

VILLAMOS MÉRÉSEK

oktatási segédlet

(villamosmérnök és mechatronikai mérnökhallgatók részére)

2012.

BEVEZETÉS

Mérés: Információszerzés - a megismerés eszköze. Fizikai mennyiség összehasonlítása a mértékegységgel (annak egységnyi mennyiségével). A mértékegységet gyakran szimbólumok helyettesítik.

A mérések célja, hogy a mérés tárgyáról (a fizikai mennyiségről, állapotról, folyamatról stb.) megbízható és leírható információt szerezzünk. Ezt az információt a **mérés eredményének** nevezzük.

Mértékegységek: SI (Système International d'Unités)

Alapegységek: m, kg, s, A, K, cd, mól

Kiegészítő egységek: rad, sr

Nem használható egységek: q, kp, kp/cm (at), mmHg, LE, cal

Önálló nevű származtatott egységek összefoglalva az 1. táblázatban találhatóak.

Az SI mértékegység-rendszer mellett korlátozás nélkül, illetve néhány szakterületre korlátozottan további mértékegységek is használhatók. Ezek közül a leggyakrabban és legáltalánosabban használt mértékegységek az alábbiak:

celsius-fok	$^{\circ}\text{C}$
liter	l
tonna	t
perc	min
óra	h
nap	d
hét	-
hónap	-
év	-
kilométer per óra	km/h
wattóra	Wh
ívmásodperc	-
ívperc	'
fok	$^{\circ}$
voltamper	VA (szakterületen)
var	var (szakterületen)
elektronvolt	eV (szakterületen)
bar	bar (szakterületen)

SI prefixumok:

Név	Jel	Érték
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
hekto	h	10^2
deka	da (dk)	10
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
mikro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
piko	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

1. táblázat

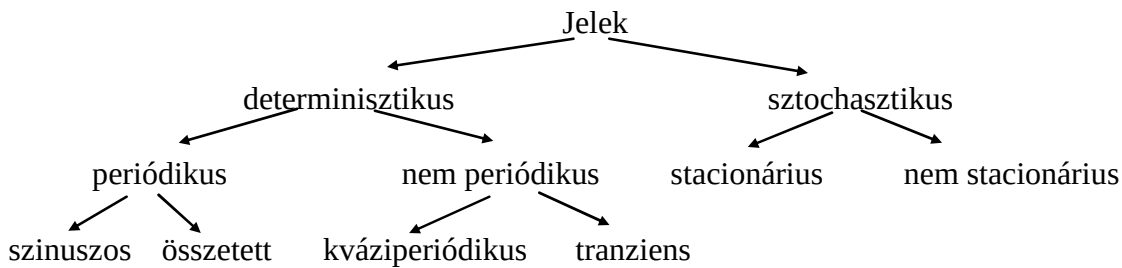
Mennyiség neve	Jele	Egység neve	Kifejezés más egységekkel
Frekvencia	f	hertz, Hz	$f = \frac{1}{T}; \left[\frac{1}{s} \right]$
Erő	F	newton, N	$F = m \cdot a; [mkg s^{-2}]$
Munka, energia, hőmennyiség	W	joule, J	$W = F \cdot s; [Nm] = [Ws]$
Teljesítmény	P	watt, W	$P = \frac{W}{t}; \left[\frac{J}{s} \right]$
Vill. töltés	Q	coulomb, C	$Q = \int idt; [As]$
Vill. feszültség	U	volt, V	$U = \frac{P}{I}; \left[\frac{W}{A} \right]$
Ellenállás	R	ohm, Ω	$R = \frac{U}{I}; \left[\frac{V}{A} \right]$
Vill. vezetés	G	siemens, S	$G = \frac{1}{R}; \left[\frac{A}{V} \right]$
Kapacitás	C	farad, F	$C = \frac{Q}{U}; \left[\frac{As}{V} \right]$
Mágneses fluxus	Φ	weber, Wb	$U_i = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \Phi = -\frac{1}{N} \int U dt; [Vs]$
Mágneses indukció	B	tesla, T	$B = \frac{\Phi}{A}; \left[\frac{Vs}{m^2} \right] = \left[\frac{Wb}{m^2} \right]$
Induktivitás	L	henry, H	$L = \frac{N \cdot \Phi}{I}; \left[\frac{Vs}{A} \right]$

- Mérés:
1. közvetett
közvetlen
 2. analóg
digitális

Mérési módszer: Az az elv, amely szerint a mérést megtervezzük és elvégezzük.

Mérési eljárás: A módszer, az eszköz és a mérést végző személy együttes tevékenysége.

A mérés tárgya: Jelek



Determinisztikus jelek: Matematikai kifejezésekkel leírhatóak és matematikai összefüggésekkel kezelhetők.

Sztochasztikus jelek: Matematikai módszerekkel csak részlegesen kezelhetők.

Statisztikai jellemzőkkel vázolhatóak:

- várható érték - idő függvény
- négyzetes középérték - idő függvény
- variancia
- autokorreláció függvény
- autokovariancia függvény
- keresztkorreláció függvény
- keresztkovariancia függvény

Periódikus jelek: T periódusidő, Fourier sorba fejthetők (szinusz és koszinuszok összegeként felírhatóak)

Szinuszos jelek: $x(t) = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi)$

Összetett periódikus jelek:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cdot \cos n2\pi f_0 \cdot t + B_n \cdot \sin n2\pi f_0 t) = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \cdot \cos(n2\pi f_0 t + \Theta_n) = \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn2\pi f_0 t}
 \end{aligned}$$

Kváziperiódikus jelek:

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cdot \cos 2\pi f_n \cdot t + B_n \cdot \sin 2\pi f_n t)$$

ahol

$$\frac{f_n}{f_1} \neq \text{egész szám}$$

Tranziens jelek: Egyszeri, nem periodikus folyamatok, melyek véges energiájúak:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty$$

Részleges leírás: felfutási idő
 lefutási idő
 beállási idő
 túllövés, stb.

Teljes leírás: bizonyos matematikai feltételek mellett Fourier ill. Laplace transzformációval.

I. MÉRÉSI HIBA

Minden mérési eredmény kisebb nagyobb hibát tartalmaz, ezért a mérendő mennyiség valódi értékét teljes biztonsággal nem lehet meghatározni.

A mérés során természetesen arra kell törekedni, hogy a valódi érték legjobb becslését megtaláljuk. A legjobb becsléssel meghatározott értéket helyes értéknek nevezzük.

Ha a mérési hiba kicsi, akkor az esetleg elhanyagolható. Ha túl nagy a mérés hibája, akkor esetleg egy jobb mérési módszer alkalmazásával érhetjük el a kívánt pontosságot.

- De mikor nagy és mikor elhanyagolható egy mérés hibája?
- Egyáltalán hogyan becsülhető meg a mérési hiba nagysága?

Ahhoz, hogy egy mérés során a helyes értéket meg tudjuk határozni, és a hiba nagyságát jól becsülve a fenti kérdésekre válaszolni tudjunk, közelebbről meg kell ismerni a mérési hibák eredőit és jellemzőit.

1. A MÉRÉSI HIBÁK CSOPORTOSÍTÁSA

A mérési hibákat jellegük szerint három csoportba sorolhatjuk:

a, rendszeres hibák

b, véletlen hibák

c, durva hibák

- **Rendszeres hibáknak** azokat a hibákat nevezzük, amelyek nagysága és előjele meghatározható, amelyekkel így a mérési eredményt pontosítani lehet.

A rendszeres hibák felismerése, a hibák nagyságának és előjelének megállapítása - a mérőberendezések rendszeres hitelesítése mellett - különös figyelmet és nagy szakértelmet igényel.

- **Véletlen hibáknak** azokat a hibákat nevezzük, amelyek időben változó hatást mutatnak, ezért az általuk létrehozott mérési hiba nagysága is és előjele is (adott határok között) megváltozhat. Így a véletlen hibák nagyságát és előjelét nem ismerjük. Meg kell jegyezni, hogy a véletlen hibáknak is konkrét okai vannak, de ezeket az okokat nem ismerjük.

A véletlen hibákat egy olyan $\pm\sigma$ szélességű intervallummal lehet megadni, amelyben az általunk előírt valószínűséggel (a villamosmérnöki tudományokban legtöbbször 99,74%-os valószínűséggel) benne van a véletlen hibától mentes valódi érték. Ezt az intervallumot megbízhatósági intervallumnak, vagy konfidencia intervallumnak nevezik.

A konfidencia intervallum ismeretében a helyes értéket (x_H) a

$$x_H = x_i \pm \sigma$$

összefüggés segítségével határozhatjuk meg.

A konfidencia intervallumot méréssorozat segítségével határozhatjuk meg. Mérési sorozatról akkor beszélünk, amikor ugyanazt a mérendő mennyiséget ugyanazzal a műszerrel azonos külső körülmények között ugyanazon megfigyelő többször egymásután megméri.

A mérési eredmények a véletlen hibák miatt kis ingadozást mutatnak. A mérési sorozat és az így kapott mérési eredmények ismeretében a matematikai statisztika segítségével

meghatározható a várható érték jó becslése, továbbá az a $\pm \sigma$ intervallum, amelybe az elvégzendő mérések eredményének legnagyobb része az általunk előírt valószínűséggel belesik.

Véletlen hibának tekintjük azokat a rendszeres hibákat is, amelyek elvileg meghatározhatók ugyan, de a hiba meghatározása túlságosan bonyolult, költséges stb.

Ilyen esetben a hibahatárokat olyan $\pm \sigma'$ intervallummal kell megadni, amely a rendszeres hibának várható legnagyobb értékét általunk előírt valószínűséggel tartalmazza.

- **Durva hibának** erős környezeti hatás, vagy személyi tévedés következtében fellépő olyan hibákat nevezzük, amelyben a relatív hiba 50 - 100 %-ot is elérhet.

Például, tömegmérésnél figyelmetlenségből a 0,5 kg-os és 1 kg-os súlyokat összecseréljük.

Mérési hibák helyett gyakran a **mérés pontosságáról** beszélünk. A pontosság a hiba ellentétes (inverz) fogalma. Azt mutatja meg, hogy a mért érték mennyire van közel a valódi értékhez. Minél nagyobb a hiba, annál kisebb a pontosság.

Hasonlóan gyakran használt fogalom a **mérés bizonytalansága**, ami nem más, mint a $\pm \sigma$ illetve $\pm \sigma'$ intervallum.

A rendszeres hibák elhanyagolása, figyelembe nem vétele a mérési eredményt torzítottá, a véletlen hibák figyelembe nem vétele pedig a mérési eredményt bizonytalanná teszik.

A gondos mérést az jellemzi, hogy a rendszeres hibákat (a lehetőség határain belül) meghatározzuk és korrigáljuk, így a mérési végeredményben csak a véletlen hibák miatti bizonytalanság szerepel.

2. MÉRŐMŰSZEREK MÉRÉSI HIBÁJÁNAK SZÁMÍTÁSA, MEGADÁSA

A mindenkori mért érték x_i és a helyes érték x_h közötti különbség a mérési eredmény **abszolút hibája** (H).

$$H = x_m - x_p$$

x_m : mért érték

x_p : pontos érték

Az abszolút hiba lehet pozitív vagy negatív. Pozitív hibáról beszélünk, ha a mért érték nagyobb mint a helyes érték.

Ha a mérési hibát a mérendő mennyiségre vonatkoztatjuk, akkor azt **relatív hibának** (h) (**viszonylagos hibának**) nevezzük.

$$h = \frac{H}{x_p} \qquad h_{\%} = \frac{H}{x_p} \cdot 100\%$$

Végkitérésre vonatkoztatott relatív hiba:

$$h_v = \frac{H}{x_v} \cdot 100\% \qquad \text{ahol } x_v \text{ a végkitéréshez tartozó pontos érték.}$$

Hibahatár:

$$h_h = |h_v(\alpha)|_{\max}$$

Osztálypontosság (O_p):

Osztálypontosság a műszer pontossági jellemzője, amellyel a gyártó a végkitérésre vonatkoztatott relatív hiba határértékét adja meg. A gyártó az osztálypontosságot úgy határozza meg, hogy a műszer hitelesítésekor mért hibahatárt felkerekíti egy szabványos értékre.

A hibahatár felfelé, szabványos értékre kerekített értéke.

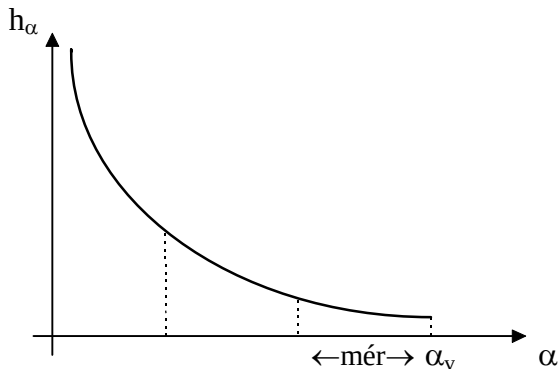
Szabványos osztálypontosságok: 0.05; 0.1; 0.2; 0.5; 1; 1.5; 2.5; 5.

A műszerek **abszolút hibája** a skála teljes szélességén azonos:

$$H = \frac{O_p \cdot x_v}{100\%}$$

Ezért a relatív hiba a mutató kitérésével csökken, vagyis annál pontosabb a mérés, minél nagyobb a mutató kitérése. (Mutatós műszerrel a skála felső harmadában érdemes mérni!)
(Amennyiben nem mutatós műszerről van szó, akkor is célszerű a rendelkezésre álló mérési tartomány felső részében mérni. Ezért a későbbiekben rendkívül fontos szerepe lesz a mérési tartomány helyes megválasztásának!)

A mérés relatív hibája a műszer mutatójának kitérése függvényében:



$$h(\alpha) \cong O_p \frac{x_v}{x_i}$$

ahol:

- O_p : osztálypontosság
- x_v : végkitérés
- x_i : az aktuális mért érték

3. ANALÓG MŰSZEREK HITELESÍTÉSE

A hitelesítés minimum feltételei:

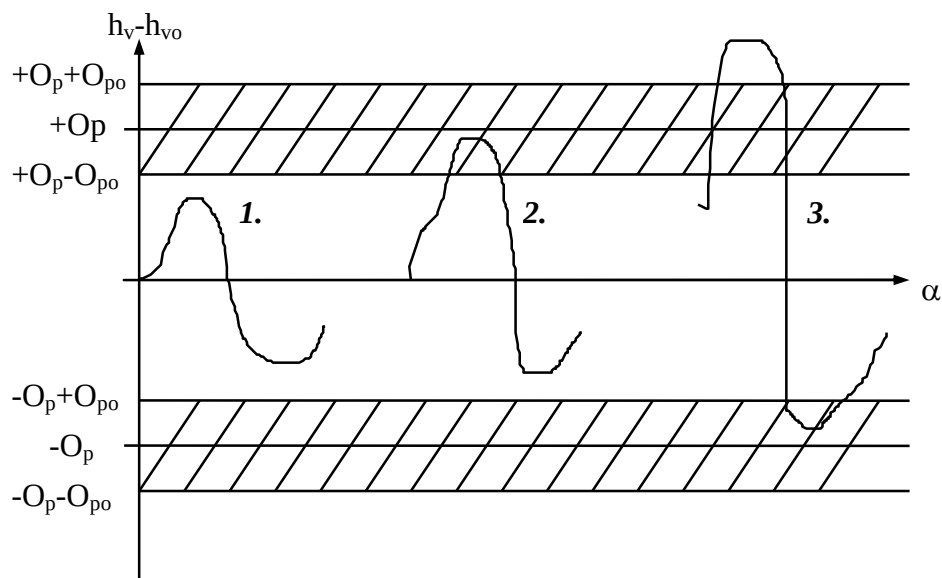
$O_p \geq 3 O_{po}$ ahol O_{po} a hitelesítő műszer osztálypontossága

$x_v = x_{v0}$ ahol p_{v0} a hitelesítő műszer végkitérése

A relatív hibák különbségéből készítjük a hibagörbét:

$$h_v - h_{v0} = \left[\frac{H}{x_v} - \frac{H_0}{x_{v0}} \right] \cdot 100\% = \left[\frac{x_i - x_H}{x_v} - \frac{x_{i0} - x_H}{x_v} \right] \cdot 100\% = \frac{x_i - x_{i0}}{x_v} \cdot 100\%$$

*A relatív hibák különbségeit, amennyiben ábrázoljuk az analóg műszer kitérésének függvényében, akkor kapjuk a **hibagörbét**:*



A hibagörbe tartományai:

1. A műszer megfelel az osztálypontosságának.
2. Nem lehet eldönteni az adott hitelesítő műszerrel, hogy megfelel-e a mért műszer az osztálypontosságának. Egy kisebb osztályponosságú hitelesítő műszerrel meg kell ismételni a hitelesítést.
3. A műszer nem felel meg a gyárilag megadott osztálypontosságnak.

