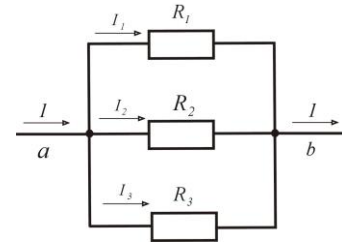
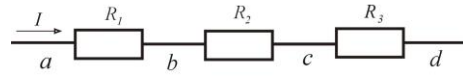


- 1.1 Az  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  ellenállásokat az alábbi ábra alapján elsőként sorosan majd párhuzamosan kötjük. Adj meg mindkét esetben az eredő ellenállásra vonatkozó formulát!



$$U_{ad} = U_{ab} + U_{bc} + U_{cd} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3$$

mivel az  $I$  áramerősség ugyanaz minden ellenállásra vonatkozóan.  $I$ -vel osztva:

$$\frac{U_{ad}}{I} = R_1 + R_2 + R_3 \text{ vagy } R_e = R_1 + R_2 + R_3,$$

ugyanis  $\frac{U_{ad}}{I}$  definíció szerint a kapcsolás  $R_e$  eredő ellenállása.

A második esetben: A potenciálkülönbség mindhárom ellenálláson azonos, így

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1}, I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2}, I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3}$$

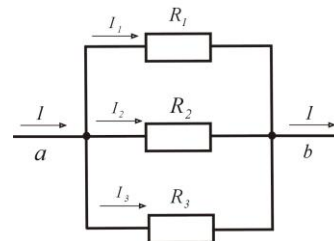
Mivel a főág áramerőssége a mellékágak összegeként kapható meg, így

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U_{ab}}{R_1} + \frac{U_{ab}}{R_2} + \frac{U_{ab}}{R_3}$$

ezt elosztva  $U_{ab}$ -vel.

$$\frac{I}{U_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \text{ vagy } \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

- 1.2 Határozza meg az eredő ellenállást az alábbi három párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetén:  
 $R_1 = 12\Omega$ ,  $R_2 = 12\Omega$ ,  $R_3 = 6\Omega$ !



Az eredő ellenállás  $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

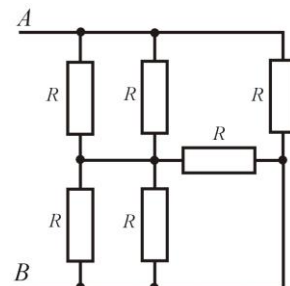
$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{12\Omega} + \frac{1}{6\Omega} = \frac{4}{12\Omega}$$

$$\text{tehát } R_e = \frac{12\Omega}{4} = 3\Omega.$$

- 1.3 Határozza meg az ábrán látható ellenállás-hálózat eredő ellenállását az **A** és **B** pontokra nézve!  $R = 50\Omega$

A kört az alábbi módon átrajzolva könnyen számítható a bejelölt két eredő ellenállás értéke. Először a két felső párhuzamosan kapcsolt ellenállás eredőjét számítjuk ki:

$$R_{2R} = \frac{1}{\frac{1}{50} + \frac{1}{50}} = 25\Omega \text{ vagy } R_{2R} = \frac{50\Omega \cdot 50\Omega}{50\Omega + 50\Omega} = 25\Omega$$



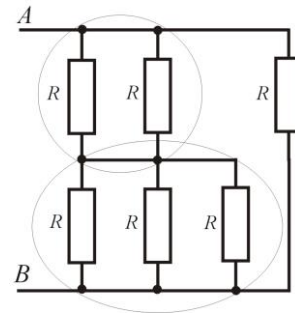
Az alsó 3 ellenállás esetén:

$$R_{3R} = \frac{1}{\frac{1}{50\Omega} + \frac{1}{50\Omega} + \frac{1}{50\Omega}} = \frac{1}{\frac{3}{50\Omega}} = \frac{50\Omega}{3} = 16,6\Omega \text{ vagy}$$

$$R_{3R} = \frac{R_{2R} \cdot R}{R_{2R} + R} = \frac{25\Omega \cdot 50\Omega}{25\Omega + 50\Omega} = \frac{1250\Omega}{75\Omega} = 16,6\Omega$$

És a végeredmő:

$$R_{Eredő} = \frac{(25\Omega + 16,6\Omega) \cdot 50\Omega}{25\Omega + 16,6\Omega + 50\Omega} = \frac{41,6\Omega \cdot 50\Omega}{91,6\Omega} = 22,7272\Omega$$



- 1.4 Határozza meg az ábrán látható ellenállás-hálózat eredő ellenállását az **A** és **B** pontokra nézve!

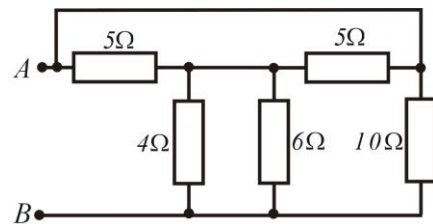
Jól látható, hogy a két  $5\Omega$ -os ellenállás párhuzamosan van kötve. Illetve a  $4\Omega$  és a  $6\Omega$ -os ellenállások párhuzamos eredője is számítható:

$$R_{55} = \frac{5\Omega \cdot 5\Omega}{5\Omega + 5\Omega} = 2,5\Omega$$

$$R_{46} = \frac{4\Omega \cdot 6\Omega}{4\Omega + 6\Omega} = 2,4\Omega$$

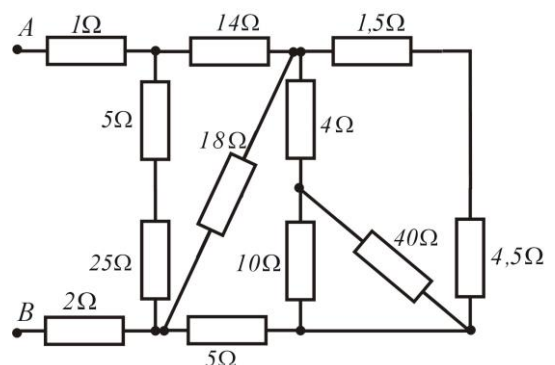
Az  $R_{55}$  és az  $R_{46}$  sorosan van kötve és vele párhuzamosan van egy  $10\Omega$ -os:

$$R_{Eredő} = \frac{(2,5\Omega + 2,4\Omega) \cdot 10\Omega}{2,5\Omega + 2,4\Omega + 10\Omega} = \frac{49\Omega}{14,9\Omega} = 3,2886\Omega$$



- 1.5 Határozza meg az ábrán látható ellenállás-hálózat eredő ellenállását az **A** és **B** pontokra nézve!

A  $10\Omega$ -os és a  $40\Omega$ -os párhuzamosan van kötve és az eredőjükkel sorba van a  $14\Omega$ -os és ezekkel párhuzamosan van a  $1,5\Omega$ -os és a  $4,5\Omega$ -os eredője.



$$R_{4,10,40,6} = \frac{(\frac{10\Omega \cdot 40\Omega}{10\Omega + 40\Omega} + 4\Omega)(1,5\Omega + 4,5\Omega)}{\frac{10\Omega \cdot 40\Omega}{10\Omega + 40\Omega} + 4\Omega + 1,5\Omega + 4,5\Omega} = \frac{72\Omega}{18\Omega} = 4\Omega$$

A  $4\Omega$ -os eredővel van sorosan kötve az  $5\Omega$ -os és velük párhuzamosan van a  $18\Omega$ -os és ezekkel sorosan van egy  $14\Omega$ -os.

$$R_{4,5,18,14} = \frac{(5\Omega + 4\Omega) \cdot 18\Omega}{5\Omega + 4\Omega + 18\Omega} + 14\Omega = 20\Omega$$

Ezzel a  $20\Omega$ -os ellenállással párhuzamosan van kötve az  $5\Omega$ -os és a  $25\Omega$ -os soros eredője. Az összes eredője végül az  $1\Omega$ -os és  $2\Omega$ -os soros kapcsolásával kapható meg.

$$R_{Eredő} = \frac{(25\Omega + 5\Omega) \cdot 20\Omega}{5\Omega + 25\Omega + 20\Omega} + 3\Omega = 15\Omega$$

- 1.6 Valamely áramkör tápláló feszültsége  $500V$ . Ha  $25\Omega$ -al megnöveljük a kör ellenállását, az áram  $I$ -el csökken. Mekkora az eredeti ellenállás és áramerősség?

Az alábbi két egyenlet írható fel a peremfeltételek alapján:

$$I = \frac{500V}{R_{eredeti}} \text{ és a } I - I = \frac{500V}{R_{eredeti} + 25\Omega}$$

tehát:

$$I - I = \frac{500V}{\frac{500V}{I} + 25\Omega}$$

$$(I - I) \left( \frac{500V}{I} + 25\Omega \right) = 500V$$

$$500 + 25 \cdot I - \frac{500}{I} - 25 = 500 \quad | \cdot I$$

$$25 \cdot I^2 - 25 \cdot I - 500 = 0$$

$$I^2 - I - 20 = 0$$

$$\text{vagy} \quad \frac{500V}{R_{eredeti}} - I = \frac{500V}{R_{eredeti} + 25\Omega}$$

$$500 - R = \frac{500 \cdot R}{R + 25}$$

$$(500 - R)(R + 25) = \frac{500 \cdot R}{R + 25}$$

$$500R + 12500 - R^2 - 25R - 500R = 0$$

$$-R^2 - 25R + 12500 = 0$$

$$R^2 + 25R - 12500 = 0$$

A kapott egyenletre alkalmazva a másodfokú egyenlet megoldó képletét:

$$I_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} \Rightarrow R_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-25 \pm \sqrt{25^2 + 4 \cdot 12500}}{2} =$$

$$I_1 = 5A$$

$$I_2 = -4A$$

$$= \frac{-25 \pm 225}{2} \Rightarrow R_1 = 100\Omega$$

$$R_2 = -125\Omega$$

A kapott két megoldás közül csak a pozitív képzelhető el. Ez alapján számítható az eredeti ellenállás.

$$R_{eredeti} = \frac{500V}{5A} = 100\Omega$$

$$I = \frac{500V}{100\Omega} = 5A$$

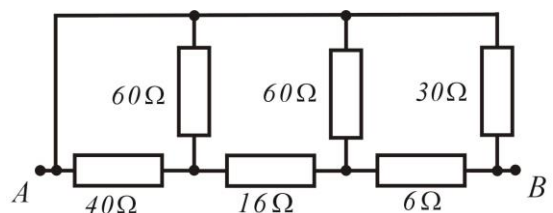
- 1.7 Mekkora az eredő ellenállás az alábbi ábra szerinti kapcsolásban az **A** és a **B** pontok között? Vegyük figyelembe, hogy a felső vezeték feszültsége végig megegyezik az **A** pont feszültségével.

