

3. hét

gyakorlatanyag

Matricaszorzat

1. Minta feladat.

Határozza meg az $A \cdot B$ matricaszorzatot,
ahol $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

ⓐ Diadikus mátrixok összeenkénti előállítás

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -2 & 6 \\ 6 & -3 & 9 \\ 8 & -4 & 12 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 \\ 8 & -5 & 13 \\ 8 & -4 & 12 \end{bmatrix}$$

(b) Az A·B oszlopai meghatározásával

$$A \cdot (B e_1) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ 8 \end{bmatrix} \quad e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A (B e_2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix} \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B(e_3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 13 \\ 12 \end{bmatrix} \quad e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 8 & -5 & 13 \\ 8 & -4 & 12 \end{bmatrix}$$

(c) A·B sorai meghatározásával

$$(\cancel{e_1^T} A) B = \cancel{[1, 2, 0]} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} = \cancel{[3, -1, 4]} \quad e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(e_1^T A) B = [1, 2] \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} = [3, -1, 4] \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(e_2^T A) B = [-2, 3] \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} = [8, -5, 13] \quad e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(e_3^T A) B = [0, 4] \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} = [8, -4, 12]$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 8 & -5 & 13 \\ 8 & -4 & 12 \end{bmatrix}$$

d) A·B elemenkénti előállításával

		B		
		-1	1	-2
		2	-1	3
A		3	-1	4
1	2	8	-5	13
-2	3	8	-4	12
0	4			

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 8 & -5 & 13 \\ 8 & -4 & 12 \end{bmatrix}$$

Feladat: Határozza meg az alábbi
mátrixszorzatot a fenti négy előállítás
előállításával!

$$\textcircled{a} \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ -10 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{b} \begin{bmatrix} -8 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 9 \\ 3 & 1 & 7 \\ 1 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{c} \begin{bmatrix} 0,5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Minta feladat

Határozza meg az alábbi D A és $A \cdot D$ mátrixszorzatokat, ha

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} !$$

$$D \cdot A = \begin{bmatrix} 2 \cdot 5 & 2 \cdot 1 & 2 \cdot (-1) \\ (-1) \cdot 0 & (-1) \cdot 4 & (-1) \cdot 2 \\ 4 \cdot 3 & 4 \cdot 0 & 4 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 2 & -2 \\ 0 & -4 & -2 \\ 12 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot D = \begin{bmatrix} 2 \cdot 5 & (-1) \cdot 1 & 4 \cdot (-1) \\ 2 \cdot 0 & (-1) \cdot 4 & 4 \cdot 2 \\ 2 \cdot 3 & (-1) \cdot 0 & 4 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 & -4 \\ 0 & -4 & 8 \\ 6 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Feladat: $A \cdot D = ?$ $D \cdot A = ?$

$$\textcircled{a} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{b} \quad A = \begin{bmatrix} 10 & -2 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -3 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Minta feladat: (Permutáció mátrixszal való szorzás)

$$A \cdot P = ? \quad \text{és} \quad P A = ?$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}; \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} e_3^T \\ e_1^T \\ e_2^T \end{matrix}$$

$e_2 \quad e_3 \quad e_1$

Megoldás

$$AP = [Ae_2, Ae_3, Ae_1]$$
$$= \begin{bmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 5 & 8 & 2 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix}$$

$$PA = \begin{bmatrix} e_3^T A \\ e_1^T A \\ e_2^T A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$$

Feladat:

$$AP = ? \quad \text{és} \quad PA = ?$$

a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 5 \\ 3 & 6 & 11 \\ -4 & 1 & 7 \end{bmatrix}; \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 4 \\ 19 & 1 & -4 \\ 20 & 3 & 30 \end{bmatrix}; \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$