A csak pozitív (vagy negatív) előjelű hibák rendszeres hibára is utalhatnak.

Példa 1:

1. Egy voltmérő pontossági osztálya 1.5. A végkitérése 100V. Mérést végzünk és a mutató 45V-ot mutat.

- a) Mekkora a mérés abszolút hibája?
 - b) Mekkora a mérés maximális relatív hibája?
 - c) Mekkora a mérés maximális végkitérésre vonatkoztatott relatív hibája?
-

- Abszolút hiba: $H = 100 \cdot 1.5 / 100 = 1.5 \text{ V}$
- Max. relatív hiba:
$$h = 1.5 / (45 \pm 1.5) \cdot 100\% = \text{a nagyobbat figyelembe véve} = 3.22\%$$
- c.) Maximális végkitérésre vonatkoztatott relatív hiba? 1.5%

Példa 2:

Két műszert hasonlítunk össze. A mérés eredményei:

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	O_p	x_v
1. műszer	25.5V	46.1V	78.2V	0.5	100V
2. műszer	26.8V	47V	77.3V	1.5	100V

- Elvégezhető-e a hitelesítés?
 - A hibagörbe felvételéhez számítsa kis a szükséges eredményeket!
 - Állapítsa meg, hogy a hitelesítendő műszer megfelel-e az osztálypontosságnak!
-

- $O_p \geq 3 O_{p0}$ $1,5 \geq 3 \cdot 0,5$ OK
 $x_v = x_{v0}$ $100 \text{ V} = 100 \text{ V}$ OK

O_{p0} : a hitelesítő műszer osztálypontossága

O_p : a hitelesítendő műszer osztálypontossága

x_{v0} : a hitelesítő műszer végkitérése

x_v : a hitelesítendő műszer végkitérése

- A hibagörbe számításához kiszámított relatív hiba különbségek:

$$h_1 = (26.8 - 25.5) / 100 \cdot 100\% = 1.3\%$$

$$h_2 = (47 - 46.1) / 100 \cdot 100\% = 0.9\%$$

$$h_3 = (77.3 - 78.2) / 100 \cdot 100\% = -0.9\%$$

+ **hibagörbe rajz** az előzőek alapján!

- Megállapítás a hibagörbe ábrázolása után:

A vizsgálandó műszerről ezzel az ellenőrző műszerrel *nem állapítható meg, hogy megfelel-e a ráírt pontossági osztálynak. Egy pontosabb műszerrel kell a mérést megismételni.*

II. MÉRÉSI SOROZATOK KIÉRTÉKELÉSE

Mérési sorozat definiálása: Egy mérési sorozat álljon n darab olyan mérésekből, amelyeket úgy végeztünk el, hogy minden általunk befolyásolható feltétel a mérések alatt változatlan maradt. A mért értékek halmaza:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n$$

Állítjuk, hogy a várható érték legjobb becslése a **mérési sorozat átlaga** ($\bar{x}$).

$$\bar{x} = \frac{1}{n} [x_1 + x_2 + \dots + x_n] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- $\bar{x}$ átlag természetesen "kevesebb" információt tartalmaz, mintha az összes mért értéket felsoroltuk volna, mert **az átlag megadással a méréssorozatot jellemző információ egy része elveszik.**
- Mindennek ellenére **az átlag érték a méréssorozat legjobb, legvalószínűbb értékét adja** feltételezve azt, hogy a sorozatban kapott mérési eredmények rendszeres hibától mentesek. Ezt bizonyítja az átlagtól való eltérés lineáris értékére és négyzetére vonatkozó számítás is.

Vizsgáljuk meg az átlagtól való eltérést. A véletlen hibákból adódó értékváltozást úgy számítjuk ki, hogy az $\bar{x}$ átlagértéket kivonjuk a méréssorozat egyes értékeiből. Ezt az értékváltozást látszólagos hibának nevezzük.

A méréssorozat eredményeihez tartozó látszólagos hibák ekkor:

$$\delta_1 = x_1 - \bar{x}; \delta_2 = x_2 - \bar{x}; \delta_n = x_n - \bar{x}$$

$$\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n = \sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x} = 0$$

$$\text{ebből:} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

ami éppen a mérés sorozat átlaga.

Az átlagtól való eltérést vizsgáljuk a "**legkisebb négyzetek módszerével**" is.

A méréssorozat eredményeiből vonjunk le egy tetszés szerinti „A” számot. Ekkor:

$$\delta_i^2 = (x_i - A)^2 = x_i^2 - 2Ax_i + A^2$$

Képezzük az átlagtól való eltérés négyzetösszegét és ezt jelöljük „s”-el.

$$s = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2 = \sum_{i=1}^n \delta_i^2$$

$$s = \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2A \sum_{i=1}^n x_i + nA^2$$

Vizsgáljuk meg, hogy „A” milyen értéke mellett lesz „s” értéke minimális.

Ekkor:

$$\frac{ds}{dA} = 0 = -2 \sum_{i=1}^n x_i + 2nA$$

Rendezve az egyenletet:

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

ami bizonyítja, hogy az $\bar{x}$ az a szám, amelynél különbségek négyzetösszege minimális.
E tulajdonság miatt az **átlagot a legvalószínűbb értéknek** is nevezik.

1. VÉLETLEN HIBÁK BECSLÉSÉNEK MÓDSZEREI

Ismeretes, hogy a mérési sorozatnak az átlaggal történt megadásakor a sorozatot jellemző információ tartalom egy részét elveszítjük. Azért, hogy a mérések eredménye az átlagérték mellett a legjellemzőbb információkat is tartalmazza, az **átlagot** - mint ez általában szokásos, - a következőképpen adjuk meg.

A mérési sorozat átlagának megadása: $\bar{x} \pm \delta$

δ azt az információt tartalmazza amely megmutatja, hogy a mért adatok milyen mértékben szóródnak az átlag körül.

A gyakorlatban különféle mérőszámokat alkalmaznak a szóródás jellemzésére. Ezeket fogjuk az alábbiakban ismertetni.

Terjedelem (Range, R)

A terjedelem amit a mérés technika R betűvel jelöl a sorozat legnagyobb tagja ($x_{\max}$) és legkisebb tagja ($x_{\min}$) közötti távolság.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

A gyakorlatban gyakran nem a terjedelmet, hanem az

$$L_1 = x_{\max} - \bar{x}$$

$$L_2 = \bar{x} - x_{\min}$$

értékeket szokás megadni.

L_1 és L_2 ismeretében az eredmény így írható: $R = \bar{x} + L_1 - L_2$

Átlagos abszolút eltérés (Average of Absolute Deviation, E)

A hibák abszolút értékeinek összegéből képezett értéke, amely a következő képlettel határozható meg:

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta_i|$$

ahol:

$$\delta_i = x_i - \bar{x}$$

Az **abszolút érték igen lényeges**, mert e nélkül az egyenlet 0-val volna egyenlő.

Szórás, vagy standard eltérés (Standard Deviation, s)

A gyakorlati mérés technika ezt a mérőszámot használja leggyakrabban mérési eredmények szóródásának jellemzésére.

A **szórás (s)** definíciója:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2}$$

Mivel δ_i a négyzeten szerepel, az átlagtól való eltérés előjele eltűnik és a nagyobb eltérések nagyobb súllyal szerepelnek. Ugyanazon mérési sorozatra nézve, s általában nagyobb, mint E és P , de kisebb L -nél. Az eredménynek:

$$\bar{x} \pm s$$

alakban történő megadása tehát nagyobb biztonságot ad, mint az $\bar{x} \pm P$, illetve $\bar{x} \pm E$ alakú megadás, de szűkebb értelmű mint az $\bar{x} \pm L$ alakú eredmény. Elmondottak természetesen egy adott mérési sorozatra vonatkoznak.

A méréelméletben gyakran használt a szórásnégyzet (variancia), kifejezés ami értelemszerűen az:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2$$

Ha $n \gg 1$, ami a méréssorozatok nagy számát tekintve legtöbbször fennáll a következő összefüggés is:

$$s = \pm \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2}$$

ami nem más mint az átlagtól vett eltérések négyzetének középértéke.

Valószínű hiba (Probable error, P)

Általános definíció:

Néha szokás a szóródást egy olyan P számmal jellemezni, amely által meghatározott $\bar{x} + P_1$ és $\bar{x} - P_2$ közötti intervallumba az **összes mért érték fele** esik. Ezt a P számot az irodalomban (nem túl szerencsésen) valószínű hibának szokták nevezni.

Az $\bar{x} \pm P$ mindig szűkebb intervallumot jellemez, mint az $\bar{x} \pm L$.

Nevezetes „P” értékek: P_5 és P_{95} :

A P_5 és P_{95} alkalmazásának nagy jelentősége van a gyakorlati életben, ugyanis általában a következő értékeket mindig számítják a statisztikázások során.

Pl.: U_{RMS} , I_{RMS} , P, Q, S, stb.

<i>min</i>	<i>P_5</i>	<i>P_{95}</i>	<i>max</i>	<i>AVG (átlag)</i>
------------	-------------------------	----------------------------	------------	--------------------

A P_5 egy **elméleti minimumértéket**, míg a P_{95} egy **elméleti maximumértéket** határoz meg, úgy hogy a mérési sorozatban kis valószínűséggel előforduló értékeket egyszerűen nem veszi figyelembe. Azaz a két érték meghatározása után egy adott mérési sorozat alsó és felső határértékét határozzuk meg. (A meghatározásukhoz minden esetben a sorozat sorbarendezésére van szükség.)

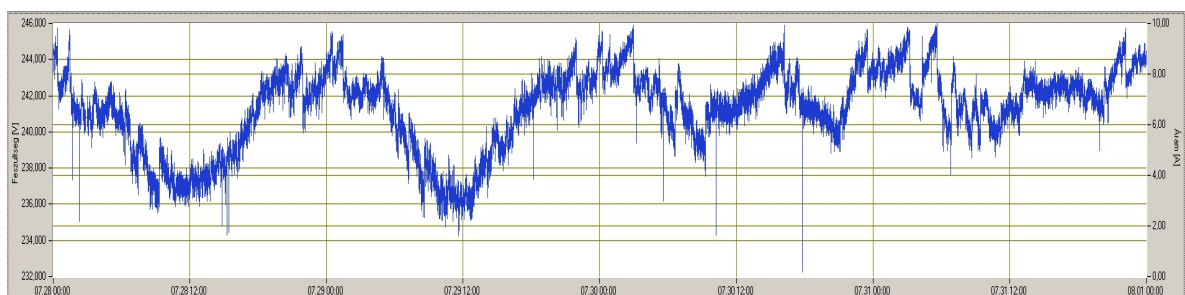
Definíció I.:

- P_{95} jelenti azt a számot, amely a legkisebbtől a legnagyobb értékig sorba rendezett sorozat 95%-ába eső elemek közül a legnagyobb értékű elem értéke. Azaz az elemek közül azt az 5%-ot hagyjuk figyelmen kívül, amelyek a legnagyobb értékűek.
- P_5 jelenti azt a számot, amely a legkisebbtől a legnagyobb értékig sorba rendezett sorozat 5%-ába eső elemek közül a legnagyobb értékű elem értéke. Azaz az elemek közül azt az 5%-ot hagyjuk figyelmen kívül, amelyek a legkisebb értékűek.

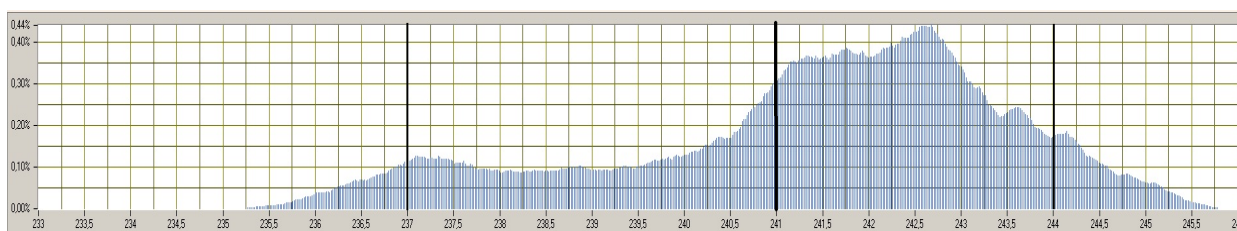
Definíció II.:

- A P_5 a mérési sorozatnak egy olyan **elméleti minimumértéke (alsó határa)**, amely alatt az elemek csupán 5 %-a fordul elő.
(Azaz ezen érték felett, a mérési sorozat elemeinek 95 %-a található meg.)
- A P_{95} a mérési sorozatnak egy olyan **elméleti maximumértéke (felső határa)**, amely alatt az elemek 95 %-a fordul elő.
(P_{95} érték felett a mérési sorozatban csak az elemek 5 %-a található csak meg.)
- A P_5 és P_{95} tehát a mérési sorozat egy olyan tartományát határozza meg, amely felett és alatt csak az elemek 5-5 %-a fordul elő. → Emiatt nem viszi el egy kiugró érték a mérési tartomány alsó és felső határát!

Példa 1:



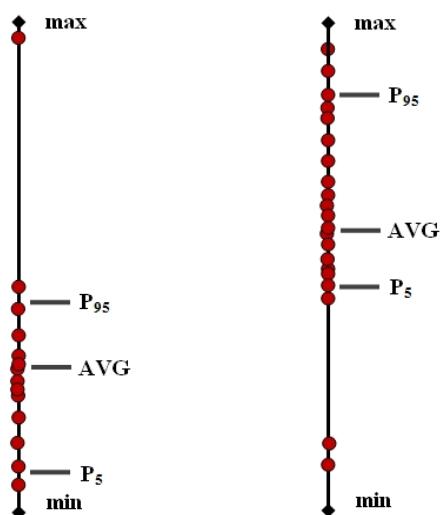
A hálózati fázisfeszültség S fázisának effektív-érték idődiagramja



A hálózati fázisfeszültség S fázisának effektív-érték statisztikai eloszlása

2011-ES MÉRÉS	Min	P5	P95	Max	Avg
U bemenet R fázis	230,65	237,31	243,91	246,06	241,17
U bemenet S fázis	232,25	237,05	244,33	245,97	241,38
U bemenet T fázis	224,08	235,63	243,09	245,10	240,05

Példa 2:



1.eset

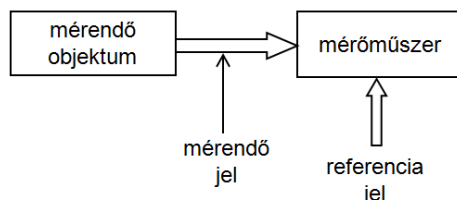
2.eset

III. ÁRAM ÉS FESZÜLTSG MÉRÉSE

1. BEVEZETÉS

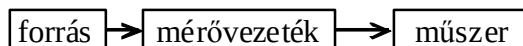
A mérendő mennyiség lehet:

- Villamos mennyiség (feszültség, áram, ellenállás, frekvencia stb.).
- Egyéb nem villamos mennyiség: (hőmérséklet, erő, nyomás, áramló gázmennyiség stb.), melyeket leggyakrabban villamos jellé alakítjuk, és így közvetett módon mérjük.

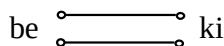


2. MÉRŐHÁLÓZAT LEGFŐBB EGYSÉGEI:

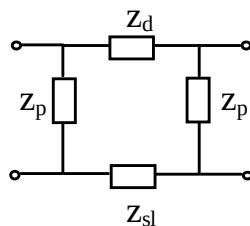
A zavarforrások figyelembevételére és hatásainak kiküszöbölésére az áram és feszültségmérő hálózatot gondosan kell tervezni:



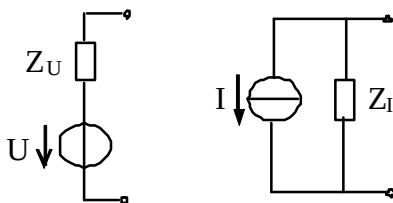
Ideális mérővezeték modellezése:



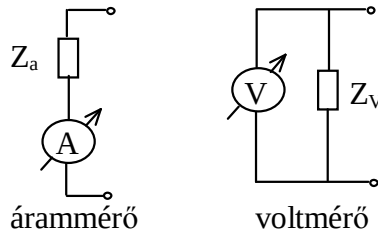
Valóságos mérővezeték modellezése: frekvenciafüggő soros és párhuzamos impedanciák miatt a ki-és a bemeneten mért feszültségek és áramok különbözőek.