A  $60\Omega$ -os és a  $40\Omega$ -os párhuzamosan van kapcsolva és az eredőjükkel sorba van a  $16\Omega$ -os és ezekkel párhuzamosan van a  $60\Omega$ -os.

$$R_{40,60,16,60} = \frac{\left( \frac{60\Omega \cdot 40\Omega}{60\Omega + 40\Omega} + 16\Omega \right) \cdot (60\Omega)}{\frac{60\Omega \cdot 40\Omega}{60\Omega + 40\Omega} + 16\Omega + 60\Omega} = 24\Omega$$

A  $24\Omega$ -os eredővel van sorosan kötve az  $6\Omega$ -os és velük párhuzamosan van a  $30\Omega$ -os. Ezek eredője mivel két egyforma ellenállás van párhuzamosan kötve  $15\Omega$ .

$$R_{Eredő} = \frac{(24\Omega + 6\Omega) \cdot 30\Omega}{24\Omega + 6\Omega + 30\Omega} = 15\Omega$$



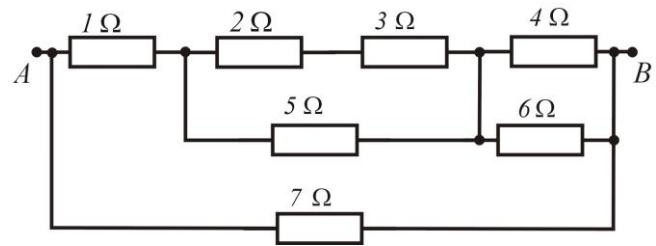
1.8 Mekkora az eredő ellenállás az alábbi ábra szerinti kapcsolásban az **A** és a **B** pontok között?

A  $2\Omega$ -os és a  $3\Omega$ -os sorosan van kötve velük párhuzamosan van kapcsolva az  $5\Omega$ -os és ezekkel sorosan van az  $1\Omega$ -os.

$$R_{2,3,5,1} = \frac{(2\Omega + 3\Omega) \cdot 5\Omega}{2\Omega + 3\Omega + 5\Omega} + 1\Omega = 3,5\Omega$$

Ezen eredővel sorosan van kapcsolva a  $4\Omega$ -os és  $6\Omega$ -os párhuzamos eredője. Ezzel az egészszel van mér párhuzamosan egy  $7\Omega$ -os.

$$R_{\text{eredő}} = \frac{(3,5\Omega + \frac{4\Omega \cdot 6\Omega}{4\Omega + 6\Omega}) \cdot 7\Omega}{3,5\Omega + \frac{4\Omega \cdot 6\Omega}{4\Omega + 6\Omega} + 7\Omega} = 3,2015\Omega$$



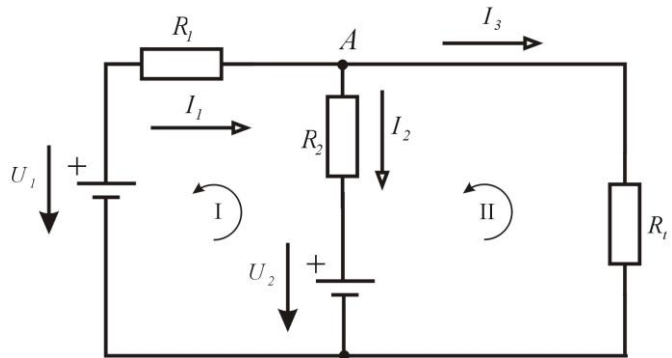
1.9 Két párhuzamosan kapcsolt anódtelep adatai  $U_1 = 110V$  és  $U_2 = 100V$ . A telepek belső ellenállásai  $R_1 = 100\Omega$  és  $R_2 = 200\Omega$ . Számítsa ki az egyes telepek áramát és az  $U_k$  kapocsfeszültséget.

a.,)  $I_3 = 0A$  esetén

b.,)  $I_3 = 100mA$  esetén

a, üresjárás esetén:

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad & U_1 - I_1(R_1 + R_2) - U_2 = 0 \\ & 110V - I_1(300\Omega) - 100V = 0 \\ & I_1(300\Omega) = 10 \\ & I_1 = \frac{10}{300} = 0,033A \end{aligned}$$



A kapocsfeszültség üresjárás esetén:  $U_k = I_1 \cdot R_2 + U_2 = 200\Omega \cdot 0,033A + 100V = 106,6V$

b,  $I_3 = 100mA$  terhelőáram esetén. A feladatot a Kirchhoff egyenletrendszer felírásával tudjuk formálisan megoldani a feladatot:

$$\text{I.} \quad U_1 - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 - U_2 = 0$$

$$\text{II.} \quad I_2 \cdot R_2 + U_2 - 0,1 \cdot R_t = 0$$

$$\text{A.} \quad I_1 - I_2 - 0,1 = 0$$

Az ismert értékeket behelyettesítve és rendezve a következőket kapjuk:

$$\text{I.} \quad -100 \cdot I_1 - 200 \cdot I_2 = -110V + 100V$$

$$\text{II.} \quad 200 \cdot I_2 - 0,1 \cdot R_t = -100V$$

$$\text{A.} \quad I_1 - I_2 = 0,1 \quad \Rightarrow I_1 = I_2 + 0,1$$

A második egyenlet alapján:

$$\text{I.} \quad -100 \cdot (I_2 + 0,1) - 200 \cdot I_2 = -10$$

$$-100 \cdot I_2 - 10 - 200 \cdot I_2 = -10$$

$$-300 \cdot I_2 = 0$$

$$I_2 = 0A$$

$$I_1 = I_2 + 0,1 = 0 + 0,1 = 0,1A$$

A kapocsfeszültség  $I_3 = 100mA$  terhelés esetén:  $U_k = I_2 \cdot R_2 + U_2 = 200\Omega \cdot 0A + 100V = 100V$

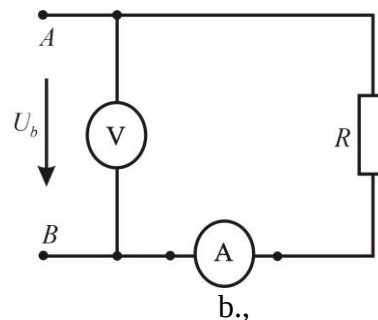
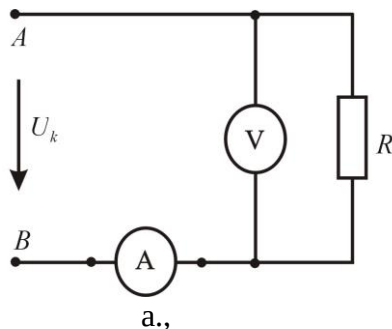
- 1.10 Mekkora áramot vesz fel a hálózatról egy  $U = 440V$  és egy  $P = 7kW$  -os egyenáramú motor, melynek a hatásfoka  $\eta = 84\%$ ?

$$P = U \cdot I \Rightarrow I_{ideális} = \frac{P}{U} = \frac{7000W}{440V} = 15,909A$$

De mivel van a készüléknek hatásfoka is ezért a végeredményt ez alapján számíthatjuk:

$$I = \frac{I_{ideális}}{\eta} = \frac{15,90909A}{0,84} = 18,939A$$

- 1.11 Számítsuk ki az  $R$  ellenállás pontos értékét volt-amperes ellenállás mérésnél az a., ábra alapján, ha a voltmérő által mért feszültség  $U = 180V$ , és az ampermérő által mutatott áramerősség  $I = 2A$ . A voltmérő ellenállása  $R_V = 2000\Omega$  és az ampermérő ellenállása  $R_A = 0,01\Omega$ .



