Neptun Kód: **F01IIA**

Név: ....

Évfolyam: ....

1. Tegyük fel, hogy $\sqrt{15}$-t 10^{-8} hibakorláttal tudjuk kiszámítani. Melyik kifejezést lehet kisebb relatív hibával kiszámítani és hányszor kisebbel, az alábbi két kifejezés közül?

   (i) $\dfrac{1}{\left(4+\sqrt{15}\right)^6}$.

   (ii) $119071 - 30744\sqrt{15}$.

2. *Gauss*-eliminációval részleges főelemkiválasztást alkalmazva, oldja meg az alábbi $Ax = b$ l.e.r.-t, ahol a $b = [101,\ -13,\ 79]^T$ és az A mátrix sorai rendre:
   $\left[\ 10.1,\ \ 10.1,\ \ 10.1\ \right]$, $\left[\ 20.3,\ \ 25.3,\ \ 40.3\ \right]$, $\left[\ 30.2,\ \ 50.2,\ \ 61.2\ \right]$.

3. *Gauss*-transzformációval számítsuk ki az alábbi egyenletrendszer együtthatómátrixának *LU*-felbontását és alkalmazzuk az $Ax = b$ megoldására, ha $b = [101,\ -13,\ 79]^T$ és az A mátrix sorai rendre: $\left[\ 10.1,\ \ 10.1,\ \ 10.1\ \right]$, $\left[\ 20.3,\ \ 25.3,\ \ 40.3\ \right]$, $\left[\ 30.2,\ \ 50.2,\ \ 61.2\ \right]$.

4. Határozza meg az alábbi függvénytáblázathoz illeszkedő Lagrange interpolációs polinomot a *Lagrange segédfüggvény* segítségével és annak alapján $f(1.44)$ közelítő értékét!

x	1.1	2.1	3.1
$f(x)$	4.1	2.1	2.1

5. A *hatvány* módszerrel határozza meg az alábbi A mátrix domináns sajátértékének $q^{(2)}$ közelítő étékét valmint a hozzá tartozó közelítő sajátvektort és adjon hibabecslést a kapott eredményre a $q^{(0)} = 0$ és $v^{(0)} = \left[\ 1,\ \ 1,\ \ 1\ \right]^T$ kezdő érték és vektor esetén! A mátrix sorai rendre: $\left[\ 5,\ \ 2,\ \ 2\ \right]$, $\left[\ 2,\ \ 6,\ \ 1\ \right]$, $\left[\ 2,\ \ 1,\ \ 4\ \right]$.

6. A *Seidel* módszerrel határozza az alábbi l.e.r. megoldásának $x^{(2)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre az $x^{(0)} = \left[\ 3,\ \ 3,\ \ 3\ \right]^T$ kezdő vektor esetén!

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.1 \\ 14.1 \\ 16.1 \end{bmatrix}$$

7. Az *érintő parabola* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{27} = 0$$

   nemlineáris egyenlet esetén a $[0,\ 1]$ intervallumban a gyök $x^{(4)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

8. Az intervallum-felező módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{27} = 0$$

   nemlineáris egyenlet esetén a $[0,\ 1]$ intervallumban a gyök $x^{(4)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

9. A *Newton* módszerrel határozza meg

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{27} = 0$$

nemlineáris egyenlet esetén a $[0,\, 1]$ intervallumban a gyök $x^{(4)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre!

10. Az alábbi függvénytáblázat esetén határozza meg *Newton I. formula* segítségével azt a legfejebb másodfokú polinomot, melynek görbéjére az adatok legjobban illeszkednek!

x	1.1	2.1	3.1
$f(x)$	4.1	2.1	2.1

11. Írjuk le az alábbi függvénytáblázathoz illeszkedő a *Hermite* interpolációs polinomot defíniáló egyenleteket!

x	0.1	1.1
$g(x)$	-1.1	1.1
$g'(x)$	1.1	2.1

12. Határozza meg az alábbi mátrix esetén a Frobenius, a sorösszeg és oszlopösszeg normákat valamint kondicíószámot! A mátrix sorai rendre:
$\left[\ 10.1,\ \ 10.1,\ \ -210.1\ \right]$, $\left[\ 20.3,\ \ -250.3,\ \ 40.3\ \right]$, $\left[\ 333.2,\ \ 50.2,\ \ 61.2\ \right]$.

13. Newton módszerrel határozza meg az $f(x) = [f_1(x_1, x_2),\, f_2(x_1, x_2)]^T = 0$ nemlineáris egyenletrendszer megoldásának $x^{(2)}$ közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Az adottak: $f_1(x_1, x_2) = 7x_1^4 + 11x_2^3$, $f_2(x_1, x_2) = 11x_1^4 + 6x_2^4$, $x^{(0)} = [1,\, 1]^T$.

14. Határozza meg az alábbi integrál közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Használja fel azt a tényt, hogy az integrandus kétszer folytonosan differenciálható!

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{(2 - x^2)}} dx.$$

a) *Trapézformula* segítségével.

b) *Az összetett Trapézformula* segítségével, a $[-1,\, 1]$ intervallum 4 azonos hosszúságú részintervallum felosztása mellett.

15. Határozza meg az alábbi integrál közelítő értékét és adjon hibabecslést a kapott eredményre! Használja fel azt a tényt, hogy az integrandus négyszer folytonosan differenciálható!

$$\int_{-1}^{1} e^{-2x^2} dx.$$

a) *Simpson formula* segítségével.

b) *Az összetett Simpson formula* segítségével, a $[-1,\, 1]$ intervallum 4 azonos hosszúságú részintervallum felosztása mellett.

16. A legkisebb négyzetek módszerével illesszen $g(x) = A_1 + A_2 \log_3 x$ alakú függvényt az alábbi táblázathoz!

x	0.3	1.1	3.1	9.1	27.1
$f(x)$	-1.1	1.1	3.1	4.1	7.1

[1] **A számolásokat 4 tízedes pontossággal végezze!**
[3] **Legalább 9 jól és teljesen megoldott feladat szükséges az aláíráshoz.**