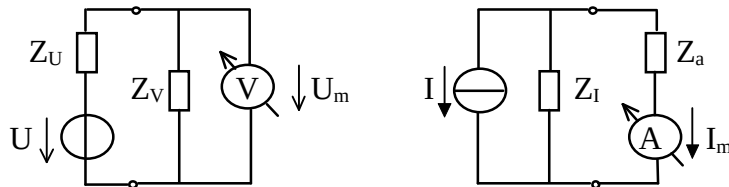
Jelforrás modellezése:



Mérőműszer modellezése:



Ideális mérővezetékkel összekötve a forrást:



$$U_m: \text{mérhető feszültség}$$
$$U_m = U \cdot \frac{Z_v}{Z_u + Z_v} \quad I_m = I \cdot \frac{Z_i}{Z_i + Z_A}$$

3. ZAVARFORRÁSOK, ZAVARÉRZÉKENYSÉG:

Zavarforrások:

- külső villamos terek
- külső mágneses terek
- közös módusú jelek (jelek ugyanolyan amplitúdóval, de ellentétes fázissal)
- belső offset
- termikus zaj (hőmérséklet hatása)
- termofeszültség (különböző anyagú és hőmérsékletű térnek találkozásánál, találkozási pontjában)

Külső zavar behatolási helye: 1. mérővezeték
2. mérendő objektum

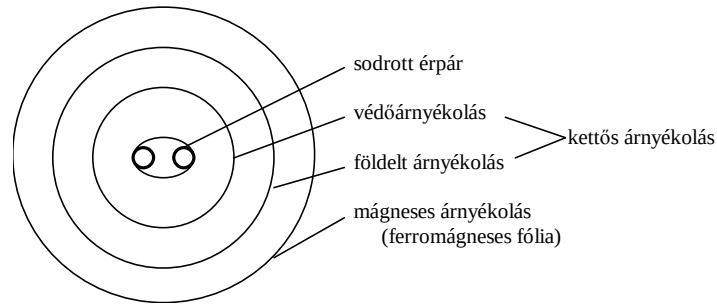
Külső zavar kiküszöbölése:

- a) mérőrendszer elektrosztatikus és mágneses árnyékolása
- b) zavarforrás elektrosztatikus és mágneses árnyékolása

Kapacitív, konduktív zavarok okozta áramok árnyékolt mérővezetékkel kiküszöbölhetőek. Az áramok az árnyékoláson keresztül a földbe folynak. A frekvencia növekedésével csökken az árnyékolás hatása.

Sodrott érpár (*bifiláris tekercselés*): **mágneses terek zavaróhatására** érzéketlen (indukált feszültségek kioltják egymást)

Vezetékek árnyékolása (árnyékolóképesség további javítása):



Gyakran a forrást is árnyékolni kell.

Pl: transzformátorok (mágneses zavarforrások) mágneses árnyékolás. → Fémház(!)

Kis jelszintek esetén, a **termofeszültségi probléma** is jelentkezhet.

Különböző anyagú és hőmérsékletű fémek találkozásánál (találkozási pontjában).

Védekezés: azonos anyagok alkalmazása. Termosztátok alkalmazása.

4. A MÉRŐMŰSZEREK ÁLTALÁNOS JELLEMZŐI:

- Érzékenység (Sensitivity)
- Stabilitás (rövid- és hosszúidejű) (Short- and long Stability)
- Pontosság (Accuracy)
- Reagálási sebesség (Speed of response)
- Felbontóképesség (Resolution)
- Túlterhelhetőségi jellemzők (Overload characteristics)
- Linearitás (Linearity)
- Érzéketlenségi sáv (Dead band)
- Kimeneti jelforma (Output format)
- Histerézis (Hysteresis)
- Műveleti idő (Operating time)
- Költség, méret, súly (Cost, size, weight)
- Szelektivitás (Selectivity)
- Környezeti jellemzők (Environmental conditions)
- stb.

Műszer érzékenysége, műszerállandó

- Egy **műszer érzékenységén** (E) a kimenő jel megváltozásának ($\Delta\alpha$) és a bemenő jel megváltozásának (x) a hányadosát értjük. Az érzékenység reciproka a műszerállandó (C).
- Az érzékenység helyett, gyakran annak reciprok-értékét, a műszer állandóját (konstansát) adják meg. A **műszerállandó** megmutatja azt, hogy a mérendő mennyiség milyen nagyságú értéke szükséges a kijelző egy osztásnyi változásához.
- („Pongyolán”: Egy műszer akkor tekinthető érzékenynek, ha a kis-értékű mérendő mennyiség, nagy mutatókitérést hoz létre. Pl.: galvanométerek)

$$E = \frac{\Delta\alpha}{x} \qquad C = \frac{1}{E}$$

Műszer stabilitása

- **Stabilitás:** A műszer terheletlen állapotában észlelt állandósága. A mérőeszköznek az a tulajdonsága, hogy a metrológiai jellemzőit időben tartósan, állandó értéken megőrzi.
- Egy **műszer stabilitása** és **ismételhetősége** (repeatability) szoros összefüggésben állnak egymással.
- Mennyiségi jellemzése: A jellemző meghatározott időtartam alatti megváltozása.
- A stabilitást a műszer „driftje” befolyásolja. A „**drift**”, a mérőrendszer értékmutatásának általában lassú és folyamatos változása, amely nem kapcsolható sem a mérendő mennyiség, sem valamely befolyásoló mennyiség megváltozásához.
- Leggyakrabban előforduló drift-ek: **hőmérsékleti-drift**, frekvencia-drift;

Ismételhetőség

- A mérőrendszernek azon tulajdonsága, hogy a mérendő mennyiséget ugyanazon megismételhetőségi feltételek mellett ismételten megmérve közel azonos értékmutatásokat ad.
- Az ismétlőképesség mennyiségileg a mérőrendszer jellemzőinek szórási paramétereivel jellemezhető.

Válaszidő

- Azon időtartam, amely a mérőrendszer bemenetén lévő mennyiség (feszültség, áram, stb.) két állandó érték közötti ugrásszerű változásának pillanatától kezdve eltelik addig, amíg a megfelelő értékmutatás eléri és előírt határokon belül megtartja végső állandósult értékét.
- Az az idő, amely alatt a kimenő jel a bemenő x_0 ugrásjel 99%-át eléri.

Felbontás

- Két egymás mellett lévő, még éppen megkülönböztethető „x” jel távolsága.
- Általánosan: A műszerrel megadható legkisebb mérőszámkülönbség (Δx).
- Pl.: digitális műszereknél, az utolsó értékes jegy egységnyi megváltozásának megfelelő változás az értékmutatásban.

Linearitás

- Csak akkor lehet értelmezni, ha a mérőeszköz által szolgáltatott adat (kimenő jel) egyenes arányban áll a mért jellemzővel (bemenő jel).
- Ideális mérőeszköz esetén a bemenő jel függvényében a felvett kimenő jel karakterisztika egy egyenes. Az elvi egyenestől való eltérésnek a mértékét adja meg a linearitási hiba.
- Pt 100-nál: relatív ellenállásváltozás – hőmérséklet karakterisztika egyenes (!)

Holtsáv

- Az a legnagyobb tartomány, amelyen belül a bemenőjel mindkét irányban változhat anélkül, hogy a mérőeszköz kimenőjében változást okozna.
- A holtsávot néha szándékosan növelik meg azért, hogy így csökkentsék a bemenőjel kis változásai következtében fellépő kimenőjel ingadozásokat.

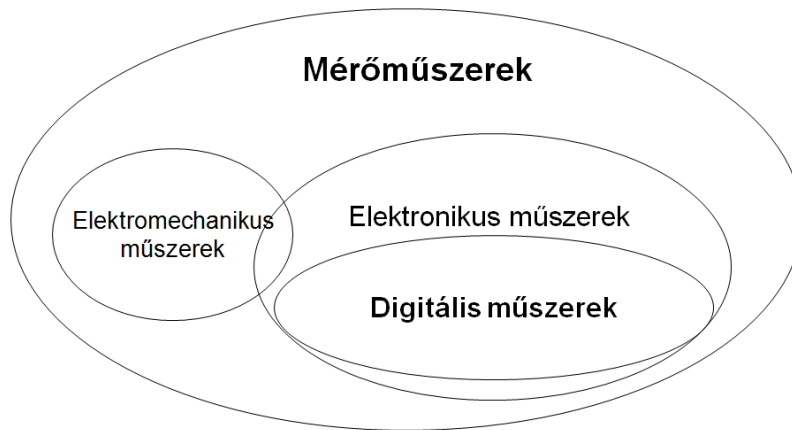
Környezeti jellemzők

- földrajzi helyzet
- üzemi beépítés
 - o szabad tér – belső tér
 - o hőmérséklet, napsugárzás
 - o por-, vízártalom (jelzése **IP XY** számmal), ahol
 - X – szilárd test ellenő védelmet (0-6),
 - Y – a víz elleni védelmet (0-8) jelenti;
 - o páratartalom
 - o robbanásveszély
 - o légszennyezés (korrózív közegek)
 - o biológiai és mechanikai hatások (rezgés)

IP védeettségi osztályok

Szilárd tárgyak elleni mechanikai védetség		Víz elleni védetség	
0	Nincs védelem	Nincs védelem	0
1	Nagyméretű szilárd tárgyak ellen védett (>50 mm)	Függőlegesen cseppenő víz ellen védett (pl. kicsapódó víz)	1
2	Közepes méretű szilárd tárgyak ellen védett (>12 mm)	Fröccsenő víz ellen védett (függőlegestől max. 15 fokban)	2
3	Kisméretű szilárd tárgyak ellen védett (>2,5 mm)	Fröccsenő víz ellen védett (függőlegestől max. 60 fokban)	3
4	Apró méretű szilárd tárgyak ellen védett (>1 mm)	Fröccsenő víz ellen védett minden irányból (nem károsító mértékű szivárgás megengedett)	4
5	Por ellen védett (nem károsító mértékű behatolás megengedett)	Kisnyomású vízszugár ellen védett minden irányból (nem károsító mértékű szivárgás megengedett)	5
6	Teljes mértékben védett por ellen	Erős vízszugár és vízbe merítés ellen védett (rövid ideig tartó merülés, nem károsító mértékű szivárgás megengedett)	6
		Vízbe merülés ellen védett korlátozott ideig (0,15 – 1m között 30 percig)	7
		Víz alatt folyamatosan használható a gyártó által megadott ideig (1m-nél mélyebben)	8

5. A MÉRÉSEK (MŰSZEREK) OSZTÁLYOZÁSA



Mérőműszerek osztályozása

- A mért mennyiség szerint:
 1. egyenáramú mérések
 2. váltakozóáramú mérések
- A méréshez felhasznált műszerek kijelzésük módja szerint:
 1. analóg, vagy
 2. digitális műszerek

Az **analóg műszer** a mérési eredményt a mutatónak egy skála előtti elmozdulásával jelzi ki. A mérést végző személynek kell megállapítania (leolvasnia), hogy a mutató a skála melyik osztásával egy vonalban állt meg (illetve, ha két skálaosztás között állt meg, megbecsülnie, hogy a két skálaosztás között hol áll). Hátránya e műszertípusnak, hogy leolvasása hibalehetőséget rejt magában, e hiba azonban gyakorlott mérést végző személy esetében csekély. Előnye viszont e kijelzési módnak, hogy könnyen lehet vele maximumot vagy minimumot indikálni (azaz könnyű követni, hogy a kijelzett érték növekedés után mikor kezd csökkenni és fordítva.)

A **digitális műszerek** a mérési eredményt számjegyekkel jelzik ki (digit = számjegy). Ahány „digites” a műszer, annyi számjegyet jelez ki. E kijelzési módból következik, hogy ha pl. egy 3 digites műszerrel növekvő feszültséget mérünk, a „105” kijelzés után „106” kijelzés következik, tehát a műszerről nem lehet leolvasni (sem megbecsülni), hogy a mért érték 105 és 106 között pontosan mekkora. A számjegyes kijelzésnek köszönhetően azonban - kellő figyelem mellett - leolvasási hiba nem lép fel. Hátránya a digitális kijelzésnek, hogy nem alkalmas maximum és minimum indikálására.

- A műszerek működtetése energiát igényel. Aszerint, hogy ezt az energiát a műszer honnan nyeri, lehet:
 1. „hideg” műszer
 2. elektronikus műszer.

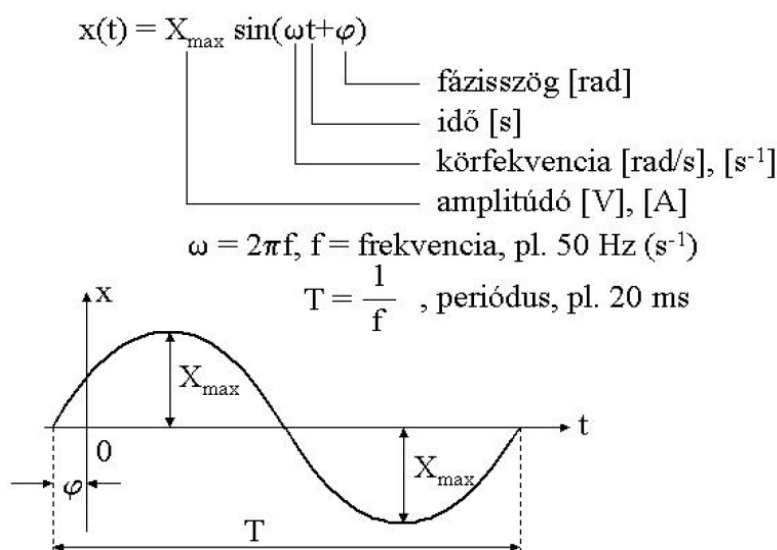
A **„hideg műszer”** a működéséhez szükséges energiát magából a mért áramkörből vonja el. Ebből következik, hogy az ilyen mérőműszernek az áramkörbe való beiktatása némileg megváltoztatja az áramköri viszonyokat, azaz magát a mért mennyiséget is. Így (hacsak a műszer folyamatos mérés céljából nem marad állandóan az áramkörbe beépítve) újabb mérési hiba keletkezik. (A hiba annál nagyobb, minél nagyobb a műszer által az áramkörből elvont energia. A jó minőségű hideg műszer működtetéséhez csekély energia elegendő.) Hideg műszer alkalmazásakor ezért különös figyelemmel kell lenni arra, hogy a műszer beiktatása ne befolyásolja jelentősen a mért mennyiséget, illetve - az áramkör és a műszer jellemzőit figyelembe véve - tisztában kell lenni azzal, hogy a műszer beiktatása

milyen mérési hibát okozott. Hideg műszer csak analóg kijelzésű lehet (a digitális műszer elektronikáinak működtetésére mindig külső energiaforrást alkalmaznak).

Az **elektronikus műszerek** működtetéséhez az energiát külső forrásból (telep, akkumulátor vagy hálózati tápegység) nyerik. Így lehetőség van a műszert úgy kialakítani, hogy a mérendő áramkörbe történő beiktatása a lehető legkevesebb (elhanyagolható) változást okozzon a mért mennyiség nagyságában. Pl.: DMM-ek (Megjegyzés: a „multiméter” sok méréshatárú, feszültség, áram, ellenállás mérésére szolgáló univerzális műszer.)

6. A VÁLTAKOZÓ (SZINUSZOS) JEL PARAMÉTEREI

(!)



- **Csúcsérték (Peak Value):** másnéven, egy jel **amplitúdója**
 Jele: $\hat{u}$, U_{CS} , U_p Szinuszos jel esetén: $\hat{u}$
- **Csúcstól-csúsig érték (Peak-to-Peak Value):** amely az **amplitúdó kétszerese**.
 Szokás az oszcilloszkópokról történő egyszerűbb jelleolvasásnál használni.
- **Lineáris, elektronikus középérték (Mean Value):** egy jel kémiai egyenértéke.

Def.: Fizikailag a váltakozó áram **lineáris középértéke**, egy olyan **sima egyenárammal** **egyezik meg**, amely egy **bontócellában ugyanannyi idő alatt, ugyanannyi anyagot választ ki**; azaz egységnyi idő alatt egységnyi tömegű anyagot választ ki. A lineáris középérték tehát a jel kémiai egyenértéke.

Matematikailag a függvénygörbe előjelhelyes területével számolható.

Jele: U_e , U_{mv} ,

$$U_e = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

Szinuszos jel esetén: 0

- **Abszolút középérték (Average Value):** egy jel egyenáramú középértéke

DEF.: Váltakozó áram/feszültség abszolút középértékén azt az egyenáramot/feszültséget értjük, amely ugyanannyi idő alatt ugyanannyi töltést szállít.

$$Q = I \cdot t$$

Jele: U_a , U_{av}

$$U_a = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt$$

Szinuszos jel esetén: $0,637 \hat{U}$

- **Négyzetes középérték (RMS, Root Mean Square):** (!!!)

Jele: U_{eff} , U_{RMS}

A villamos áram effektív értéke (**négyzetes középértéke, hőáram egyenértéke**) az áram hőhatására ad útmutatást.

DEF.1: Váltakozó áram/feszültség effektív értékén azt az egyenáramot/feszültséget értjük, amely ugyanakkora ellenálláson ugyanannyi idő alatt ugyanannyi hőfejlleszt.