Hány voltot jelez a voltmérő, a b., ábra szerinti kapcsolásban, ha az ampermérőn ismét  $I = 2A$ -t állítunk be?

a., esetben ismert, hogy a voltmérőn mekkora feszültség esik és mekkora a belső ellenállása, így számítható a rajta folyó áram:

$$I_F = \frac{U}{R_V} = \frac{180V}{2000\Omega} = 0,09A = 90mA$$

Tehát így ismert a voltmérő felé elfolyó áram értéke, amit levonva a beállított  $2A$ -es értékből megkapjuk az ellenállásra jutó áramot. Mivel a keresett ellenállásra ugyanaz a feszültség jut, mint amit a voltmérő mutat, így Ohm törvény alapján számítható az ellenállás értéke.

$$R = \frac{U}{I - I_F} = \frac{180V}{2A - 0,09A} = 94,2408\Omega$$

A feladat nem kérdezi, de könnyen kiszámítható a mérésre kapcsolt feszültség nagysága is:

Elsőként számítható az árammérőn eső feszültség:  $U_A = R_A \cdot I = 0,01\Omega \cdot 2A = 0,02V = 20mV$

Ehhez hozzáadva a voltmérő feszültségét megkaphatjuk a kapocsfeszültséget:

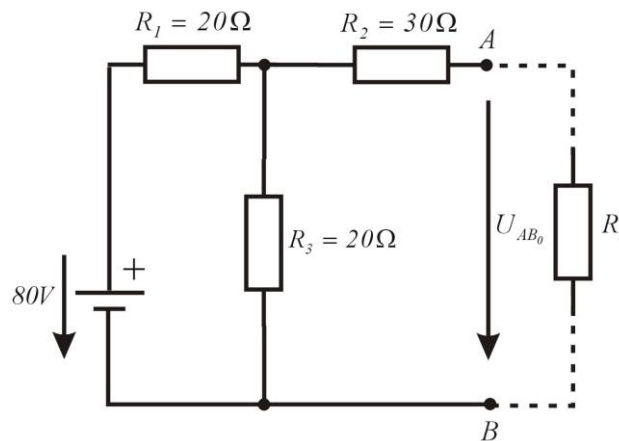
$$U_k = U_A + U = 0,02V + 180V = 180,2V$$

b, esetben ismert az ampermérő belső ellenállásán és a terhelésen átfolyó áram. Ami feszültséget ejt a két elemen, amik összege a keresett mutatott feszültség.

$$U_b = (R + R_A) \cdot I = (94,2408\Omega + 0,01\Omega) \cdot 2A = 188,5016V$$

**Thévenin - tétel:** A tetszőleges bonyolultságú hálózatot helyettesíthetjük egy ideális feszegenerátorral, melynek forrásfeszültsége az eredeti kétpólus üresjárási feszültségével egyenlő, és egy soros belső ellenállással, melynek értéke a kétpólus kapcsai közt mérhető ellenállással egyezik meg, ha a feszültséggenerátorokat rövidzárnak, az áramgenerátorokat szakadásnak vesszük.

- 2.1 Helyettesítsük az ábrán adott hálózat A-B pontjai között lévő összetett kétpólust egy olyan legegyszerűbb kétpólussal, amely az  $R_t$  külső terhelés szempontjából egyenértékű az összetett kétpólussal!



Az  $R_t$  ellenállás áramát a Thévenin tételével számolva:

Az üresjárási feszültség az A-B pontok között (a hálózat legkülső ágaiban összegezve a részfeszültségeket):

A felíráshoz szükség van a  $20\Omega$  ellenállás áramára. Ezt hurok törvény segítségével

$$\text{határozhatjuk meg: } I = \frac{80V}{20\Omega + 20\Omega} = 2A$$

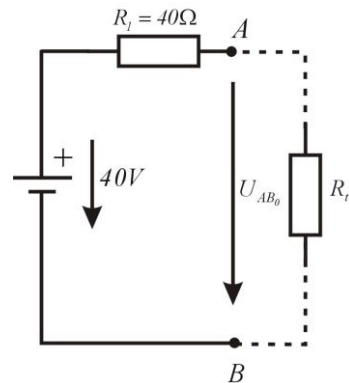
$$U_{AB_0} = I \cdot R_3 = 2A \cdot 20\Omega = 40V$$

A hálózat belső ellenállása az A-B pontok között:

$$R_{AB} = (30\Omega + \frac{20\Omega \cdot 20\Omega}{20\Omega + 20\Omega}) = 40\Omega$$

Az  $R_t$  terhelő ellenállás árama Thévenin képletével:

$$I_t = \frac{U_{AB_0}}{R_{AB} + R_t}$$



2.2 Határozza meg az ábrán látható kapcsolás A-B ágában folyó áramot a Thévenin tétel segítségével!

$$U = 110V$$

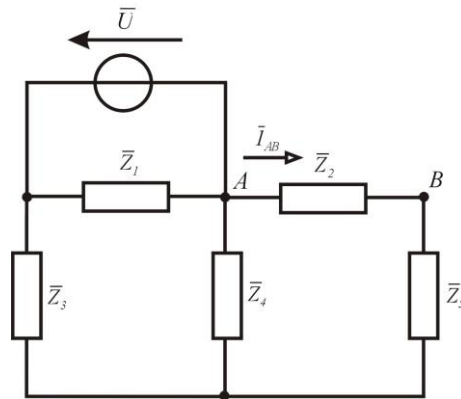
$$\bar{Z}_1 = (20 + j10)\Omega$$

$$\bar{Z}_2 = (10 - j20)\Omega$$

$$\bar{Z}_3 = (10 + j10)\Omega$$

$$\bar{Z}_4 = (10 + j10)\Omega$$

$$\bar{Z}_5 = (5 - j5)\Omega$$



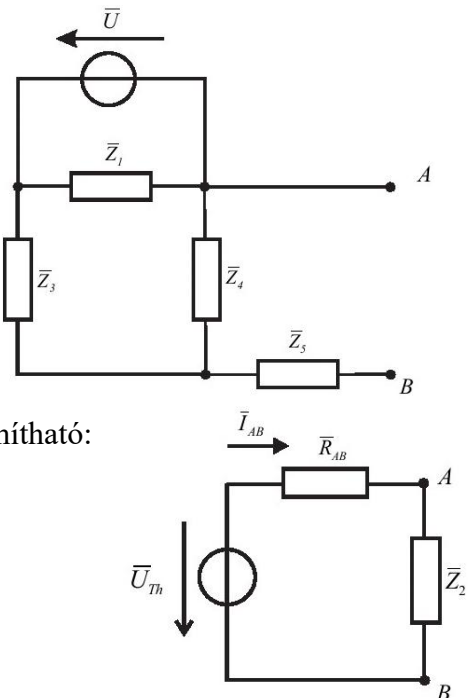
Az áramkörben az AB pontok között üresjárást biztosítva számítható az  $\bar{R}_{AB}$  belső ellenállás.

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{AB} &= (\bar{Z}_3 \times \bar{Z}_4) + \bar{Z}_5 = \\ &= \frac{(10 + j10)\Omega \cdot (10 + j10)\Omega}{(10 + j10)\Omega + (10 + j10)\Omega} + (5 - j5)\Omega = \\ &= \frac{200j\Omega}{(20 + j20)\Omega} + (5 - j5)\Omega = 10\Omega\end{aligned}$$

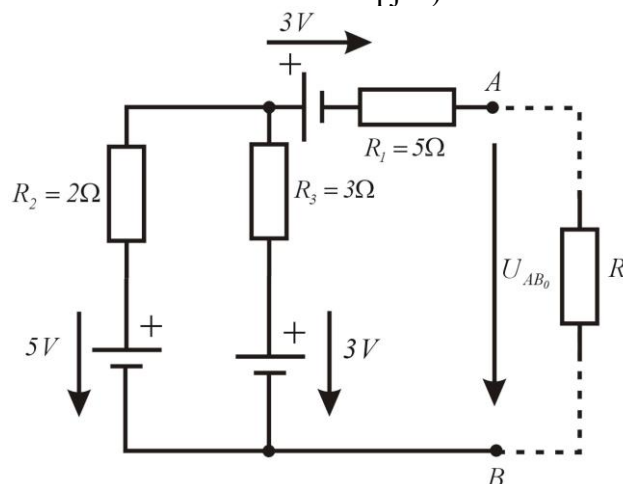
Ezen ábra alapján látható, hogy egy zárt hurokban a 110 V-os feszültség forrás két azonos impedanciával terhelődik. Így a keresett Thévenin feszültség a teljes feszültség fele.

A kérdéses áram a Thévenin helyettesítő kép alapján számítható:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{AB} &= \frac{\frac{U}{2}}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_{AB}} = \frac{55V}{(10 - j20)\Omega + 10\Omega} = \\ &= \frac{55V}{(20 - j20)\Omega} = (1,375 + j1,375)A = 1,94\angle 45^\circ A\end{aligned}$$



2.3 Helyettesítsük az ábrán adott hálózat A-B pontjai között lévő összetett kétpólust egy olyan legegyszerűbb kétpólussal, amely az  $R_t$  külső terhelés szempontjából egyenértékű az összetett kétpólussal (Thévenin és Norton tétele alapján)!



Az  $R_t$  ellenállás áramát a Thévenin tételével számolva:

Az üresjárási feszültség az A-B pontok között (a hálózat legkülső ágaiban összegezve a részfeszültségeket):

A felíráshoz szükség van a  $2\Omega$  ellenállás áramára. Ezt hurok törvény segítségével

$$\text{határozhatjuk meg: } 5V - 3V + 3\Omega \cdot I + 2\Omega \cdot I = 0 \Rightarrow I = \frac{3V - 5V}{3\Omega + 2\Omega}$$

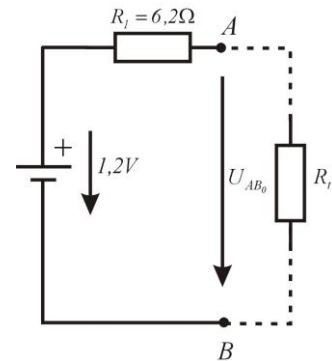
$$U_{AB_0} = -3V + I \cdot 2\Omega + 5V = -3V + \frac{3V - 5V}{(3 + 2)\Omega} \cdot 2\Omega + 5V = +1,2V$$

A hálózat belső ellenállása az A-B pontok között:

$$R_{AB} = (5\Omega + \frac{3\Omega \cdot 2\Omega}{3\Omega + 2\Omega}) = (5\Omega + 1,2\Omega) = 6,2\Omega$$

Az  $R_t$  terhelő ellenállás árama Thévenin képletével:

$$I_t = \frac{U_{AB_0}}{R_{AB} + R_t}$$



**Norton - tétel:** A tetszőleges bonyolultságú hálózatot helyettesíthetjük egy ideális áramgenerátorral, mely forrásárama egyenlő a kétpólus rövidzárási áramával, és egy párhuzamosan kapcsolódó vezetéssel, mely értéke megegyezik a kétpólus kapcsai közt mérhető vezetéssel, ha a feszültséggenerátorokat rövidzárnak, az áramgenerátorokat szakadásnak vesszük.

