosan differenciálható!

$$\int_{-1}^1 e^{-2x^2} dx.$$

a) *Simpson formula* segítségével.

b) Az *összetett Simpson formula* segítségével, a  $[-1, 1]$  intervallum 4 azonos hosszúságú részintervallum felosztása mellett.

16. A legkisebb négyzetek módszerével illesszen  $g(x) = A_1 + A_2 \log_3 x$  alakú függvényt az alábbi táblázathoz!

|        |      |     |     |     |      |
|--------|------|-----|-----|-----|------|
| $x$    | 0.3  | 1.1 | 3.1 | 9.1 | 27.1 |
| $f(x)$ | -1.1 | 1.1 | 3.1 | 4.1 | 7.1  |

<sup>1</sup>A számolásokat 4 tizedes pontossággal végezze!

<sup>3</sup>Legalább 9 jól és teljesen megoldott feladat szükséges az aláíráshoz.