DEF.2: Az effektív érték annak az egyenáramnak az értékével egyenlő, amely azonos idő alatt ugyanakkora munkát végez (hőt termel), mint a váltakozó áram.

Megállapodás szerint a szinuszos váltakozó feszültség (vagy váltakozó áram) értékeként az effektív értéket adják meg. (Pl. a 230V-os hálózati feszültség effektív értéke 230V.) A szinuszos feszültséget vagy áramot mérő műszerek is az effektív értéket mutatják.

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

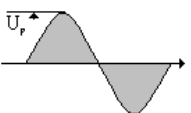
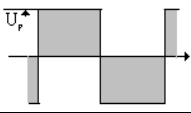
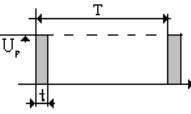
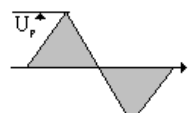
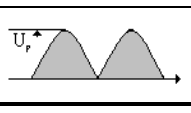
$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$$

Csak szinuszos jel esetén (!!): $0,707 \hat{U}$ $U_{eff} = \frac{U_{csúcs}}{\sqrt{2}}$ $I_{eff} = \frac{I_{csúcs}}{\sqrt{2}}$

(A gyökös formula más esetben nem használható!)

Nem szinuszos jelek korrekciós tényezői

jel	U_a (abszolút közép érték)	U_{eff} (effektív érték = RMS)	$k_f = \frac{U_{eff}}{U_a}$ (formatényező)	$k_{cs} = \frac{U_p}{U_{eff}}$ (csúcs tényező)
	$\frac{2}{\pi} U_p$	$\frac{U_p}{\sqrt{2}}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$	$\sqrt{2}$
	U_p	U_p	1	1
	$U_p \frac{t}{T}$	$U_p \sqrt{\frac{t}{T}}$	$\frac{1}{\sqrt{\frac{t}{T}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\frac{t}{T}}}$
	$\frac{U_p}{2}$	$\frac{U_p}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
	$\frac{2}{\pi} U_p$	$\frac{U_p}{\sqrt{2}}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$	$\sqrt{2}$

A korrekciók, szinuszos jelet feltételezve:

- csúcs tényező (crest factor): $k_{cs} = \frac{U_p}{U_{RMS}} = \sqrt{2}$
- forma tényező (form factor): $k_f = \frac{U_{eff}}{U_a} = \frac{0,707}{0,637} = 1,11$

A műszer által használt korrekciós tényező csak szinuszos jelek mérése esetén ad helyes eredményt. Ettől eltérő alakú jelek esetén a műszer hamis értéket mutat!!!

7. ÁRAM- ÉS FESZÜLTSEGMÉRŐ MŰSZEREK

Ismétlés: A mérés fogalma

Hagyományos értelmezés szerint, a **mérés** egy fizikai mennyiség nagyságának meghatározása a választott mértékegységben kifejezett számértékével. A mérési eredmény egy szám és egy mértékegység, ahol a szám azt adja meg, hogy a mért mennyiség nagysága háányszorosa a mértékegységnek.

A mérési eredmény (pl. a mérésre használt eszközök tökéletlensége miatt) csak közelítheti a mért mennyiség valóságos értékét. A mérési eredmény és a mért mennyiség valóságos értéke közötti különbség a mérési hiba.

Fontos, hogy a méréskor tisztában legyünk azzal, hogy

- a műszer tökéletlenségei,
- a kijelzett érték leolvasásának pontatlansága,
- a műszernek a mért áramkörbe történő beiktatása is mérési hibát okoz(hat).

Árammérési tartományok:

DC-elektrométerek	10 aA-1 A
DC DMM	100 pA-10 A
AC DMM	1 nA-10 A
Elektromechanikus árammérők	10 pA-100 A
Söntök, mérőtrafók	10 mA-100 kA
(Felsőhatár- disszipációs problémák)	

Feszültségmérési tartományok:

DC nanovoltmérők	10nV-1kV
DC DMM	100nV-1kV
AC DMM	1nV-1kV
Elektromechanikus	10nV-1MV
Osztók, mérőtrafók	1V-1MV

Áram és feszültségmérés tárgykörébe tartozó jellemzők:

- egyenfeszültség, egyenáram
- lineáris középérték
- csúcsérték
- effektívérték
- pillanatérték
- vektorkomponensek
- frekvenciaspektrum

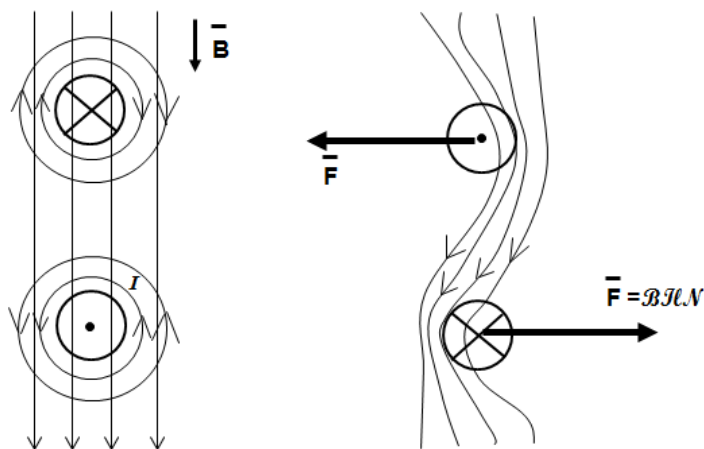
8. ELEKTROMECHANIKUS MŰSZEREK

Alapfogalmak (a mérőműszert befolyásoló nyomatékok):

- **Kitérítő nyomaték:** A mérendő villamos mennyiséggel arányos.
- **Visszatérítő nyomaték:** A kitérítő nyomaték ellen hat, a mozgórész nyugalmi állapotát állítja vissza.
- **Csillapító nyomaték:** A kitérítő és visszatérítő nyomaték lengőrendszert hoz létre.
A keletkezett lengéseket csillapítani kell:
 - csillapítatlan műszer többet leng;
 - túlcscillapított műszer, lassan kúszik fel;

Részletesebben:

- **Kitérítő nyomaték:** A mérendő villamos mennyiséggel arányos.



- **Visszatérítő nyomaték:** A kitérítő nyomaték ellen hat, a mozgórész nyugalmi állapotát állítja vissza.
(2 db rugó: áramhozzávetetés; hőkompenzálás)
- **Csillapító nyomaték:** A kitérítő és visszatérítő nyomaték lengőrendszert hoz létre.
 - örvényáramú csillapítás
 - légcscillapítás

MŰSZERTÍPUSOK:

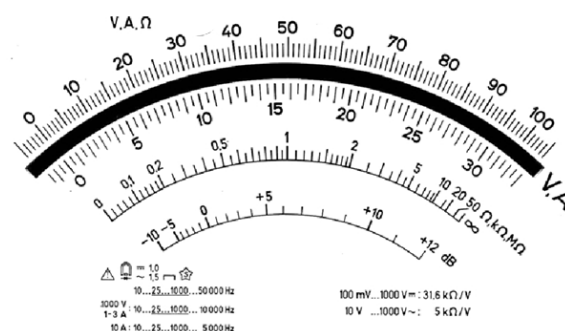
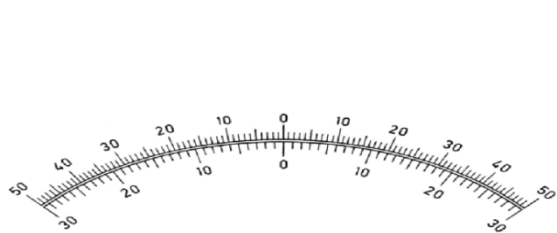
- Deprez - műszer (állandó mágnesű, lengőtekerccses)
- Elektrodinamikus műszer
- Lágývasas műszer

Általános jelölések és műszerhasználat

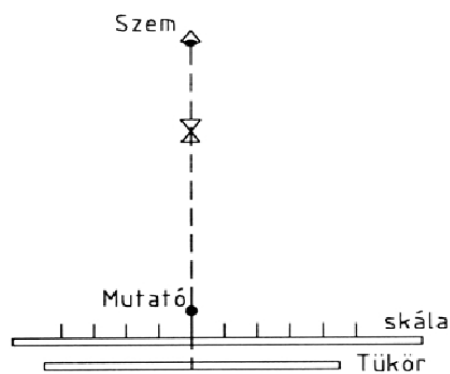
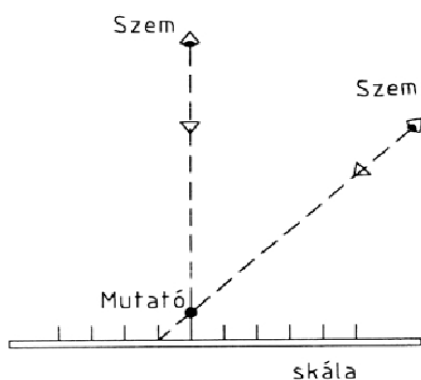
1,5	1,5	
Pontossági osztály jelölése		Lengőtekerces (Deprez) műszer

a) függőleges	b) vízszintes	c) vízszintes szöget bezáró helyzet
Használati helyzet		

—	~	~
a) csak egyenáram mérése	b) csak váltakozó áram mérése	c) egyen- és váltakozóáram mérése
Áramnem		



Ganz(univ) gyártmányú mérőműszerek számlapjai

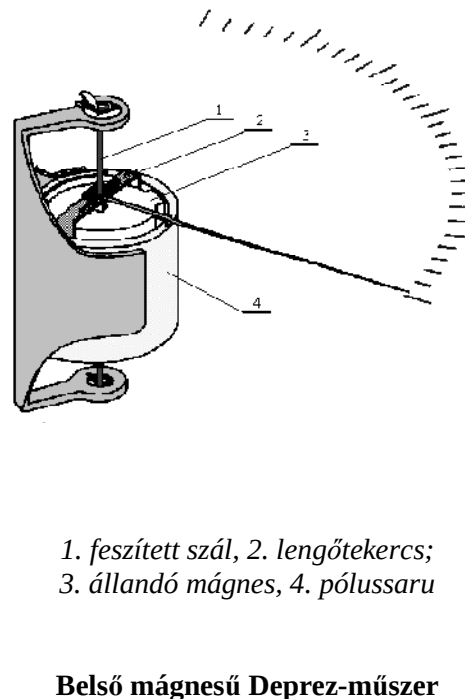
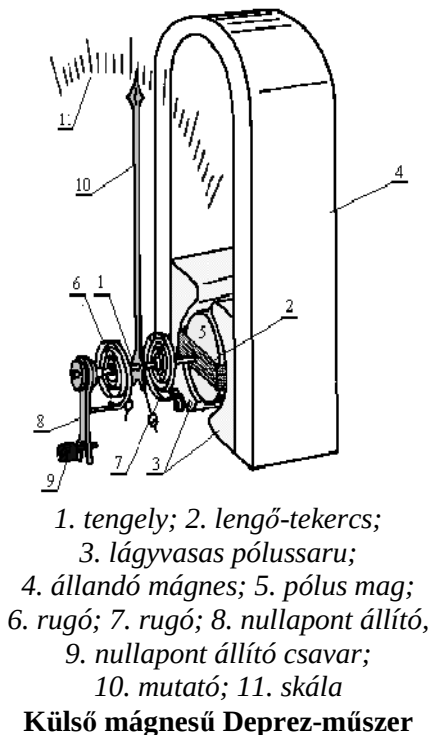


Paralaxishiba keletkezése és kiküszöbölése

8.A. ÁLLANDÓ MÁGNESŰ, LENGŐTEKERECSES (DEPREZ) MŰSZER (ejtsd: „döpré”)

Deprez műszer fajtái:

- külső mágnesű
- belső mágnesű



A műszer felépítése és működése:

- **Állórész:** állandó mágnes, melynek erővonalai egy lágyvason (forgórészen) keresztül záródnak
- **Lengőrész:** Egy lágyvasasra épített tekercs, amely az állandó mágnes légrésében helyezkedik el (amely egy finomcsapágyas tengely körül fordulhat el). Ebbe a tekercsbe vezetik a mérendő áramot. Árambevezetőnek a visszatérítő rugókat használják.

„Mi hozza létre a műszer kitérítő nyomatékát, amely által a forgórész kitér?”

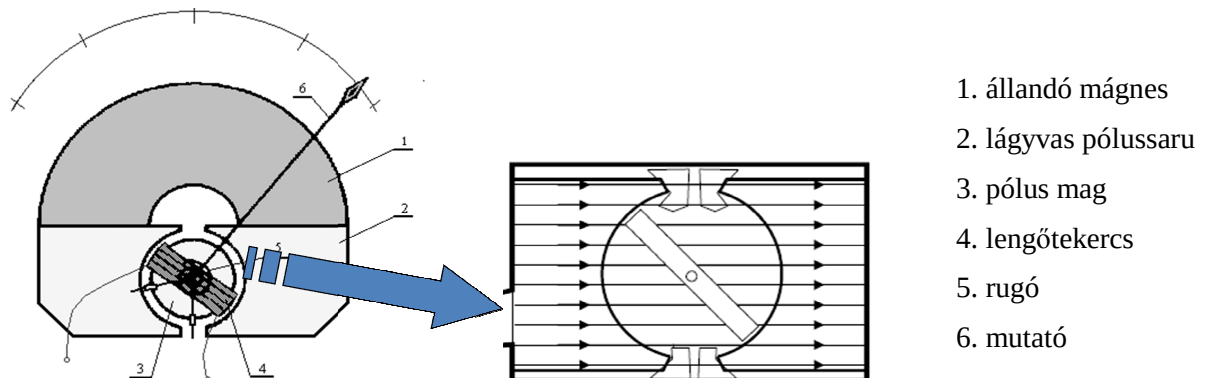
A mágneses térbe elhelyezett árammal átjárt vezetőre ható erő hozza létre.

Működési elve:

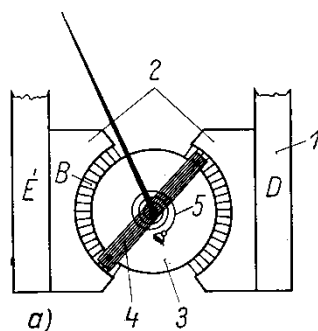
- **Kitérítő nyomaték:** Az állandó mágneses tér és az áram és kölcsönhatásán alapul. A kitérítő nyomaték, az állandómágnes terében lévő, árammal átjárt mozgórészre (lengőtekercs) ható erők következményeként jön létre.
- A lengőtekercsnek R_b ellenállása van.
- **Visszatérítő nyomaték:** A forgórész két oldalán, a lengőtekercshez csatlakoztatva, két ellentétes csavarmenetű rugó helyezkedik el, amelyeket azért alkalmaznak párban, hogy kiküszöböljék a hőtágulást (hőmérsékletkompenzáció!). A rugók további szerepe:
 - 1. rugó: mérendő áram továbbítása a tekercsbe.
 - 2. rugó: visszatérítő nyomaték
- **Csillapító nyomaték:** (a műszer csillapítása, örvényáramú csillapítás): Alumíniumkeretben keletkezett örvényáramok csillapítanak. Amikor a mutató kilendül, a mágneses térben

elmozduló lengőtekerccs feszültséget indukál, amely áramot hajt. Az áram iránya olyan, hogy akadályozni igyekszik az őt létrehozó okot, azaz a fluxusváltozást (Lenz-törvény). Azaz az áram iránya az elmozdulás irányával szemben hat. A csillapítónyomaték arányos a keret szögsebességével.)

Összefoglalva: A műszer állandó mágnesének, homogén mágneses terében helyezkedik el a mérendő áramtól átjárt lengőtekerccs. A mérendő áram a lengőtekerccs körül mágneses teret hoz létre, mely az állandó mágnes mágneses terével kölcsönhatásban (kitérítő nyomaték), a lengőtekerccset a mechanikus visszaállító nyomatékkal szemben elfordítja. A műszer kitérése ott fog megállni, ahol a két nyomaték megegyezik.)



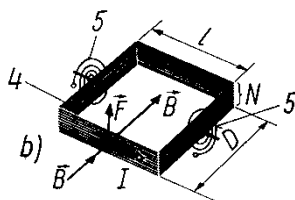
Állandó mágnesű lengőtekerccses (Deprez) műszer szerkezete I.



- 1: állandó mágnes
- 2: lágyvas pólussaruk
- 3-4: lágyvas mag és lengőtekerccs
- 5: spirálrugó

Állandó mágnesű lengőtekerccses (Deprez) műszer szerkezete II.