Az  $R_t$  ellenállás feszültségét Norton tételével számolva:

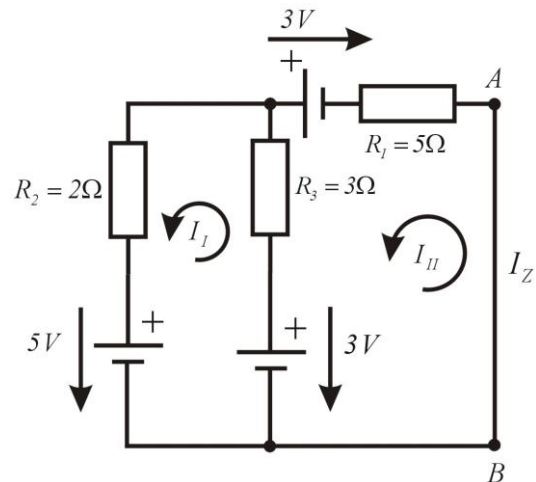
A rövidzárási áram az A-B pontok között hurok áramok módszerével számolva:

$$I_I(2 + 3)\Omega + I_{II}(-3)\Omega = -(5V - 3V) = -2V$$

$$I_I(-3)\Omega + I_{II}(5 + 3)\Omega = 0$$

$$D = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 8 \end{vmatrix} = 40 - 9 = 31, \quad D_{II} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 6,$$

$$I_{II} = \frac{D_{II}}{D} = \frac{6}{31} = 0,1936A = I_Z$$



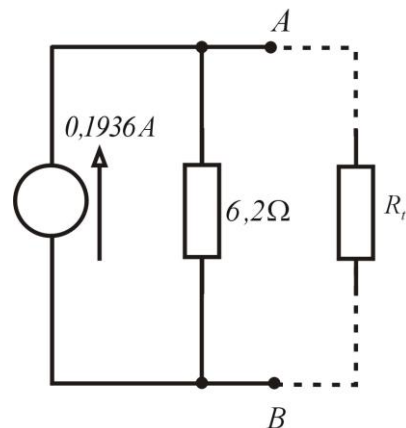
A hálózat belső admittanciája az A-B pontok között:

$$Y_{AB} = \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{6,2\Omega} = 0,1613S$$

Az  $Y_t$  terhelési admittancia feszültsége Norton képletével:

$$U_t = \frac{I_Z}{Y_t + Y_{AB}}$$

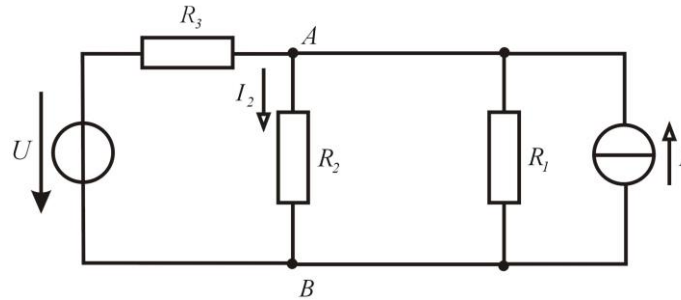
$$\text{Másképpen: } I_Z = \frac{U_{AB_0}}{R_{AB}} = \frac{1,2V}{6,2\Omega} = 0,19358A$$





**Szuperpozíció tétele:** Ha egy hálózat több generátort tartalmaz, akkor mindegyik generátor a hálózat bármely ágában a többitől függetlenül hozza létre a maga részáramát. Minden generátor hatását külön-külön vizsgáljuk, majd ezeket előjelesen összegezzük. A részáramok számításánál a többi generátort belső ellenállásával helyettesítjük (áramgenerátorokat megszakítjuk, feszültség generátorokat rövidre zárjuk).

- 2.4 A szuperpozíció tételének felhasználásával határozza meg az ábrán bejelölt  $\bar{I}_2$  áramot, ha  $R_1 = 4\Omega$ ,  $R_2 = 8\Omega$ ,  $R_3 = 10\Omega$ !

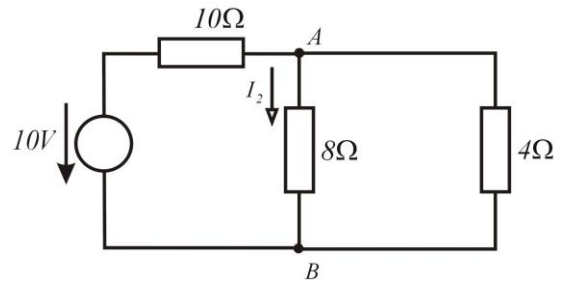


a.,) Csak a feszültség generátor hatását számolva:

$$R_e = R_1 \times R_2 + R_3 = \frac{8\Omega \cdot 4\Omega}{8\Omega + 4\Omega} + 10\Omega = 12,6\Omega$$

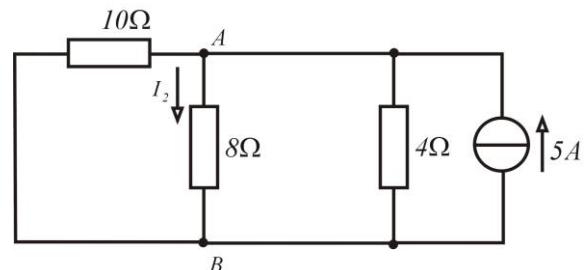
$$I_e = \frac{U}{R_e} = \frac{10V}{12,6\Omega} = 0,789A$$

$$I'_2 = I_e \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{0,789A}{3} = 0,2631A$$



b.,) Csak az áram generátor hatását számolva:

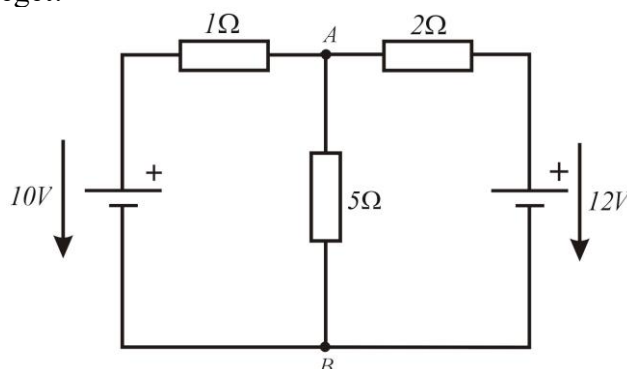
$$I''_2 = I \frac{R_1 \times R_3}{R_1 \times R_3 + R_2} = 5A \frac{\frac{40}{14}\Omega}{\frac{40}{14}\Omega + 8\Omega} = 1,3157A$$



Az eredmény a két részáram előjeles összegeként adódik:

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 0,2631A + 1,3157A = 1,5788A$$

- 2.5 Határozzuk meg egy az ábrán felrajzolt hálózat A-B ágában folyó áramot és az AB pontok között fellépő feszültséget!



A Thévenin tétel szerint kiszámítjuk az AB pont felől az ellenállás értékét és az üresjárási feszültség nagyságát:  $R_{AB} = \frac{2\Omega \cdot 1\Omega}{2\Omega + 1\Omega} = 0,6\Omega$

Hurok egyenlet:  $U_{AB_0} = I_0 \cdot 2\Omega + 12V$

Az  $I_0$  áram meghatározására a rajzon bejelölt körüljárási iránnyal az alábbi egyenlet írható fel:

$$I_0(2\Omega + 1\Omega) + 12V - 10V = 0$$

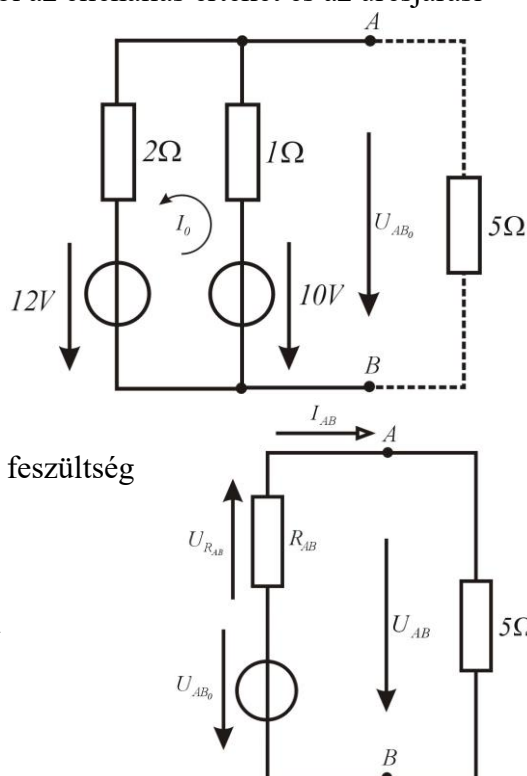
$$I_0 = \frac{-2V}{3\Omega} = -0,6A$$

Vissza helyettesítve az előbb felírt hurok egyenletbe:  $U_{AB_0} = -0,6A \cdot 2\Omega + 12V = 10,6V$

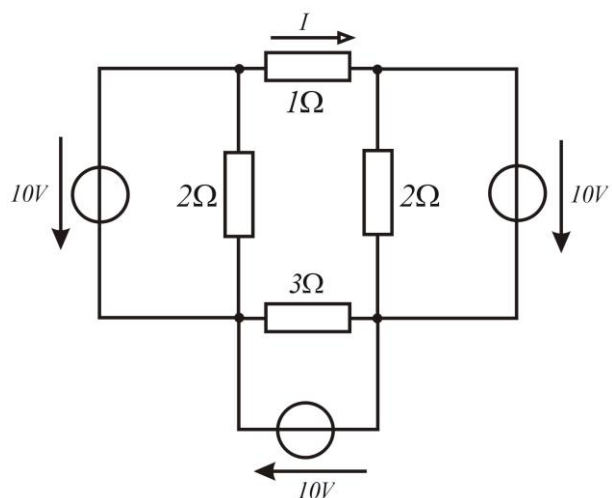
A helyettesítő kép alapján kapjuk a keresett áram és feszültség értékeket:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB_0}}{R_{AB} + 5\Omega} = \frac{10,6V}{5,6\Omega} = 1,88A$$

$$U_{AB} = U_{AB_0} - I_{AB} \cdot R_{AB} = 10,6V - 1,88 \cdot 0,6\Omega = 9,41V$$



- 2.6 Határozza meg az ábrán bejelölt áram nagyságát!



