

Név:

Évfolyam:

1. Tegyük fel, hogy $\sqrt{15}$ -t 10^{-8} hibakorláttal tudjuk kiszámítani. Melyik kifejezést lehet kisebb relatív hibával kiszámítani és hányszor kisebbel, az alábbi két kifejezés közül?

(i) $\frac{1}{(4 + \sqrt{15})^6}$.

(ii) $119071 - 30744\sqrt{15}$.

2. Gauss-eliminációval részleges főelemkiválasztást alkalmazva, oldja meg az alábbi $Ax = b$ l.e.r.-t, ahol $b = [101, -13, 79]^T$ és az A mátrix sorai rendre:

$$\begin{bmatrix} 10.1 & 10.1 & 10.1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20.3 & 25.3 & 40.3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 30.2 & 50.2 & 61.2 \end{bmatrix}.$$

3. Gauss-transzformációval számítsuk ki az alábbi egyenletrendszer együtthatómátrixának LU -felbontását és alkalmazzuk az $Ax = b$ megoldására, ha $b = [101, -13, 79]^T$ és az A mátrix sorai rendre: $\begin{bmatrix} 10.1 & 10.1 & 10.1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 20.3 & 25.3 & 40.3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 30.2 & 50.2 & 61.2 \end{bmatrix}$.

4. Határozza meg az alábbi függvénytáblázathoz illeszkedő Lagrange interpolációs polinomot a *Lagrange segédfüggvény* segítségével és annak alapján $f(1.44)$ közelítő értékét!

x	1.1	2.1	3.1
$f(x)$	4.1	2.1	2.1

5. A *hatvány* módszerrel határozza meg az alábbi A mátrix domináns sajátértékének $q^{(2)}$ közelítő értékét valamint a hozzá tartozó közelítő sajátvektort és adjon hibabecslést a kapott eredményre a $q^{(0)} = 0$ és $v^{(0)} = [1, 1, 1]^T$ kezdő érték és vektor esetén! A mátrix sorai rendre: $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

6. A *Seidel* módszerrel határozza az alábbi l.e.r. megoldásának $x^{(2)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre az $x^{(0)} = [3, 3, 3]^T$ kezdő vektor esetén!

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.1 \\ 14.1 \\ 16.1 \end{bmatrix}$$

7. Az *érintő parabola* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{27} = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a $[0, 1]$ intervallumban a gyök $x^{(4)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

8. Az *intervallum-felező* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{27} = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a $[0, 1]$ intervallumban a gyök $x^{(4)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

9. A *Newton* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{27} = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a $[0, 1]$ intervallumban a gyök $x^{(4)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

10. Az alábbi függvénytáblázat esetén határozza meg *Newton I. formula* segítségével azt a legfejebb másodfokú polinomot, melynek görbéjére az adatok legjobban illeszkednek!

x	1.1	2.1	3.1
$f(x)$	4.1	2.1	2.1

11. Írjuk le az alábbi függvénytáblázathoz illeszkedő a *Hermite* interpolációs polinomot definiáló egyenleteket!

x	0.1	1.1
$g(x)$	-1.1	1.1
$g'(x)$	1.1	2.1

12. Határozza meg az alábbi mátrix esetén a Frobenius, a sorösszeg és oszlopösszeg normákat valamint kondíciószámot! A mátrix sorai rendre:

$$\begin{bmatrix} 10.1 & 10.1 & -210.1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20.3 & -250.3 & 40.3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 333.2 & 50.2 & 61.2 \end{bmatrix}.$$

13. *Newton* módszerrel határozza meg az $f(x) = [f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2)]^T = 0$ nemlineáris egyenletrendszer megoldásának $x^{(2)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Az adottak: $f_1(x_1, x_2) = 2x_1^4 - 3x_2^3$, $f_2(x_1, x_2) = -x_1^4 + x_2^4$, $x^{(0)} = [1, 1]^T$.

14. Határozza meg az alábbi integrál közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Használja fel azt a tényt, hogy az integrandus kétszer folytonosan differenciálható!

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} dx.$$

a) *Trapézformula* segítségével.

b) Az *összetett Trapézformula* segítségével, a $[-1, 1]$ intervallum 4 azonos hosszúságú részintervallum felosztása mellett.

15. Határozza meg az alábbi integrál közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Használja fel azt a tényt, hogy az integrandus négyszer folytonosan differenciálható!

$$\int_{-1}^1 e^{-2x^2} dx.$$

a) *Simpson formula* segítségével.

b) Az *összetett Simpson formula* segítségével, a $[-1, 1]$ intervallum 4 azonos hosszúságú részintervallum felosztása mellett.

16. A legkisebb négyzetek módszerével illesszen $g(x) = A_1 + A_2 \log_3 x$ alakú függvényt az alábbi táblázathoz!

x	0.3	1.1	3.1	9.1	27.1
$f(x)$	-1.1	1.1	3.1	4.1	7.1

¹A számolásokat 4 tizedes pontosságal végezze!

³Legalább 9 jól és teljesen megoldott feladat szükséges az aláíráshoz.