A lengőtekerccs működési elve, általa létrehozott nyomaték:



B: légrésben az indukció
I: a tekercsen folyó áram
l : a tekercsnek a légrésben haladó hatásos hossza
F: A lengőtekerccs vezetői az indukció irányára merőlegesek, a lengőtekerccs egy menetének az egyik oldalára ható erő

Kitérítő nyomaték: $M_k = F \cdot D$ ahol D: erőpár karja
 $F = B \cdot l \cdot N \cdot I$
 $M_k = D \cdot B \cdot l \cdot N \cdot I = k \cdot I \text{ (Nm)} \gg \alpha \text{ szögelfordulás}$

Rugó nyomatéka: $M_r = c_r \cdot \alpha$ c_r : rugóállandó; α : a mutató kitérése

$$M_k = M_r$$

$$k \cdot I = C_r \cdot \alpha$$

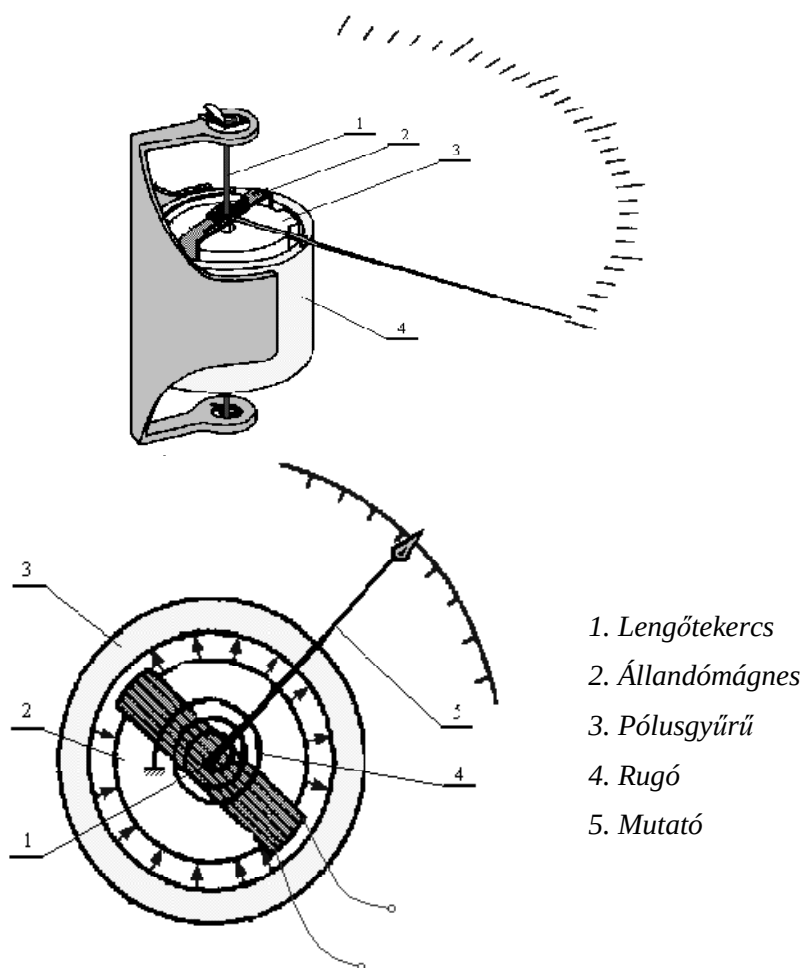
$$\alpha = \frac{k}{C_r} \cdot I = K_I I$$

Azaz egy alap Deprez-műszer mutatójának a kitérése lineáris.

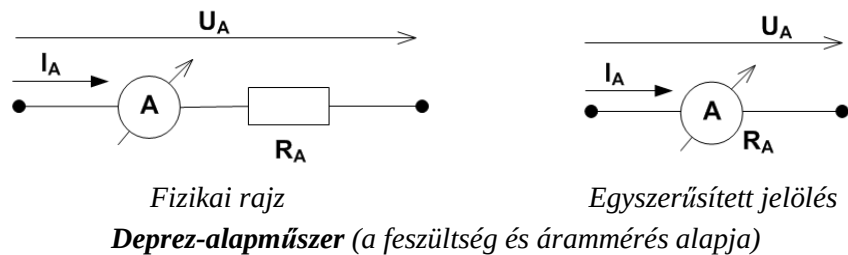
A Deprez-műszer legfontosabb jellemzői:

- Közvetlenül CSAK egyenáram mérésére alkalmas: **1 [μA] ... 30-50 [mA]**
- Műszer **skálája: lineáris** (homogén mágneses teret feltételezve).
- Elérhető pontosság: kb. 0,1%
- **Váltakozó mennyiség mérésénél lineáris középértéket mér!!!** Egyenirányítós változatával váltakozó áram, illetve váltakozó feszültség mérésére is alkalmassá tehető!
- Speciális kivitele a **galvanométer**.
- Az univerzális multiméterek is zömmel, lengőtekercses mérőművel készülnek. Ilyenkor (mint minden egyenirányítós lengőtekercses műszer) a műszer (szinuszos) váltakozó áram effektív értékre van hitelesítve.

Belső mágnesű Deprez műszer felépítése



Deprez-alapműszer megjelenése:



További kérdések:

“Lehetséges-e nagyobb áramot mérni egy Deprez-műszerrel? Milyen módszerrel?”

“Lehetséges-e feszültséget mérni egy Deprez-műszerrel? Milyen módszerrel?”

“Hogyan lehet váltakozóáramot/feszültséget mérni egy Deprez-műszerrel?”

Árammérés, méréstartomány kiterjesztés:

- A Deprez-műszerrel közvetlenül csak kb. 50 mA-ig mérhetünk áramot.
- Nagyobb áram méréséhez **söntellenállást** kell alkalmazni.

A mérési tartomány kiterjeszthető, akár 1000 [A]-ig is!

Ha:

- $I < 50 \text{ A}$ → házba építhető söntöt használnak
 $I > 50 \text{ A}$ → söntszekrény (hőfejlődés miatt) !!!

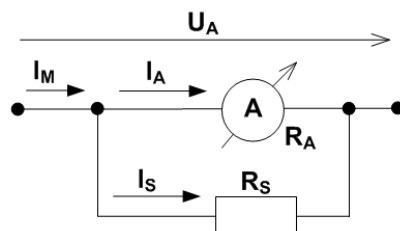
- „Mi a sönt?”

A sönt olyan ellenállás, amelyet az alaplámpával párhuzamosan kapcsolunk annak érdekében, hogy a műszer áramra vonatkoztatott mérőhatárát megnöveljük.

Ezáltal elérhető, hogy ne az alaplámpán (az alaplámpa lengőtekercsén) folyjék a mérendő áram nagy része, hanem egy speciálisan méretezett (sönt) ellenálláson.

- **Miért szükséges a sönt alkalmazása?**

Mert az alaplámpa kisméretű lengőtekercsén keresztül nem folyhat nagy áram.



R_A : alaplámpa belső ellenállása

R_S : (méretezett) sönt ellenállás

$$I_M = I_A + I_S \quad \text{azaz} \quad I_S = I_M - I_A$$

$$U = I_A \cdot R_A$$

$$R_S = \frac{U}{I_S} = \frac{I_A \cdot R_A}{I_M - I_A}$$

Minél kisebb az árammérő műszer belső ellenállása, annál kisebb a műszer beiktatása miatt keletkező hiba.

Példa: Tervezzünk egy 100 μA -es, 2 k Ω belső ellenállású alaplámpával 1 mA végkitérésű árammérőt!

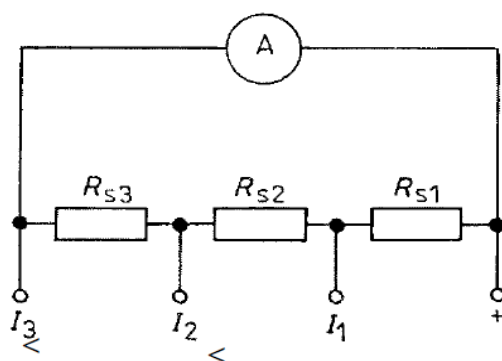
$$I_M = 1 \text{ mA} \quad I_A = 100 \mu\text{A} = 0,1 \text{ mA}$$

$$I_S = I_M - I_A = 1 \text{ mA} - 0,1 \text{ mA} = 0,9 \text{ mA}$$

$$\text{A végkitéréshez tartozó feszültség: } U = I_A \cdot R_A = 0,1 \text{ mA} \cdot 2 \text{ k}\Omega = 0,2 \text{ V}$$

$$R_S = U / I_S = 0,2 \text{ V} / 0,9 \text{ mA} = 0,2222 \text{ k}\Omega = 222,2 \Omega$$

Több méréshatárú műszer esetén a sönt ellenállást egy fokozatkapcsolóval váltják, ahol egy ún. **lépcsős söntöt** alkalmaznak. A műszer kapcsolását úgy alakítják ki, hogy a sönt átkapcsolása közben se folyhasson át az alaplámpán a megengedettnél nagyobb áram, hiszen az alaplámpát tönkretenné.

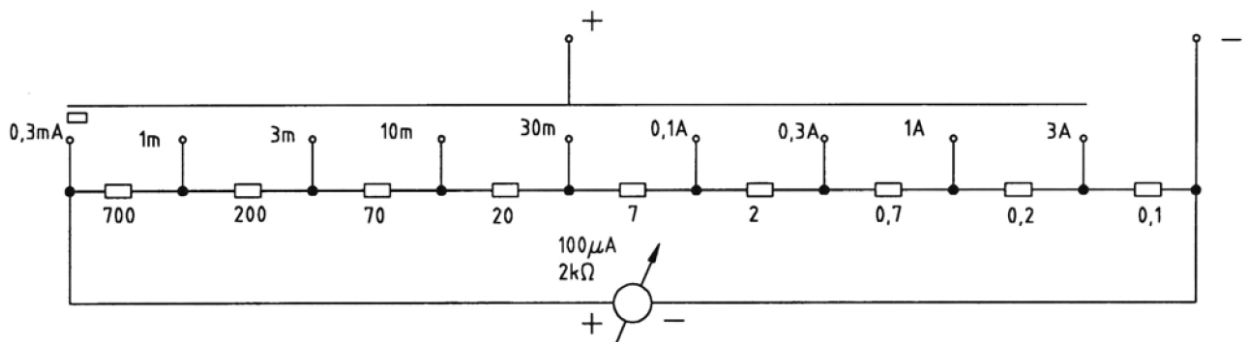


$$I_1 R_{s1} = I_0 (R_A + R_{s2} + R_{s3})$$

$$I_2 (R_{s1} + R_{s2}) = I_0 (R_A + R_{s3})$$

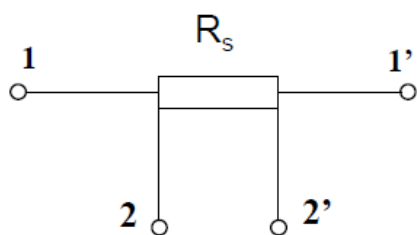
$$I_3 (R_{s1} + R_{s2} + R_{s3}) = I_0 R_A$$

A lépcsős sönt gyakorlati megvalósítása



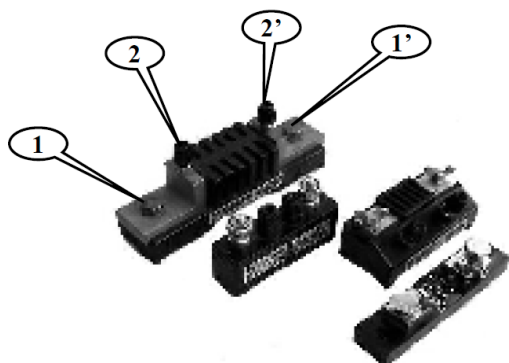
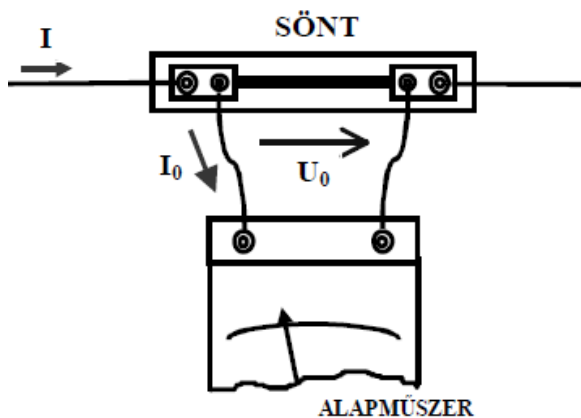
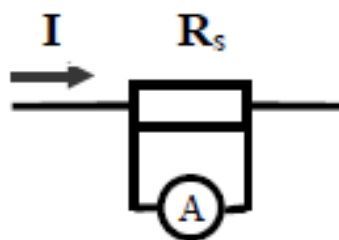
Speciális lépcsős sönt (Ayrton sönt) [REF 1]

Söntellenállások alkalmazás a gyakorlatban:



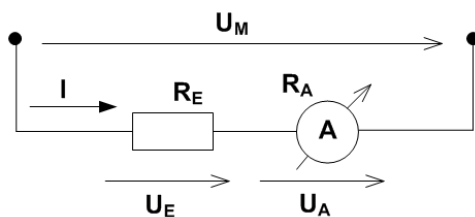
1 – 1': áram hozzá- és elvezetések

2 – 2': definíciós kapcsok (műszer csatlakozások)



Feszültségmérés (Deprez – Voltmérő)

- **A feszültségmérés, egy olyan árammérésnek felel meg, ahol a mérendő feszültséggel arányos áram van a műszeren!**
(Ez magyarázza, hogy az elvi rajzokban a feszültségmérés során is egy Deprez-alapműszert rajzolunk sok esetben! De vigyázat a jelölésekkel! Ugyanis a belső ellenállásokat az áram- és feszültségmérők jelölése alapján kell berajzolni.)
- Deprez-alapműszerrel közvetlenül csak néhány 100 mV-ig mérhetünk feszültséget!
A műszer méréshatárának kiterjesztéséhez előtét ellenállás használata szükséges, amellyel a méréshatár kb. 600 V-ig bővíthető!
- **„Mi az előtét?”**
Az **előtét** egy olyan ellenállás, amelyet az alapműszerrel (az alapműszer lengőtekerccsével) sorosan kapcsolunk annak érdekében, hogy a műszer, feszültségre vonatkoztatott méréshatárát megnöveljük.
Az előtét segítségével érhető az el, hogy ne az alapműszeren (az alapműszer lengőtekerccsén) essen a mérendő feszültség egy része, hanem egy speciálisan méretezett (előtét) ellenálláson.
- **Miért szükséges alkalmazni az előtét ellenállást?**
Mert az alapműszer kisméretű lengőtekerccsén nem eshet néhány 100 mV-nál nagyobb feszültség.



R_A : alapműszer belső ellenállása

R_E : (méretezett) előtét ellenállás

$$U_E = I \cdot R_E \quad \text{és} \quad U_A = I \cdot R_A$$

$$U_M = U_E + U_A = I \cdot R_E + I \cdot R_A$$

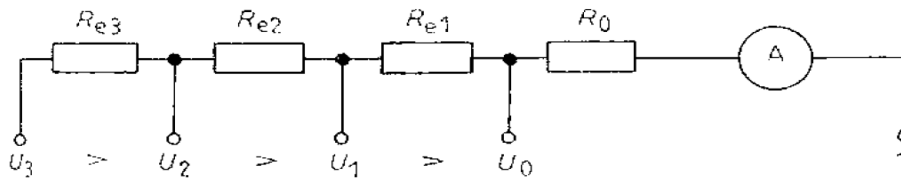
$$R_E = \frac{U_M - I \cdot R_A}{I}$$

Példa: Tervezzünk 100 μA végkitérési áramú, 2 k Ω belső ellenállású mérőmű felhasználásával 3V végkitérésű feszültségmérőt!

$$U_M = 3 \text{ V} \quad I = 100 \mu\text{A} \quad R_A = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = (3 \text{ V} - 0,1 \text{ mA} \cdot 2 \text{ k}\Omega) / 0,1 \text{ mA} = 2,8 \text{ V} / 0,1 \text{ mA} = 28 \text{ k}\Omega$$

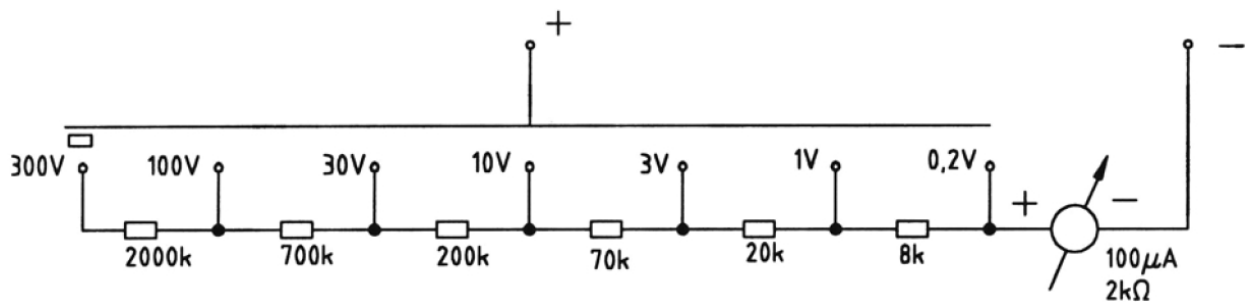
Több méréshatárú feszültségmérőnél az előtét ellenállást, több ellenállás soros kapcsolásával állítják elő (lépcsős előtét), és a méréshatár váltásánál egy fokozatkapcsolóval választják ki a megfelelő ellenállás értékét. Ennek a megoldásnak az az előnye, hogy a nagyobb feszültség méréshatárokból több előtét ellenálláson oszlik meg a feszültség, ezért egy-egy előtét ellenállás kisebb teljesítmény disszipálására (és kisebb feszültség elviselésére) méretezhető.



$$I_0 = \text{áll}$$

$$I_0 = \frac{U_1}{R_{e1} + R_0} = \frac{U_2}{R_{e1} + R_{e2} + R_0} = \frac{U_3}{R_{e1} + R_{e2} + R_{e3} + R_0}$$

Az előtét gyakorlati megvalósítása



Speciális lépcsős sönt [REF 1]

Nem keletkezne ez a hiba, ha a feszültségmérő műszerünk belső ellenállása végtelen lenne. Ezért **a feszültségmérő műszerünk annál jobb (beiktatása annál kisebb hibát okoz), minél nagyobb a belső ellenállása.**

Galvanométer

- Nagy érzékenységű (10 pA -10 nV felbontóképesség), különleges konstrukciójú Deprez-műszer.
- A galvanométer **nagyon érzékeny**, kiegyenlítéses rendszerű műszer (hídkapcsolás segítségével), ami azt jelenti, hogy a mért értéket a műszer egyensúlyi állapotba való állása után kell leolvasni.
- Kivitele ezért középnullás.