A szuperpozíció tételével célszerű dolgozni ilyen áramkör esetén. Mivel a rövidrezárt feszültség generátor söntöli a vele párhuzamos ellenállást is, így azon sem esik feszültség:

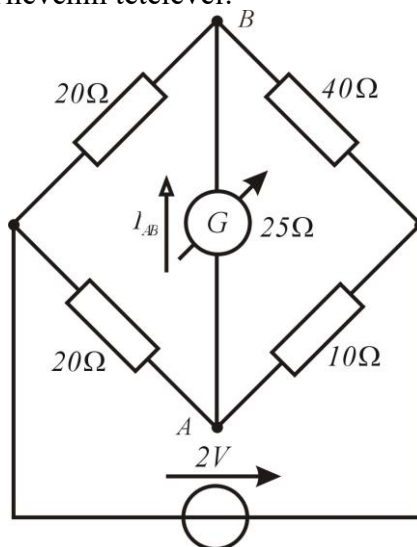
$$I' = \frac{10V}{1\Omega} = 10A \text{ megegyező irányú}$$

$$I'' = \frac{10V}{1\Omega} = -10A \text{ ellentétes irányú}$$

$$I''' = \frac{10V}{1\Omega} = -10A \text{ ellentétes irányú}$$

Tehát az eredő:  $I = -10A$  a bejelölt irány szerint.

- 2.7 Határozza meg az ábrán látható hídkapcsolás  $R_t = 25\Omega$ -os belső ellenállású galvanométerének az áramát Thévenin tételével!



A Thévenin tétel szerint ki kell számolni az AB pontokra a kapcsolás impedanciáját, és az üresjárású feszültséget az alábbiak szerint:

$$R_{AB} = \frac{10\Omega \cdot 20\Omega}{30\Omega} + \frac{20\Omega \cdot 40\Omega}{60\Omega} = 16,6\Omega$$

A 2V feszültség mind a két ágban 1:2 arányban osztódik el a két ellenállás között.

$$U_{40} = 2V \cdot \frac{40\Omega}{60\Omega} = 1,3V \text{ és}$$

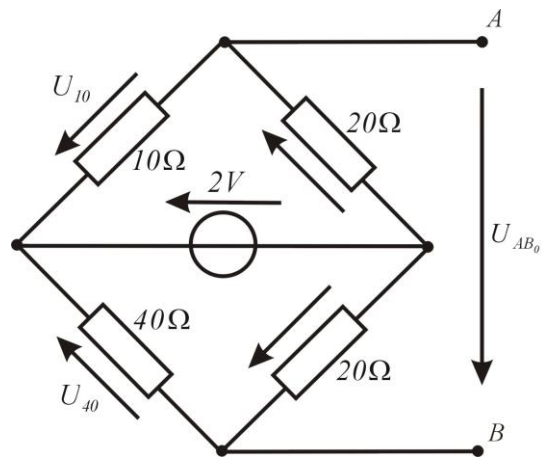
$$U_{10} = 2V \cdot \frac{10\Omega}{30\Omega} = 0,6V$$

Tehát az eredő:

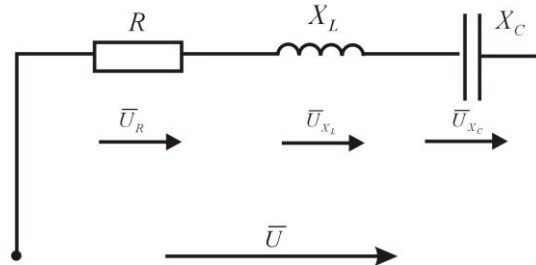
$$U_{AB_0} = U_{10} - U_{40} = 0,6V - 1,3V = -0,6V$$

És végül a kérdéses áram:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB_0}}{R_{AB} + R_t} = \frac{-0,6V}{16,67\Omega + 25\Omega} = -15,99mA$$



3.1 Soros R-L-C kört táplálunk  $\bar{U} = 600V$  feszültséggel  $f = 50Hz$ -es szinuszos feszültségforrásról.  $R = 1,5k\Omega$ ,  $L = 2H$ ,  $C = 2,5\mu F$ . Határozza meg a forrásból felvett áramot és a teljesítménytényezőt! Rajzoljon minőségileg helyes fazorábrát. Számítsa ki az áramkör rezonancia frekvenciáját és a rezonanciában folyó áramot.



A körfrekvencia értéke:  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 314,15 \frac{rad}{s}$

Az induktív reaktancia:  $X_L = \omega \cdot L = 314,15 \frac{rad}{s} \cdot 2H = 628,3\Omega$

A kapacitív reaktancia:  $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{314,15 \frac{rad}{s} \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} F} = 1273,277\Omega$

Mivel soros körről van szó az egyes tagokat csak össze kell adni.

$$\bar{Z}_e = R + jX_L - jX_C = 1500\Omega + j628,3\Omega - j1273,277\Omega = (1500 - j644,977)\Omega = 1632,78\angle -23,26^\circ\Omega$$

$$\bar{I}_e = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_e} = \frac{600V}{(1500 - j644,977)\Omega} = \frac{600V}{1632,78\angle -23,26^\circ\Omega} = (0,33758 + j0,1451)A = 0,367\angle 23,26^\circ A$$

Mivel a feszültséghez viszonyítunk (tehát az  $0^\circ$ -os), és a teljesítménytényező a kapocsfeszültség és a terhelő áram közti szög értékeként fogjuk megkapni.

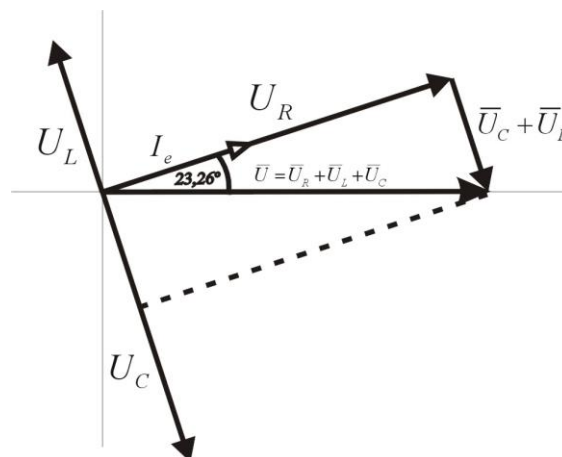
$$\cos(23,26^\circ) = 0,919$$

A fazorábra pontos megrajzolásához szükség van az egyes feszültségesések értékeire.

$$\bar{U}_R = \bar{I}_e \cdot R = (0,3376 + j0,1451)A \cdot 1500\Omega = (506,377 + j217,73)V = 551,2\angle 23,26^\circ V$$

$$\bar{U}_L = \bar{I}_e \cdot jX_L = (0,3376 + j0,1451)A \cdot j628,3\Omega = (-91,2 + j212,1)V = 230,6\angle 113,26^\circ V$$

$$\bar{U}_C = \bar{I}_e \cdot (-jX_C) = (0,3376 + j0,1451)A \cdot (-j1273,277)\Omega = (72,39 - j498,73)\Omega = 467,292\angle -66,74^\circ V$$



A kör akkor rezonál, ha a kapacitás és az induktivitás feszültsége egyforma abszolút értékű (csak ellentétes értelmű). Ebben az esetben a kör csak tisztán ohmos jellegű lesz. Ez alapján számítható a keresett frekvencia:

$$X_L = X_C$$

$$2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$f = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot 2H \cdot 2,5 \cdot 10^{-6}F}} = 71,176\text{Hz}$$

A kör árama csak ohmos rezonancia esetén:

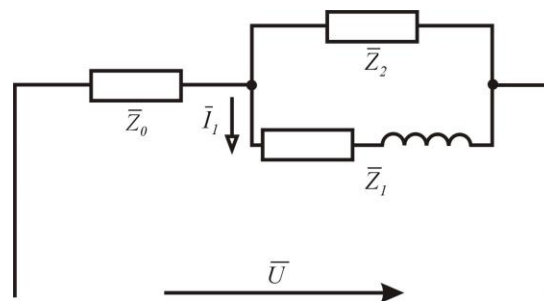
$$\bar{I}_e = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_e} = \frac{600V}{1500\Omega} = 0,4A$$

3.2 Mekkora  $\bar{U}$  feszültséget kell az alábbi hálózatra kapcsolni, hogy az  $\bar{I}_1 = 0,2A$  legyen.

$$\bar{Z}_0 = 50\Omega$$

$$\bar{Z}_1 = (100 + j150)\Omega$$

$$\bar{Z}_2 = 125\Omega$$



Az egyes ág árama áramosztóval

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = 0,2A$$

$$\bar{I}_0 = \frac{0,2(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)}{\bar{Z}_1} = \frac{0,2 \cdot (100 + 125 + j150)}{125} = (0,36 + j0,24)A = 0,43 \angle 33,7^\circ A$$

Ha kiszámítjuk a kör eredő impedanciáját megszorozva a kiszámított árammal megkapjuk a keresett feszültséget.