Érzékenység: olyan jellemző, amely megmondja, hogy a mekkora áram szükséges a mérőtekerccs elmozdításához. (Kis áram hatására nagy elmozdulás → nagy érzékenység!)

- Jellemzők: - spirálrugó helyett torziós szál
 - mutató helyett fénysugár
 - alumínium keret nincs örvényáram helyett Lenz törvény szerinti (tekercs elmozdulást akadályozó U_i)



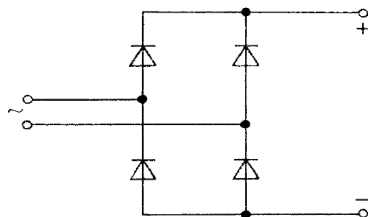
Középnullás galvanométer

Egyenirányítás Deprez-műszer (váltakozó áram mérése)

- „Miért nem alkalmaz a Deprezműszer váltakozóáram mérésére?”
 Mert egy Deprez-műszer a mérendő mennyiség (áram vagy feszültség) lineáris középértékét méri!
- „Hogyan viselkedhet elméletben egy középnullás Deprez-műszer egy 2-5 Hz-es szinuszjel esetén?” A mutató mindkét irányba megindul, ahogy a szinuszjel polaritása változik.
- „Hogyan viselkedhet elméletben egy középnullás Deprez-műszer egy nagyfrekvenciás (kHz) szinuszjel esetén?” A rákapcsolt jel lineáris középértékét méri.
- Deprez-műszer váltakozó mennyiség mérésére is alkalmassá tehető, ha a mérőmű és a bemeneti kapcsok közé **egyenirányítót** helyezünk. Ezt szimbolizálja a műszer jelképe.
- Az egyenirányítás során a mérőmű, a váltakozó feszültség vagy áram helyett egyenfeszültséget kap.

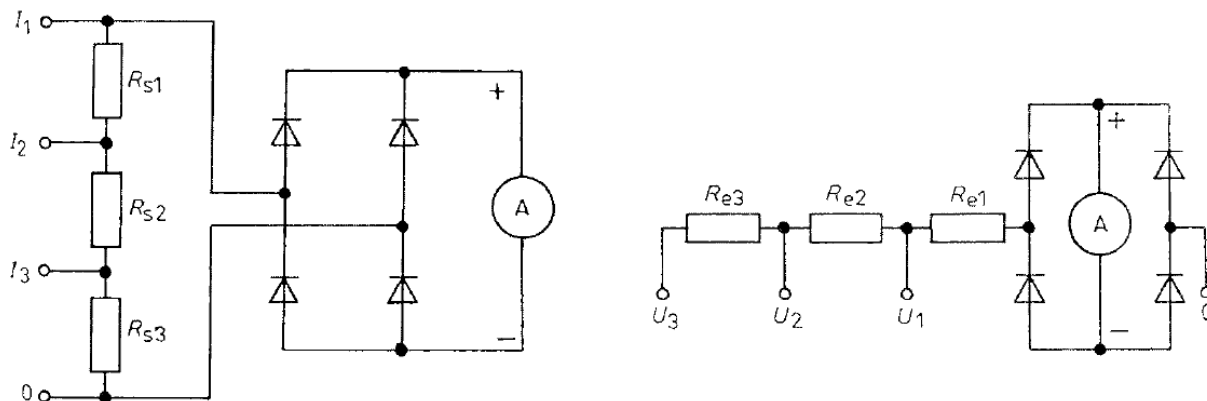


Szinuszos váltakozó áram esetén az **effektív értéket jelez** a műszer. Szinusztól eltérő változású jelalak esetén az abszolút középérték 1,11-szeresét jelzi!



$$I_K = \frac{2 \cdot I_m}{\pi} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot I}{\pi} \Rightarrow I = I_K \cdot \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}} = 1,11 \cdot I_K$$

Készítenek **egyenirányítós Deprez ampermérőt, voltmérőt**, mindkettőt **több méréshatárral** is. Az egyenirányítós műszerek pontosságát az eddig ismert hibaforrásokon túl az egyenirányítók hibái is befolyásolják. Ezért az egyenirányítós műszerekkel elérhető pontosság kisebb, mint a Deprez-műszereknél: 1...1.5%. Tehát pontosan egy nagyságrendet ronthat az egyenirányító, a műszer által elérhető legjobb osztálypontossági adaton.



8.B. ELEKTRODINAMIKUS MŰSZER

- Egyen- és váltakozó (RMS) mennyiségek mérése 30 mA...100 A ill. 15...600 V
- De: ma **elsősorban villamos teljesítmény mérésére** használatosak.
- Deprez-hez működési elvben hasonló: **A mágneses teret NEM egy állandó mágnes (azaz itt nincs állandó mágnes), hanem egy állótekercs árama gerjeszti.**

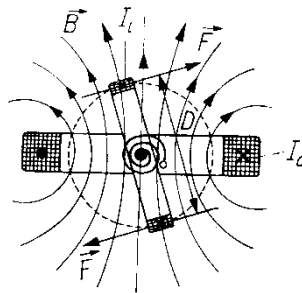
Két vezetőrendszer van: *álló*, és *elmozduló (lengő) tekercs*.

A mérőmű az ezekbe vezetett áramok kölcsönhatásával működik. Ha az állótekercsbe, és a lengőtekercsbe áramot vezetnek, akkor a keletkező elektromágneses erőpár, illetve annak nyomatéka a lengőt, visszatérítő nyomaték ellenében elfordítja. A kitérítő nyomaték nagysága függ a tekercsek gerjesztésének nagyságától. Az elektrodinamikus mérőmű a mérendő áram jelalakjától függetlenül, annak **effektív értékét** méri.

- Légcsillapítást alkalmaznak

A mérőművön belül az álló és a lengő tekercs bekötése háromféleképpen történhet:

- Sorba kapcsolva (feszültségmérő)
- Párhuzamosan kapcsolva (árammérő) és
- Egyástól független.



Egyen mennyiségek mérése esetén:

$$\begin{aligned} M &= k B I_l \\ B &= k' I_a \\ M_k &= k \cdot k' \cdot I_l \cdot I_a = K \cdot I_l \cdot I_a \end{aligned}$$

Váltakozó mennyiségek mérése esetén:

$$i_l = \sqrt{2} I_l \sin \omega t$$

$$i_a = \sqrt{2} I_a \sin (\omega t - \varphi)$$

$$m = K i_l i_a = K \cdot 2 \cdot I_l I_a \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi)$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} \left[\cos(\omega t - \omega t + \varphi) - \cos(\omega t + \omega t - \varphi) \right] = \frac{1}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

$$m = K \cdot I_l I_a \cos \varphi - K I_l I_a \cos(2\omega t - \varphi)$$

A lengőtekercs tehetetlenségi nyomatéka miatt a második rész nem hat ($M = K I_l I_a \cos \varphi$)

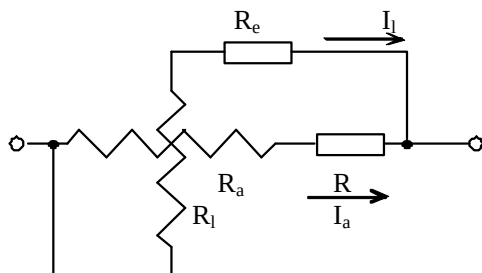
A mutató szögelfordulása az áram négyzetével arányos $\rightarrow$ négyzetes skála.

Amennyiben az egyik tekercset feszültségtekercsként, a másik tekercset áramtekercsként használjuk:

$$\alpha = \frac{K}{C_1 R_1} U \cdot I_a \cos \varphi = K_p \cdot P$$

a mutató kitérése a teljesítménnyel arányos >> skála lineáris.

Árammérő

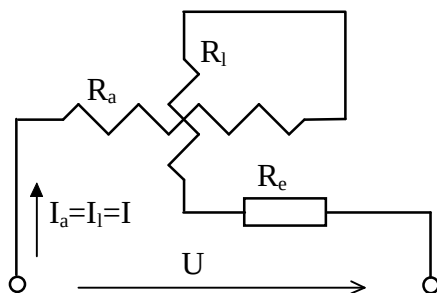


$$\alpha = K_I \cdot I_a^2$$

A lengőtekercs árama max. 100 mA, állótekercs árama 5-10 A.

Így csökkenthető a lengőtekercs súlya.

Feszültségmérő



$$I_a = I_l = I$$

$$\cos \varphi = 1$$

$$M = K I^2$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$M = \frac{K}{R^2} U^2 = K'' U^2$$

$$\alpha = K_u U^2$$

Megjegyzés:

- **Áram és feszültségmérés** esetén az elektrodinamikus műszereknek tehát **négyzetes** a skálája. A négyzetes skála miatt, a méréshatár alsó részében nagyon pontatlan a leolvasás!
- **Teljesítménymérés** esetén az elektrodinamikus műszereknek **lineáris** a skálája!

8.C. LÁGYVASAS MŰSZEREK

- **Nagy áramok (max 100 A) közvetlen mérésére alkalmas**
- **Egyen-és váltakozó (RMS) mennyiségek mérése**
- Egyszerű szerkezeténél, kedvező áránál fogva igen elterjedt.
- Lágyvasas mérőműveknél kétféle kivitelű mérőművet különböztethetünk meg.
 1. *Kerek tekercses* (mágneses vonzáson alapul)
 2. *Lapos tekercsű* (mágneses taszításon alapul) Működésüket tekintve ugyanazok.

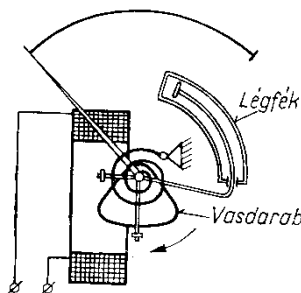
Működése:

- Egy mérendő áramtól átjárt gerjesztő tekercsben, tengelyirányban helyezkedik el legalább két lágyvasdarabka. A tengelyre erősítve egy lengő, a tekercshez erősítve egy álló. A mérendő áram a gerjesztő tekercsben mágneses teret hoz létre, mely mindkét vasat azonos polaritással felmágnesezi, így a két lágyvasdarabka taszítja egymást, és így nyomatékot fejt ki (kitérítő nyomaték) ezért a lengővasat, a mechanikus visszaállító nyomatékkal szemben, elfordítja. A mérőmű kitérése ott fog megállni, ahol a két nyomaték megegyezik. Mivel ugyanaz a mágneses tér mágnesezi fel mindkét vasat, a köztük fellépő taszítóerő négyzetesen változik.
- Ezzel szemben a visszatérítő nyomaték lineárisan változik. A lágyvasas mérőmű skálája négyzetes összefüggést mutat, a kitérés az áram négyzetével arányos. Ezen változtathatunk a vasak megfelelő kialakításával, illetve a tekercs geometriai kialakításával. Jól megtervezett mérőműnél elérhető, hogy a skála eleje sűrű lesz ugyan, de a mérési terjedelem nagy része közel lineáris lehet.
- A skála reprodukálhatóságának feltétele a két vas egymáshoz viszonyított induló helyzete. Mivel induláskor a műszert nullára kell állítani (ha a lengővas helyzete a mutatóhoz képest más) a két vas induló helyzete is megváltozik. Ügyelni kell a szimmetriára!
- Az áramtól való négyzetes függés miatt a műszerrel közvetlenül lehet mérni váltakozó áramot is. Az áram pillanatnyi értéke, annak előjelétől függetlenül azonos irányban mágnesezi a vasakat. A lágyvas műszerrel nem lehet negatív kitérést elérni, vagy középnullás műszert készíteni!
- A lágyvasas műszer elsősorban nagy áramok mérésére alkalmas! Az ampermérő műszerek általában 100% túlárammal készülnek.

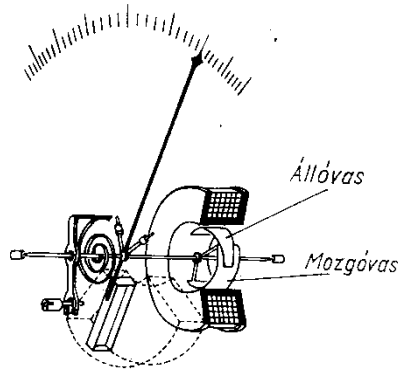
Lapos tekercsű műszer (működése a mágneses vonzáson alapul).

A mérendő áramot egy tekercsre kapcsoljuk, amelynek az áram hatására kialakul a mágneses tere. Ez a tér vonzza a tengelyre erősített lágyvas darabkát, és elfordul.

- Visszatérítő nyomaték rugó
- Csillapítónyomaték légkamrában mozgó dugó



Kerek tekercses műszer (működése a taszítás elvén alapul)



Állóvas a csévetesthez rögzítve, mozgóvas a tengelyhez.
A mozgóvas elmozdulása közben végzett elemi munka:

$$dW = F dx \quad dx = r d\alpha$$

$$F = \frac{dW}{r \cdot d\alpha}$$

$$\text{Nyomaték: } M = F \cdot r = \frac{dW}{d\alpha}$$

$$\text{A tekercs energiája: } W = \frac{1}{2} \cdot LI^2$$

$$M = \frac{1}{2} I^2 \cdot \frac{dL}{d\alpha} \quad \text{lágyvasas műszerek általános nyomatékegyenlete}$$

$$\frac{dL}{d\alpha} = K = \text{á ll.} \quad \text{megfelelő vas alak mellett}$$

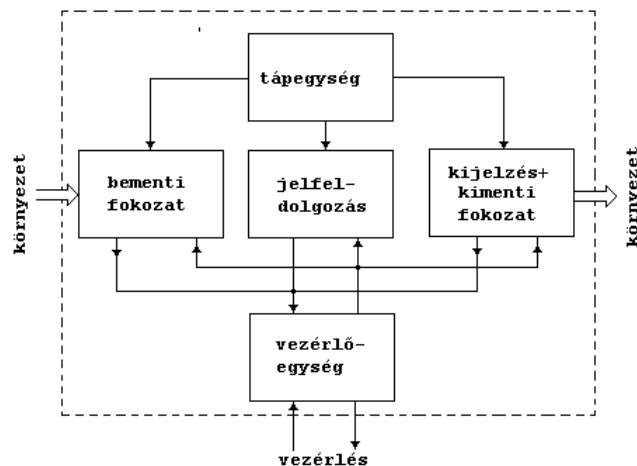
$$M = K' \cdot I^2 \quad \text{- négyzetes skála}$$

LABORATÓRIUMI MÉRŐMŰSZEREK, ESZKÖZÖK:

- DMM
- Analóg oszcilloszkóp
- Analóg függvénygenerátor
- Egyenáramú tápegységek

9. DIGITÁLIS MULTIMÉTEREK (DMM)

Elektronikus mérőműszerek:



Az elektronikus műszerek általános blokkvázlata

Az *elektronikus műszereknél* - szemben az elektromechanikus műszerekkel - a mért jel feldolgozása (pl. egyenirányítás), kijelzése segédenergiával történik (elem, akkumulátor vagy a hálózatról), így a műszer ezzel nem terheli a mérendőt.

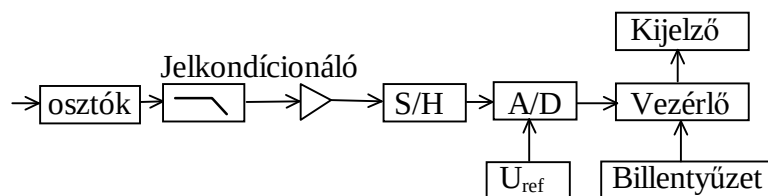
A digitális műszerek előnye az analóg műszerekkel szemben:

(!)

- nagyobb pontosság,
- nagyobb érzékenység,
- nagyobb mérési sebesség,
- egyértelmű leolvashatóság,
- nagyobb bemeneti impedancia,
- nagyobb frekvencia tartomány,
- a mért érték tárolható,
- a műszer működtetése automatizálható.

A digitális műszerek alpműszere a digitális voltmérő (DVM)

(Multiméter = digitális voltmérő + jelkondicionálók + A/D)



DVM felépítése

A digitális műszerek hibája így az analóg rész hibájából és a digitális számlálás hibájából tevődik össze (definiálásuk később).

Digitális multiméterek (DMM)

A digitális multiméterek - az analóg multiméterekhez hasonlóan - *egyen- és váltakozó feszültség, egyen- és váltakozó áram, valamint ohmos-ellenállás* mérésére alkalmasak.

DMM –mel mérhető jelek:

- egyenfeszültség (DV)
- váltakozó feszültség (AV)
- egyenáram (DC)
- váltakozó áram (AC)
- ellenállás (R)

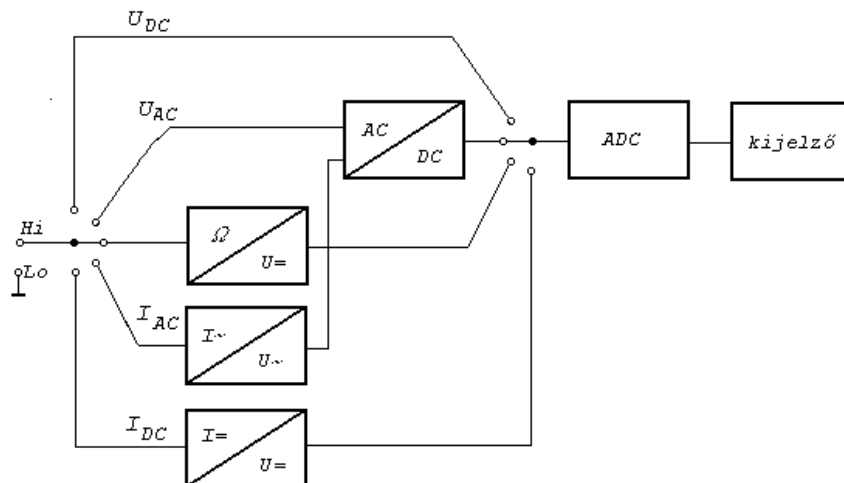
Szolgáltatásuk azonban - a digitális jelfeldolgozás révén - nagyobb az analóg műszerekénél.



kézi (hordozható) műszer, amelynek táplálása elemekkel vagy akkumulátorral történik



asztali műszer, laboratóriumi, amelynek táplálása a hálózatról történik



DMM műszer tipikus blokkvázlata az alábbi ábrán látható

A sémából látható, hogy a műszer a digitalizálás előtt minden jelet először egyenfeszültséggé alakít át. Ezt követi egy A/D-átalakítás (ADC – Analogue Digital Converter), amely átalakító az analóg feszültséget digitális formába alakítja.

Az elektronikus műszerek által mért és mutatott érték:

A váltakozó feszültséget is mérő digitális voltmérők - szokásos elnevezésük digitális multiméterek - **a jel abszolút középértékét mérik**. Kijelzőjük azonban az elektromechanikus műszerek hagyományait követve **effektív értéket (RMS) mutatnak**.

Valós effektív értéket mérő digitális voltmérők (TRMS):

- A korszerű, mikroprocesszoros DMM már bármilyen bementi jel esetén folyamatosan el tudja végezni az **igazi effektív érték számítását** (négyzetre emelést, integrálást és gyökvonást), így nincs szükség az 1,11-es szorzóra.
- Az ilyen műszerek neve: *True Root Mean Square DMM* (TRMS-DMM).

A mérés kijelzése dB-ben:

A korszerű DMM-ek a mért értéket dB-ben ("decibelben") is kijelzik. A kijelzés egy referencia feszültséghez viszonyítva történik:

$$dB = 20 \log \frac{U_{\text{mért}}}{U_{\text{referencia}}}$$

Ahol: U_{ref} az a feszültség, amelyet 600Ω -os terhelő ellenálláson $1mW$ teljesítmény hoz létre.

$$U_{\text{ref}} = \sqrt{10^{-3}W * 600\Omega} = 0,7746V$$

10. A DIGITÁLIS MŰSZEREK MÉRÉSI HIBÁJA (DMM)

A digitális műszerek hibája az **analóg rész hibájából** és a **digitális számlálás hibájából** tevődik össze. A megadás lehetséges módjai:

- A **mért értékre vonatkoztatott hiba**: h_{rdg} (rdg, reading, leolvasott érték):

$$h_{rdg} = \pm \frac{H_i}{m} 100\% \quad \text{ahol:}$$

H_i	a mérés abszolút hibája
m	a mért érték

- A **méréshatárra vonatkoztatott hiba** h_{FS} (fs, full scale, méréshatár): (katalógusadat)

$$h_{FS} = \pm \frac{H_i}{p_{FS}} 100\% \quad \text{ahol:}$$

H_i	a mérés abszolút hibája
p_{FS}	a műszer aktuális méréshatára

- A két hiba egymással kifejezhető, így a mért értékre vonatkoztatott (**korrigált**) hiba (h'_{rdg}):

$$h'_{rdg} = h_{FS} \frac{p_{FS}}{m}$$

- Az **impulzusszámlálásból** adódó h_{Count} hiba:

$$h_{Count} = \pm \frac{D}{N} 100\% \quad \text{ahol:}$$

N	a digitális műszeren kijelzett szám értéke a tizedespont figyelembevétel nélkül
D	a bizonytalan jegyek száma (tipikusan 1)

- **Összevont relatív hiba:** $h_{\Sigma} = h'_{rdg} + h_{count}$

Példa 1: Legyen egy digitális műszer méréshatára 5V, és mutasson a műszer éppen 4,785 V-ot. A műszer pontossági adatai: $h_{FS} = 0,07\%$ és $D=1$.

Megoldás:

$$h_{rdg} = h_{FS} \frac{U_{fs}}{m} = \pm 0,07\% \frac{5V}{4,785V} \cong \pm 0,073\%$$

$$h_{Count} = \pm \frac{1}{4785} 100\% = \pm 0,021\%$$

Az eredő hiba relatív értékben:

$$h_{\Sigma} = \pm |0,073\% + 0,021\%| = \pm 0,094\%$$

Az eredő hiba abszolút értékben:

$$H_i = \frac{h_{\Sigma}}{100\%} \cdot m = \pm \frac{0,094\%}{100\%} \cdot 4,785V \cong \pm 4,5mV$$

Példa 2: Számoljuk ki a mérési hibát arra az esetre, amikor a felhasználó nem automatikus méréshatár váltás állásban alkalmazza a műszert, hanem hagyja az 5 V-os határnál, és csak 0,045 V-ot mér.

Megoldás:

$$h_{rdg} = h_{fs} \frac{U_{fs}}{m} = \pm 0,07\% \frac{5V}{0,045V} \cong \pm 7,777\%$$

$$h_{Count} = \pm \frac{1}{45} 100\% = \pm 2,22\%$$

Az eredő hiba relatív:

$$h_{\Sigma} = \pm |7,777\% + 2,22\%| = \pm 7,997\%$$

A mérés abszolút hibája:

$$H_i = \frac{h_{\Sigma}}{100\%} \cdot m = \pm \frac{7,997\%}{100\%} \cdot 0,045V \cong \pm 3,6mV$$

Példa 3: $U_m = U_{rdg} = 5,215mV$
 $U_{fs} = 10\mu V$
 $h_{rdg} = \pm 0,015 \%$
 $h_{fs} = \pm 0,02 \%$ katalógus
 $D = 1$

Megoldás:

Méréshatárra vonatkoztatott relatív hiba:

$$h'_{rdg} = h_{fs} \frac{U_{fs}}{U_{rdg}} = \pm 0,02 \% \cdot \frac{10\mu V}{5,215mV} = 0,038 \%$$

Számlálási hiba:

$$h_{sz} = \frac{1}{5215} \cdot 100 \% = \pm 0,019 \%$$

Összevont relatív hiba:

$$h = \pm |0,015 + 0,038 + 0,019| \% = 0,072\%$$

Abszolút hiba:

$$H = \frac{h}{100\%} \cdot U_{rdg} = \frac{0,072}{100} \cdot 5,215 \approx 4\mu V$$

Megállapítás: Összehasonlítva a mérési hibákat ne tévesszen meg minket az, hogy abszolút értékben a második esetben kisebb a hiba értéke, ez digitális műszereknél természetes, hiszen lényegesen kisebb értéket mértünk. Amint viszont azt már az I. fejezetben megtanulhattuk, a mérés pontosságának legfontosabb jelzőszáma a relatív hiba, ez mutatja meg, hogy mennyire „használható” egy mérési eredmény. Ha a relatív hibákat összehasonlítjuk, akkor megdöbbentő különbséget látunk, az első esetben a relatív hiba kisebb, mint 0,1%, ami egy nagyon pontos mérésnek felel meg, míg a második esetben majdnem 8% a mérés relatív hibája, ami digitális mérés technikában elfogadhatatlan érték. Figyeljünk tehát a digitális műszereknél is arra, hogy a méréshatárt hogyan állítjuk be!

IV. TELJESÍTMÉNY-, ENERGIA- ÉS IMPEDANCIA MÉRÉSE

Egyenáramú teljesítmény:

$$P = U \cdot I$$

Színuszos jelek esetén:

1. látszólagos teljesítmény

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

2. hatásos teljesítmény

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

3. meddő teljesítmény

$$Q = U \cdot I \sin\varphi$$

Pillanatérték: $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

ahol:

φ : u és i közötti fázisszög

$\cos\varphi$ = teljesítménytényező

Többfázisú teljesítmény

$$P = \sum_{k=1}^n P_k \quad k: \text{fázisok száma}$$

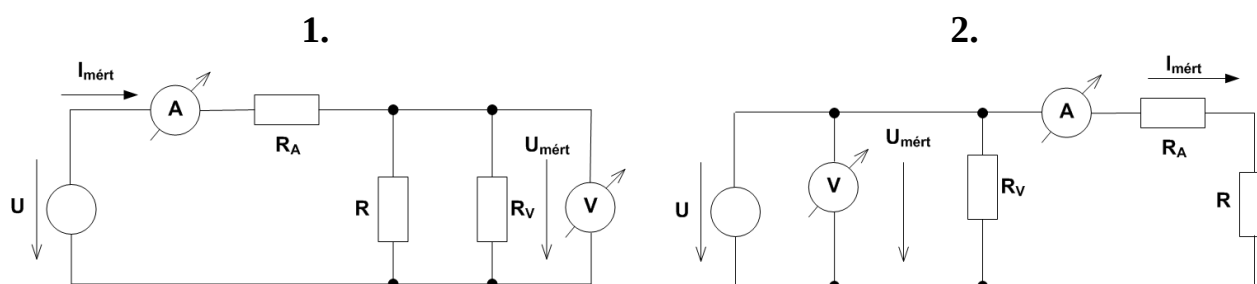
1. DC TELJESÍTMÉNY- ÉS ELLENÁLLÁS MÉRÉSE

(!)

(feszültség- és árammérővel)

Mérési probléma:

- Egy teljesítménymérés vagy ellenállásmérés esetén, ha az R , R_V és R_A viszonyai nem megfelelőek, akkor a mérés nagy hibát tartalmazhat. Így a mérés előtt célszerű áttekinteni az adott kapcsolást!
- Az esetek nagyobb %-ában teljesen mindegy, hogy melyik kapcsolást használjuk, mert egyszerre teljesül az alábbi két feltétel. Ha valamelyik feltétel "borulni látszik", akkor viszont el kell dönteni, hogy melyik mérési elrendezést használjuk!



Az alkalmazhatóság feltételei:

$$R_V \gg R$$

$$R_A \ll R$$

(R_V : a feszültségmérő belső ellenállása)

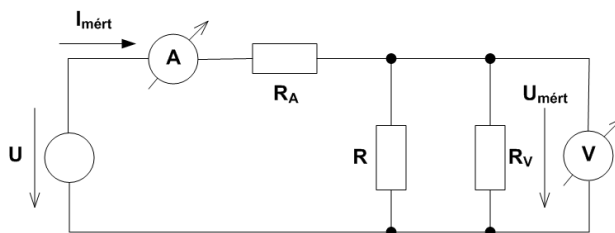
(R_A az árammérő belső ellenállása)

Ebben a kapcsolásban az **R_V a domináns!**

Ebben a kapcsolásban az **R_A a domináns!**

Dominánsnak számít azon elem, amely a legjobban befolyásolja a kapcsolást!!!

Ha az **1. kapcsolást** választjuk ($R_V \gg R$):



A teljesítmény relatív hibájának számítása:

A teljesítmény pontos értéke: $P_{\text{pontos}} = U \cdot I = I^2 \cdot R$

$$P_{\text{mért}} = U_{\text{mért}} \cdot I_{\text{mért}}$$

A teljesítmény mért értéke: $I_{\text{mért}} = I$

$$U_{\text{mért}} = I_{\text{mért}} \cdot (R + R_V) = I \cdot (R + R_V)$$

$$h_P = \frac{P_{\text{mért}} - P_{\text{pontos}}}{P_{\text{pontos}}} = \frac{I \cdot \frac{R \cdot R_V}{R + R_V} \cdot I - I^2 \cdot R}{I^2 \cdot R} = \frac{R_V}{R + R_V} - 1$$

Ez a relatív hiba csak az R_V és az R viszonyától függ, és akkor kicsi, ha $R_V \gg R$

Az ellenállás relatív hibájának számítása:

Az ellenállás pontos értéke: $R_{\text{pontos}} = \frac{U}{I} = R$

$$R_{\text{mért}} = \frac{U_{\text{mért}}}{I_{\text{mért}}}$$

$$I_{\text{mért}} = \frac{U}{R_A + (R + R_V)} \text{ (ezt nem kell behelyettesíteni)}$$

Az ellenállás mért értéke:

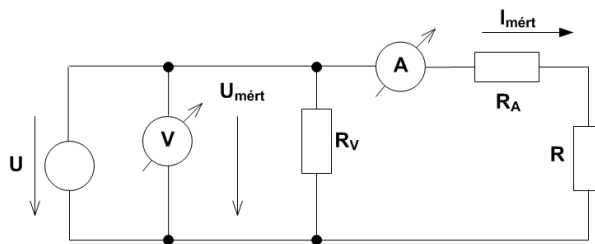
$$U_{\text{mért}} = I_{\text{mért}} \cdot (R + R_V)$$

$$R_{\text{mért}} = \frac{U_{\text{mért}}}{I_{\text{mért}}} = \frac{I_{\text{mért}} \cdot (R + R_V)}{I_{\text{mért}}} = R + R_V = \frac{R \cdot R_V}{R + R_V}$$

$$h_R = \frac{R_{\text{mért}} - R_{\text{pontos}}}{R_{\text{pontos}}} \cdot 100\% = \frac{\frac{R \cdot R_V}{R + R_V} - R}{R} \cdot 100\%$$

$$h_R = \frac{R \cdot R_V - R^2 - R \cdot R_V}{R \cdot (R + R_V)} \cdot 100\% = -\frac{R}{R + R_V} \cdot 100\%$$

Ha a 2. kapcsolást választjuk ($R_A \ll R$):



A teljesítmény relatív hibájának számítása:

A teljesítmény pontos értéke: $P_{\text{pontos}} = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$

$$P_{\text{mért}} = U_{\text{mért}} \cdot I_{\text{mért}}$$

A teljesítmény mért értéke: $I_{\text{mért}} = \frac{U}{R_A + R}$

$$U_{\text{mért}} = U$$

$$h_P = \frac{P_{\text{mért}} - P_{\text{pontos}}}{P_{\text{pontos}}} \cdot 100\% = \frac{U_{\text{mért}} I_{\text{mért}} - U \cdot I}{U \cdot I} \cdot 100\% = \frac{U \frac{U}{R_A + R} - U \frac{U}{R}}{U \frac{U}{R}} \cdot 100\%$$

$$h_P = \frac{\frac{U^2}{R_A + R} - \frac{U^2}{R}}{\frac{U^2}{R}} \cdot 100\% = \frac{\frac{R - R_A - R}{R \cdot (R_A + R)}}{\frac{1}{R}} \cdot 100\% = -\frac{R_A}{R_A + R} \cdot 100\%$$

Azaz h_P kizárólag az R_A és R arányától függ és akkor lesz kicsi, ha $R_A \ll R$.