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{12} &= \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{(100 + j150) \cdot 125}{100 + j150 + 125} = \frac{12500 + j18750}{225 + j150} \cdot \frac{225 - j150}{225 - j150} = \\ &= \frac{2812500 - j1875000 + j4218750 + 2812500}{50625 + 22500} = (76,923 + j32,051)\Omega \end{aligned}$$

$$\bar{Z}_e = 50\Omega + (76,923 + j32,051)\Omega = (126,923 + j32,051)\Omega$$

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \bar{I}_0 \cdot \bar{Z}_e = (0,36 + j0,24)A \cdot (126,923 + j32,051)\Omega = \\ &= 45,6922 + j11,5383 + j30,4615 - 7,2922 = (38,4 + j41,999)V = 56,9 \angle 47,55^\circ V \end{aligned}$$

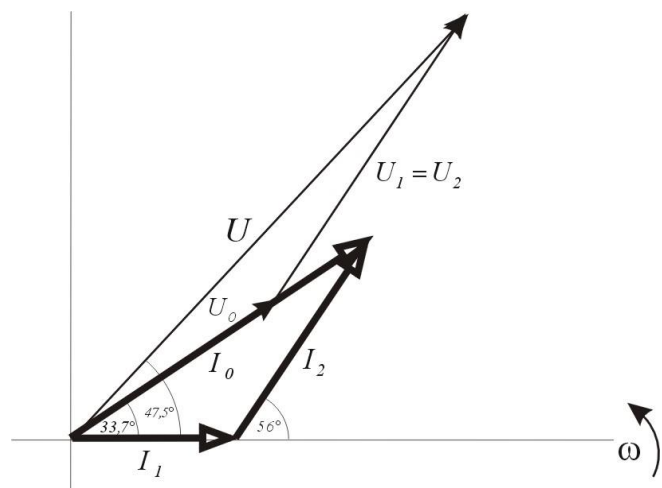
A vektorábra megrajzolásához az alábbi vektorokra van még szükség:

$$\bar{U}_0 + \bar{U}_1 = \bar{U}$$

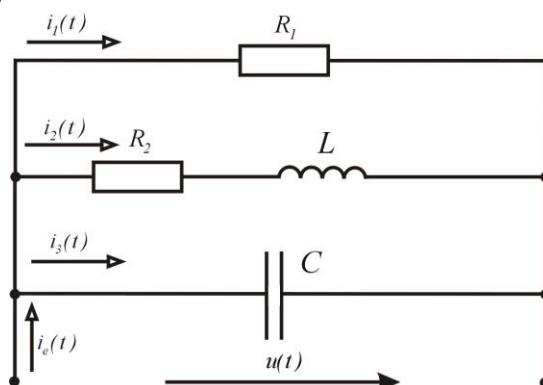
$$\bar{U}_0 = \bar{I}_0 \cdot \bar{Z}_0 = 21,5 \angle 33,7^\circ V$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{Z}_1 = 36 \angle 56,3^\circ V$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_0 - \bar{I}_1 = 0,288 \angle 56,3^\circ A$$



- 3.3 Az alábbi három párhuzamos ágot tartalmazó áramkörre a következő feszültséget kapcsoljuk:  $u(t) = 325 \cdot \sin(314 \cdot t) \text{ V}$ . A kapcsolásban szereplő elemek a következők:  $R_1 = 23 \Omega$ ,  $R_2 = 13 \Omega$ ,  $L = 0,1 \text{ H}$ ,  $C = 90 \mu\text{F}$ . Határozza meg, az áramkör  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_3(t)$ ,  $i(t)$  ágáramainak időfüggvényeit!



A feszültség időfüggvényéből látható a körfrekvencia és a feszültség effektív értéke.

$$\omega = 2\pi \cdot f = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \text{ tehát a frekvencia: } f = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

$$U = U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} = \frac{325}{1,41} = 230 \text{ V}$$

$$X_L = \omega \cdot L = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,1 \text{ H} = 31,4 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 90 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 35,38 \Omega$$

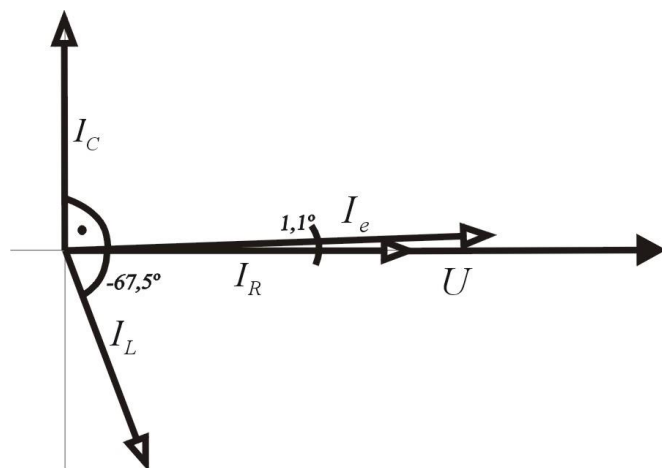
Az áramok meghatározásához az ohm törvényt használhatjuk.

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}}{R_1} = \frac{230 \angle 0^\circ \text{ V}}{23 \Omega} = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

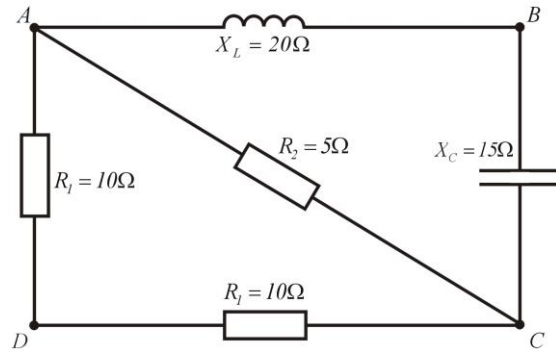
$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}}{R_2 + jX_L} = \frac{230 \angle 0^\circ \text{ V}}{(13 + j31,4) \Omega} \cdot \frac{(13 - j31,4)}{(13 - j31,4)} = (2,58 - j6,25) \text{ A} = 6,76 \angle -75^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{U}}{-jX_C} = \frac{230 \angle 0^\circ \text{ V}}{-j35,38 \Omega} \cdot \frac{j35,38}{j35,38} = j6,5 \text{ A} = 6,5 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_e = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 10 \angle 0^\circ \text{ A} + 6,76 \angle -75^\circ \text{ A} + 6,5 \angle 90^\circ \text{ A} = 13,6 \angle 0,81^\circ \text{ A}$$



- 3.4 Számítsa ki az eredő impedanciát, a kapcsolás különböző pontjaiból nézve:  
a) A-C pontok felől!  
b) B-C pontok felől!  
c) D-B pontok felől!



a.) esetben három párhuzamos ágat kapunk, aminek az eredője a következő lesz:

$$\bar{Z}_{5,10,10} = \frac{(R_1 + R_1) \cdot (R_2)}{R_1 + R_1 + R_2} = \frac{20\Omega \cdot 5\Omega}{10\Omega + 10\Omega + 5\Omega} = 4\Omega$$

$$\bar{Z}_{AC} = \frac{\bar{Z}_{5,10,10} \cdot (jX_L - jX_C)}{\bar{Z}_{5,10,10} + jX_L - jX_C} = \frac{4\Omega \cdot (j20\Omega - j15\Omega)}{4\Omega + j20\Omega - j15\Omega} = \frac{j20}{4 + j5} \cdot \frac{4 - j5}{4 - j5} = \frac{100 + j80}{16 + 25} =$$

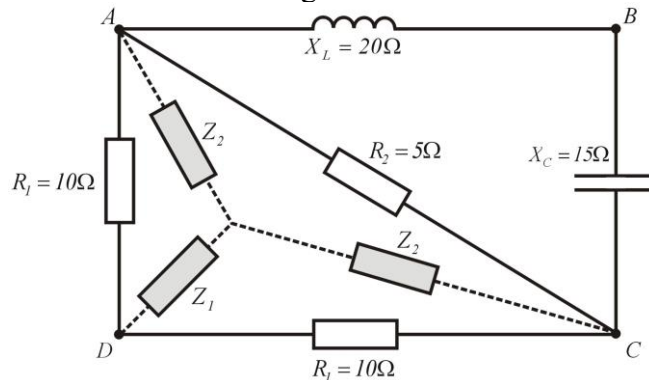
$$= (2,439 + j1,95)\Omega = 3,1234 \angle 38,6^\circ \Omega$$

b) esetben a két  $R_1$ -es ellenállás sorosan van kötve és vele párhuzamosan van az  $R_2$ -es ellenállás, és velük sorosan van az  $X_L$  induktivitás. Ezen eredővel van párhuzamosan kötve a kapacitás

$$\bar{Z}_{BC} = \frac{-jX_C \cdot \left( \frac{(R_1 + R_1) \cdot R_2}{R_1 + R_1 + R_2} + jX_L \right)}{-jX_C + \frac{(R_1 + R_1) \cdot R_2}{R_1 + R_1 + R_2} + jX_L} = \frac{-j15\Omega \cdot \left( \frac{20\Omega \cdot 5\Omega}{25\Omega} + j20\Omega \right)}{-j15\Omega + 4\Omega + j20\Omega} = \frac{(-j60 + 300)\Omega}{4 + j5} =$$

$$= (21,95 - j42,44)\Omega = 47,77 \angle -62,6^\circ \Omega$$

c.,) esetben az eredő számításához delta-csillag átalakítást használhatunk:



$$Z_1 = \frac{R_1 \cdot R_1}{R_1 + R_1 + R_2} = \frac{100\Omega}{25} = 4\Omega, \quad Z_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_1 + R_2} = \frac{50\Omega}{25} = 2\Omega$$

$$\bar{Z}_{DB} = \frac{(Z_2 + jX_L) \cdot (Z_2 - jX_C)}{Z_2 + jX_L + Z_2 - jX_C} + Z_1 = \frac{(2 + j20)\Omega \cdot (2 - j15)\Omega}{2 + j20 + 2 - j15\Omega} + 4\Omega =$$

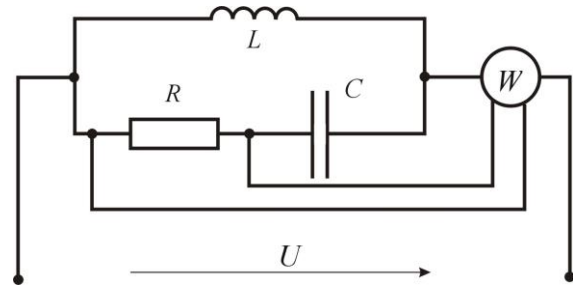
$$= (34,87 - j36,097)\Omega = 50,19 \angle -46^\circ \Omega$$

3.5 Az alábbi áramkör adatai a következők:  $U = 200V$ ,  $f = 50Hz$ ,  $L = 0,0636H$ ,  $R = 15\Omega$ ,  $C = 159\mu F$ .

a) Mekkora az eredő áram és a wattmérőre jutó feszültség?

b) Mennyit mutat az ábrán berajzolt wattmérő?

c) Rajzoljon léptékhelyes vektorábrát!