Az ellenállás relatív hibájának számítása:

Az ellenállás pontos értéke: $R_{\text{pontos}} = \frac{U}{I} = R$

$$R_{\text{mért}} = \frac{U_{\text{mért}}}{I_{\text{mért}}}$$

A teljesítmény mért értéke: $I_{\text{mért}} = \frac{U}{R_A + R}$

$$U_{\text{mért}} = U$$

$$R_{\text{mért}} = R_A + R$$

$$h_R = \frac{R_{\text{mért}} - R_{\text{pontos}}}{R_{\text{pontos}}} \cdot 100\% = \frac{\frac{U}{R_A + R} - R}{R} \cdot 100\% = \frac{R_A + R - R}{R} \cdot 100\% = \frac{R_A}{R} \cdot 100\%$$

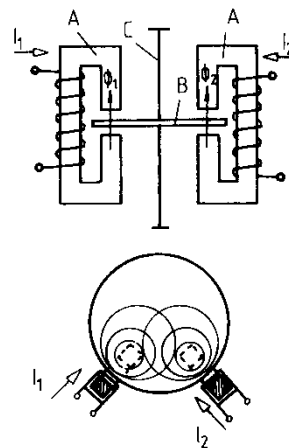
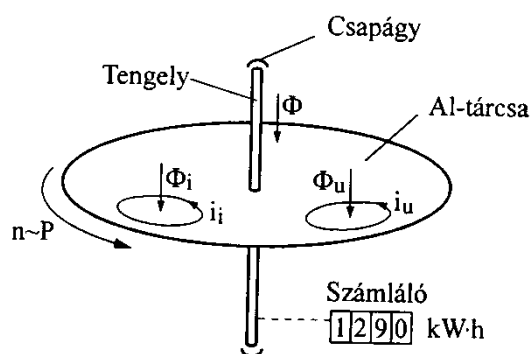
2. ENERGIA MÉRÉSE: indukciós fogyasztásmérő (Ferraris típusú fogyasztásmérő)

- A villamos energia mérését 1889-től Bláthy világhírű találmánya tette lehetővé. 1885-ből származik Bláthy váltakozó áramú wattmérője. Ennek későbbi 1910-es változata a Kellner József-féle wattmérő volt, amely a mágneses, és a dielektromosveszteségeket is pontosan mutatta.
- A wattórák mérésére az **Thomson dinamometrikus számlálója** szolgált. Az 1888. évi párizsi kiállításon mutatták be, de bizonytalanul mért. A mérési pontatlanság viszont jelentős pénzvesztést okozott az áramszolgáltatóknak. Egyébként is a Thomson-mérő használata feltételezte, hogy a feszültségi körben folyó áram a feszültséggel arányos, és azonos fázisú.
- A feladat tehát adott volt: olyan számláló szerkesztése, amelyiknek fordulatszáma követi a mindenkor terhelést (azaz a fékezőnyomaték függjön a fordulatszámtól → a fordulatszám arányos a fogyasztott munkával). Minőségileg pedig meg kellett oldani, hogy a számláló a névleges terhelés 0,5-1 %-ánál biztosan induljon, és terhelés nélkül, még 120%-os feszültségnél se járjon üresen. ($P=U \cdot I \cdot \cos\varphi$, és ha $I=0$, akkor $P=0$!)
- Bláthy 1889 márciusában kiadta a gyártási utasításokat és 1889 végére a Ganz-gyár forgalmazta a világon az első, indukciós elven működő váltakozó áramú fogyasztásmérőket. Az első darabok súlya kb. 20–25 kg között mozgott!!

Működési elve:

A készülék hajtóelemét a Ferraris tárcsa képezte. Bláthy jól választotta meg az áram és a feszültség mágneses tere között a 90°-os fáziseltolást. A számláló így a tiszta wattórákat mutatta a terhelés fáziseltolásától függetlenül. A későbbiekben ez lett minden számláló alapelve.

A Bláthy féle indukciós számláló, bár számlálólapja a korabeli szokások szerint amperórákra volt osztva, mégis mutatta a wattfogyasztást a 90°-os fáziseltolás révén. Bláthy ugyanis mágneses mellékzárral vezette át az (így nem teljes) áramkör fluxusát a forgórészre. Ez korszerű megoldásnak számított, mert a konkurencia ezt párhuzamosan kötött ohmikus és soros kötésű induktív ellenállásokkal tudta megoldani.



I_1 - a hálózat árama
 I_2 - a feszültséggel arányos áram (fogyasztó)

Két (három) tekercs van, amelyekre áramokat kapcsolnak:

- tekercs:** ezen áramtekercset a hálózatról felvett áramra kapcsolják;
- tekercs:** ezen áramtekercset a terhelői/fogyasztói oldalra kapcsolják rá, amely az árammal arányos feszültséget indukál a tekercsben; → ez munkát végez és gyorsítani igyekszik az Al-tárcsát;

(3. tekercs: Azért, hogy ne gyorsuljon az Al-tárcsa, ezért az egyenletes forgáshoz ezt is alkalmazzák, amely visszatartja a gyorsulómozgást. Erre ugyancsak a hálózati feszültséget kapcsolják.)

Visszatérítő nyomaték: fékmágnes $M_f = K \cdot n$, ahol n a fordulatszám.

$$M_k = c \cdot I_1 \cdot I_2 \sin \beta$$

$$P_h = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$M_k = k \cdot P_h$$

Egyensúlyi helyzet:

$$M_k = M_f$$

$$k P_h = K n$$

$$n = \text{állandó} \cdot P$$

A tárcsa egységnyi idő alatt megtett fordulatszáma a villamos teljesítménnyel arányos. Fordulatszám-láló beépítve.

$$n \text{ (fordulatszám)} \sim P \text{ (hatásos teljesítmény)}$$

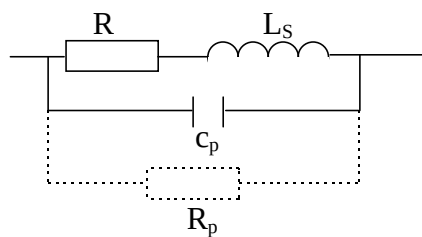
3. IMPEDANCIA MÉRÉSE

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}}$$

Ideális ohmos ellenállás: $\bar{Z} = R$

A valóságos ellenállás **frekvenciafüggő**. Ha egy fogyasztó váltakozó áramról működik, akkor figyelembe kell venni, hogy van induktivitása és kapacitása is.

Így a helyettesítő kép:



L_S - ellenállástekercs induktivitása

C_p - szórt kapacitás

R_p - az ellenállás sarkai között fellépő szivárgási ellenállás

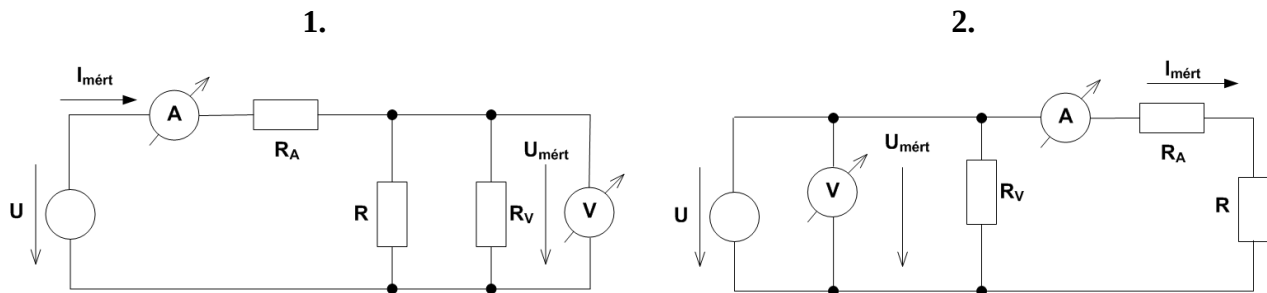
Egyéb járulékos hibák:

- **skineffektus** - a frekvencia növekedésével a hasznos keresztmetszet csökken, ezért az ellenállás nő. A hatás 1 MHz felett jelentkezik fokozottan. Kiküszöbölés: többre hurokellenállás
- **hőhatás**: környezetből + az átfolyó áram okozta hőhatás.
Kiküszöbölés: termosztát, hűtés.
- **termofeszültség**: az ellenállás kivezetése és az ellenálláshuzal érintkezési pontjában keletkező feszültség.
Kiküszöbölés: az egymáshoz csatlakozó anyagok helyes megválasztása.

4. ANALÓG ELLENÁLLÁSMÉRÉS

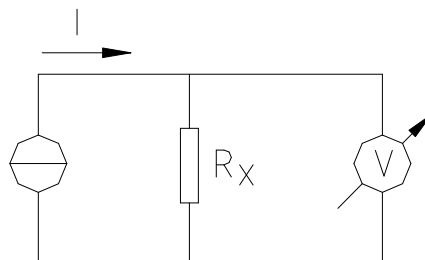
1. Feszültség- és árammérővel:

(!)



2. Ellenállásmérés közvetlen mutatós ellenállásmérővel

A. Állandó áramot hajtunk és mérjük a feszültséget



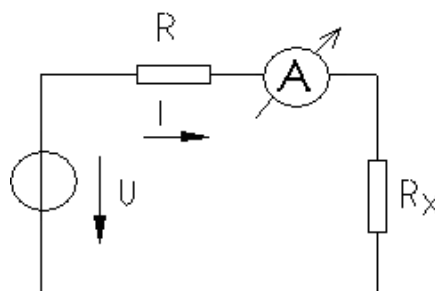
$$U_x = I \cdot R_x$$

$I = \text{állandó}$

U_x arányos R_x - szel.

Digitális műszerekben alkalmazzák.

B. Feszültséggenerátoros: feszültséggenerátor - szárazelem (pl. Deprez műszer)



Soros ellenállásmérő

A soros ellenállásmérő árama:
$$I = \frac{U}{R + R_X} = \frac{U}{R} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_X}{R}}$$

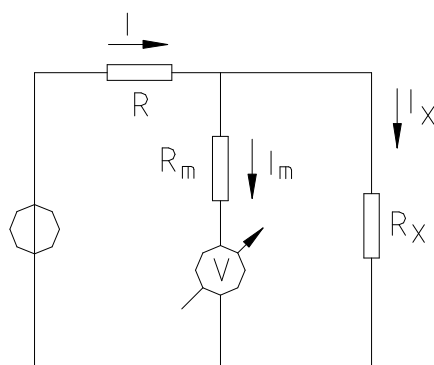
A műszer kitérése: (A Deprez műszer skálaegyenlete szerint): *hiperbolikus skála*

$$\alpha = k \cdot I = k \cdot \frac{U}{R} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_X}{R}}$$

$R_X = 0$ esetén $\alpha_{\max}$

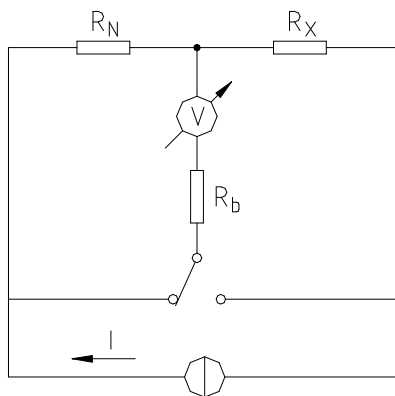
$R_X = \infty$ esetén $\alpha = 0$

A skála közepén a legpontosabb.



Párhuzamos ellenállásmérő

C. Ellenállásmérés feszültségösszehasonlítással



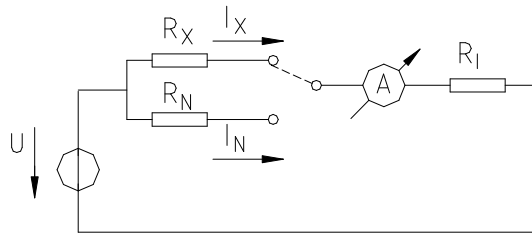
$$U_N = I \cdot R_N$$

$$R_X = R_N \cdot (U_X / U_N)$$

$$U_X = I \cdot R_X$$

Digitális multiméterekben ellenállásarány-mérésre használják.

D. Ellenállásmérés áramösszehasonlítással



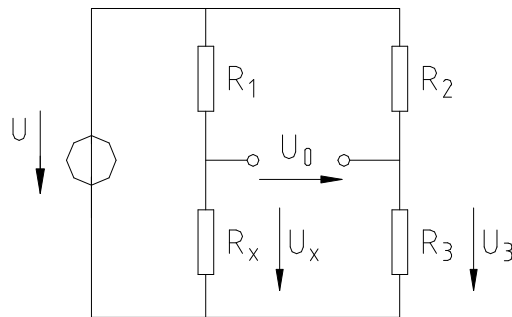
$$U = I_X \cdot R_X$$

$$U = I_N \cdot R_N$$

$$R_X = R_N \cdot (I_N / I_X)$$

5. ELLENÁLLÁSMÉRÉS NULLMÓDSZERREL

Wheatstone-híd (feszültség-összehasonlítás módszere)



$$\text{Ha } U_X = U_3 \quad \rightarrow \quad \text{akkor } U_0 = 0$$

Kiegyenlítés feltétele:

$$U_0 = \left(\frac{R_X}{R_1 + R_X} - \frac{R_3}{R_3 + R_2} \right) = 0$$

$$R_X \cdot R_2 = R_1 \cdot R_3$$

$$R_X = R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2}$$

U_0 mérése *nagyérzékenységi nullindikátorral (galvanométerrel)* történik.

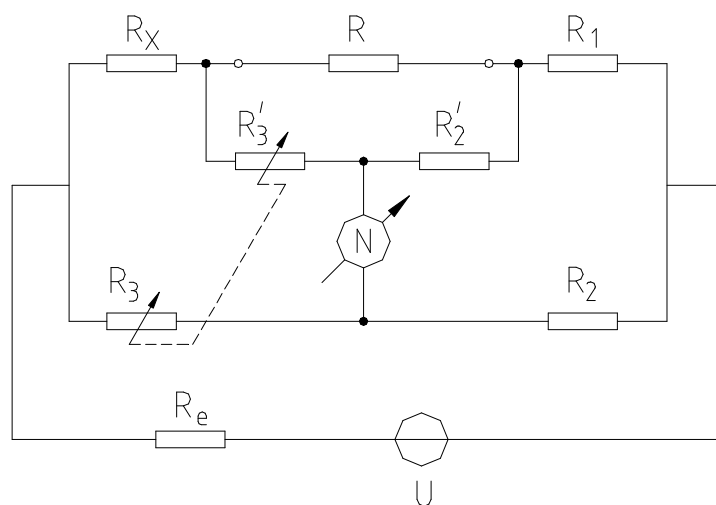
Az egyenáramú hidak pontossága függ:

- nullindikátor érzékenysége
- kiegyenlítő elemek pontossága
- hőhatások, termofeszültségek
- kis ellenállások esetén a bekötő vezetékek ellenállása
- nagy ellenállások esetén a szivárgóáramok

A Wheatstone-híd pontossága általában $h < 0.5 \%$.

Thomson híd

10 Ω alatti mérések esetén a bekötő vezetékek jelentős mérési hibákat okozhatnak. Ezt küszöböli ki a belső híddal kiegészített Thomson-híd.



R_e - áramkorlátozó ellenállás, R a hozzávezetések ellenállása.

$$(R_X + R_3')R_2 = (R_1 + R_2')R_3$$

$$R_X R_2 + R_2 R_3' = R_1 R_3 + R_2' R_3$$

$$R_X R_2 = R_1 R_3 \quad \& \quad R_2 R_3' = R_3 R_2'$$

Vagyis a fő- és a mellékhíd egyidejű kiegyenlítése szükséges.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- Zoltán István: Méréstechnika, Műegyetemi Kiadó, 1997.
- Robert G. Seippel: Transducers, Sensors, and Detectors, Prentice-Hall Inc., 1983.
- L. Borucki-J.Dittmann: Bevezetés a digitális méréstechnikába, Műszaki Könyvkiadó, 1975.
- E.O. Doebelin: Measurement Systems, McGraw-Hill, 1990.
- Douglas M. Considine: Process/Industrial Instruments & Control Handbook, McGraw-Hill, 1993.
- Tran Tien Lang: Computerized Instrumentation, John Wiley & Sons Ltd., England 1991.
- John G. Webster: The Measurement, Instrumentation, and Sensors Handbook, Springer-Verlag GmbH & Co., 1999.
- www.uni-miskolc.hu/~elkvsza (Váradiné Dr. Szarka Angéla egyetemi oktatási homepage-e)
- http://www.sze.hu/~kurtosi/Elektrotechnika_jegyzet_1-2.pdf (REF 1)