Elsőként a két ág admittanciáinak az értékét kell meghatározni. Majd mivel mindkét ágra ugyan az a feszültség jut számíthatóak az ágáramok.

$$\omega = 2\pi \cdot f = 314,15 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$X_L = \omega \cdot L = 314,15 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,0636H =$$

$$= 19,98\Omega \approx 20\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{314,15 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 159 \cdot 10^{-6} F} = 20\Omega$$

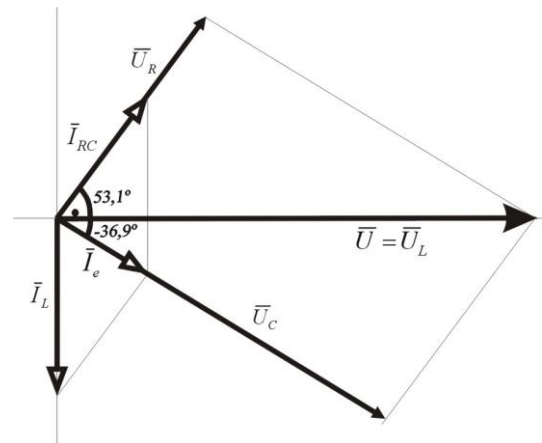
$$\bar{I}_L = \frac{\bar{U}}{jX_L} = \frac{200\angle 0^\circ V}{j20\Omega} = -j10A = 10\angle -90^\circ A$$

$$\bar{I}_{RC} = \frac{\bar{U}}{R - jX_C} = \frac{200\angle 0^\circ V}{(15 - j20)\Omega} =$$

$$= (4,8 + j6,4)A = 8\angle 53,1^\circ A$$

$$\bar{I}_e = \bar{I}_L + \bar{I}_{RC} = 10\angle -90^\circ A + 8\angle 53,1^\circ A = 4,8 - j3,6 = 6\angle -36,86^\circ A$$

$$\bar{U}_R = \bar{I}_{RC} \cdot R = 8\angle 53,1^\circ A \cdot 15\Omega = 120\angle 53,14^\circ V$$



A teljesítmény, mivel nem vektor mennyiség ezért a benne szereplő áram és feszültség értékeket is skalárként (a vektor hosszát) kell behelyettesítenünk. A cos függvénybe beírandó szög a teljesítménymérőre kapcsolt áram és feszültség közti szög

$$P = U \cdot I_e \cdot \cos \varphi_{UI} = 200V \cdot 6A \cdot \cos(53,14^\circ - (-36,86^\circ)) = 0W$$

3.6 Egy váltakozó áramú generátor,  $\cos(\varphi) = 0,8$  teljesítménytényező mellett  $P = 100kW$  hatásos teljesítményt szolgáltat. Mekkora a látszólagos és meddő teljesítmény?

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = 0,8 \Rightarrow S = \frac{P}{\cos(\varphi)} = \frac{100000W}{0,8} = 125kVA$$

$$S = \frac{P}{\cos(\varphi)} = \frac{100000W}{0,8} = 125kVA \quad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{125^2 - 100^2} = 75kVAr$$



3.7 Határozza meg a képen látható hálózatban a  $C_4$  kondenzátor áramának és feszültségének időfüggvényét!

$$i_0 = 7,07 \sin(314t) \text{ A}$$

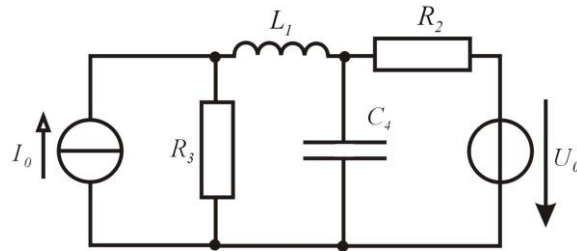
$$u_0 = 14,1 \sin(314t + \pi/4) \text{ V}$$

$$L_1 = 127 \text{ mH}$$

$$R_2 = 2 \Omega$$

$$R_3 = 3 \Omega$$

$$C_4 = 1060 \mu\text{F}$$



Kiszámítva az induktív és kapacitív reaktanciák értékeit:

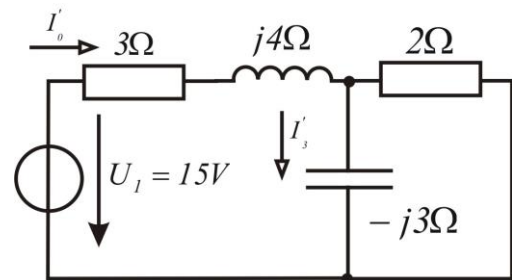
$$X_L = \omega \cdot L = 314 \cdot 127 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 4 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{314 \cdot 1060 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 3 \Omega$$

A baloldali generátort átalakítva feszültség generátorrá az alábbiakat kapjuk:

$$U_1 = I_0 \cdot R_3 = 5 \text{ A} \cdot 3 \Omega = 15 \text{ V}$$

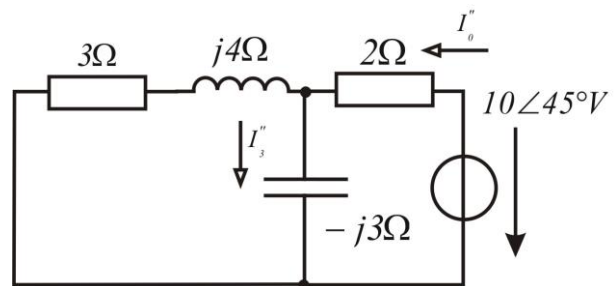
Az eredeti áram iránnyal ellentétes a fesz. iránya!



Szuperpozíció tételét alkalmazva: Az átszámítás után kapott generátort működtetve másikat (ami most az összes többi) rövidre zárjuk.

$$I'_0 = \frac{15 \text{ V}}{\frac{2 \Omega \cdot (-j3 \Omega)}{(2 - j3) \Omega} + (3 + j4) \Omega} = 2,8 \angle -35^\circ \text{ A}$$

$$I'_3 = I'_0 \cdot \frac{2 \Omega}{(2 - j3) \Omega} = 1,55 \angle 21,25^\circ \text{ A}$$



A jobboldali generátort működtetve:

$$I''_0 = \frac{10 \angle 45^\circ \text{ V}}{\frac{(3 + j4) \Omega \cdot (-j3) \Omega}{(3 + j4) \Omega - j3 \Omega} + 2 \Omega} = \frac{10 \angle 45^\circ \text{ V}}{\frac{(-j9 + 12) \Omega \cdot (3 - j)}{(3 + j) \Omega \cdot (3 - j)} + 2 \Omega} =$$

$$= \frac{10 \angle 45^\circ \text{ V}}{\frac{(36 - j12 - j27 - 9)}{3 + 1} + 2 \Omega} = \frac{10 \angle 45^\circ \text{ V}}{27 + 2 - j3,9} = \frac{10 \angle 45^\circ \text{ V}}{6,1 \angle -39,68^\circ \Omega} = 1,637 \angle 84,68^\circ \text{ A}$$

$$I''_3 = I''_0 \cdot \frac{(3 + j4) \Omega}{(3 + j4 - j3) \Omega} = 2,58 \angle 119,38^\circ \text{ A}$$

A két részeredményt előjelhelyesen összeadva:

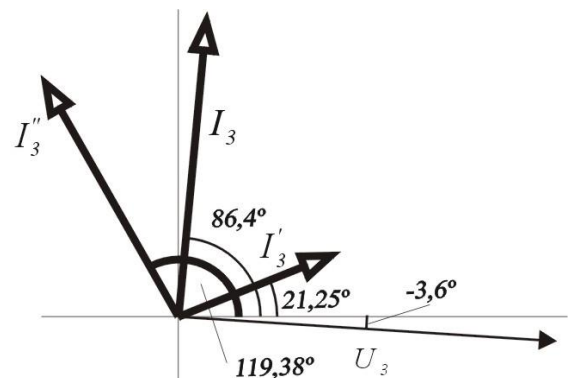
$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 1,55 \angle 21,25^\circ \text{ A} + 2,58 \angle 119,38^\circ \text{ A} =$$

$$= 2,82 \angle 86,4^\circ \text{ A}$$

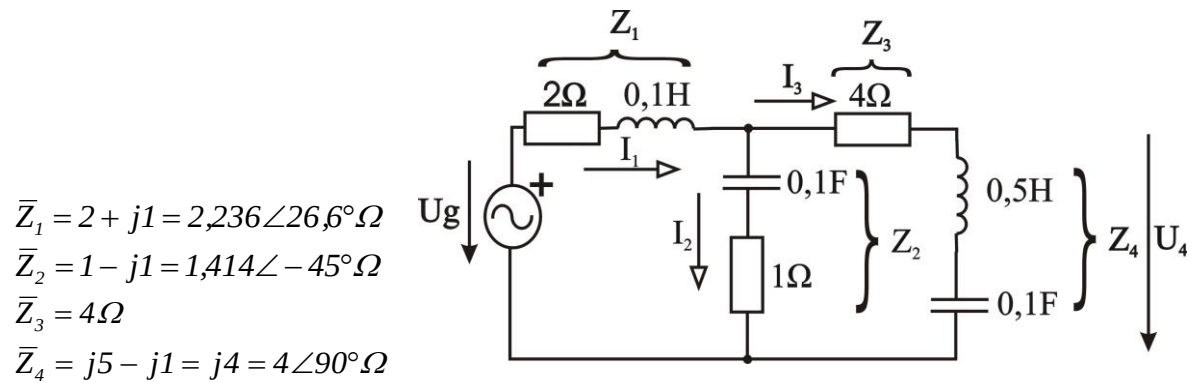
$$i_3 = 2,82 \cdot \sqrt{2} \sin(314t + 86,4^\circ) \text{ A}$$

$$\bar{U}_3 = \bar{I}_3 \cdot \bar{Z}_C = 2,82 \angle 86,4^\circ \text{ A} \cdot (-j3) \Omega = 8,46 \angle -3,6^\circ \text{ V}$$

$$u_3 = 8,46 \cdot \sqrt{2} \sin(314t - 3,6^\circ) \text{ V}$$



3.8 Az ábrán látható kapcsolásra,  $u_g(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(10t) \text{ V}$  feszültséget kapcsolunk. Határozza meg, az  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $u_4(t)$  értékeinek nagyságát!



$$\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}_2(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4)}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4} = 2 + j1 + \frac{(1 - j1)(4 + j4)}{1 - j1 + 4 + j4} = 2 + j1 + \frac{1,414 \angle -45^\circ \cdot 5,657 \angle 45^\circ}{5,831 \angle 31^\circ} =$$

$$= 2 + j1 + 1,372 \angle -31^\circ \text{ S} = 2 + j1 + 1,18 - j0,707 = 3,18 + j0,293 = 3,19 \angle 5,3^\circ \Omega$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_g}{\bar{Z}_T} = \frac{10 \angle 0^\circ \text{ V}}{3,19 \angle 5,3^\circ \Omega} = 3,13 \angle -5,3^\circ \text{ A}$$

$$\boxed{i_1(t) = 3,13 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(10t - 5,3^\circ) \text{ A}}$$

Az  $I_1$  áramból az  $I_2$  áram, áramosztóval számítható:

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \frac{\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4} = 3,13 \angle -5,3^\circ \text{ A} \cdot \frac{(4 + j4) \Omega}{(5 + j3) \Omega} = 3,13 \angle -5,3^\circ \text{ A} \cdot \frac{5,657 \angle 45^\circ}{5,831 \angle 31^\circ} = 3,04 \angle 8,7^\circ \text{ A}$$

$$\boxed{i_2(t) = 3,04 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(10t + 8,7^\circ) \text{ A}}$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_1 \cdot \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4} = 3,13 \angle -5,3^\circ \text{ A} \cdot \frac{(1 - j1) \Omega}{(5 + j3) \Omega} = 3,13 \angle -5,3^\circ \text{ A} \cdot \frac{1,414 \angle -45^\circ}{5,831 \angle 31^\circ} = 0,76 \angle -81,3^\circ \text{ A}$$

Az  $U_4$  feszültség az Ohm törvény alapján számítható:

$$\bar{U}_4 = \bar{I}_3 \cdot \bar{Z}_4 = 0,76 \angle -81,3^\circ \text{ A} \cdot 4 \angle 90^\circ = 3,04 \angle 8,7^\circ \text{ V}$$

$$\boxed{u_4(t) = 3,04 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(10t + 8,7^\circ) \text{ V}}$$

4.1 Egy rezgésmérő műszerrel mért érték  $177 \pm 7 \text{ Hz}$ . Mekkora a műszer osztálypontossága, ha a végkitérése  $600 \text{ Hz}$ ?

Az osztálypontosság a végkitérésre vonatkoztatott hiba maximális értéke, felkerekítve a legközelebbi szabványos értékre.

A mérés bizonytalansága = a mérés abszolút hibájával, azaz  $\pm 7 \text{ Hz}$ .

A végkitérésre vonatkoztatott relatív hiba:

$$h_v = \frac{H_i}{x_v} \cdot 100[\%] = \frac{7 \text{ Hz}}{600 \text{ Hz}} \cdot 100 = 1,16\%$$

Szabványos osztálypontossági értékek: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 5.

A mért hibahatárt fel kell kerekíteni a legközelebbi szabványos értékre, azaz 2,5-re.

4.2 Egy ellenállás mérési sorozat esetén a következő értékeket kaptuk  $R_1 = 84,2; R_2 = 84,5; R_3 = 84,4; R_4 = 84,4; R_5 = 84,3; R_6 = 84,0; R_7 = 83,8; R_8 = 84,0; R_9 = 84,1; R_{10} = 84,3$ . Adj meg a sorozat átlagát, terjedelmét, átlagos abszolút eltérését és szórását!

6 pont)

A sorozat átlaga. 
$$\bar{x} = \frac{1}{n} [x_1, x_2, \dots, x_n] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 84,2 \Omega$$

1. Terjedelem (Range – R)

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 84,5 - 83,8 = 0,7$$

$$L_1 = x_{\max} - \bar{x} = 84,5 - 84,2 = 0,3 \quad L_2 = \bar{x} - x_{\min} = 84,2 - 83,8 = 0,4$$

$L_1$  és  $L_2$  ismeretében az eredmény így írható:

$$\bar{X}_{-L_2}^{+L_1} = 84,2_{-0,4}^{+0,3} \Omega$$

3. Átlagos abszolút eltérés A hibák abszolút értékeinek az összegéből a következő képlettel határozható

$$\text{meg: } E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta_i| = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} |\delta_i| = \frac{|0 + 0,3 + 0,2 + 0,2 + 0,1 + 0,2 + 0,2 + 0,4 + 0,1 + 0,1|}{10} = 0,18$$

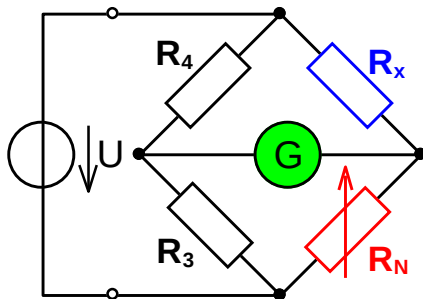
ahol  $\delta_i = x_i - \bar{x}$ . Az eredmény:  $84,2 \pm 0,18 \Omega$

4. Szórás, vagy standard eltérés:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} = \sqrt{\frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^{10} (0 + 0,09 + 0,04 + 0,04 + 0,01 + 0,04 + 0,04 + 0,16 + 0,01 + 0,01)}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 0,44} = 0,2209 \quad \text{Az eredmény: } 84,2 \pm 0,211 \Omega$$

- 4.3 Wheastone-hidas mérés esetén az  $R_x$  ellenállás egy (Pt 100-as) hőellenállás. Ennek ellenállása  $20^\circ\text{C}$ -on  $100\Omega$ , továbbá  $R_2 = 1k\Omega$ ,  $R_3 = 1k\Omega$ . Határozza meg  $R_N$  értékét úgy, hogy a híd kiegyenlített legyen  $26^\circ\text{C}$ -on. A hőmérsékleti tényező ( $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ ). Rajzolja fel a kapcsolást!



A híd kiegyenlített (a galvanométer nullát mutat), ha a szemben lévő hídágak ellenállásainak szorzata megegyezik:  $R_x \cdot R_3 = R_N \cdot R_4$

$$R_{26} = R_{20} \cdot (1 + 4 \cdot 10^{-4} \cdot 6) = 102,4\Omega$$

$$\frac{R_x}{R_4} = \frac{R_N}{R_3} \quad R_N = \frac{1000 \cdot 102,4}{1000} = 102,4\Omega$$

- 4.4 Legyen egy digitális műszer méréshatára 20 V és mutasson a műszer éppen 1,346 V-ot. Számítsa ki az érték abszolút hibáját 3 tizedes pontossággal!  
A műszer pontossági adatai:  $h_{fs} = 0,05\%$  és  $D=1$

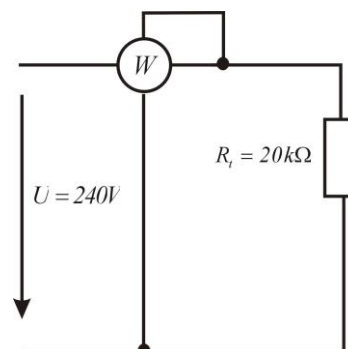
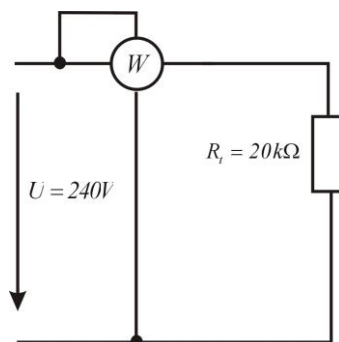
Méréshatárra vonatkoztatott relatív hiba:  $h'_{rdg} = h_{fs} \frac{U_{fs}}{U_{rdg}} = \pm 0,05\% \cdot \frac{20V}{1,346V} = 0,7429\%$

Számlálási hiba:  $h_{sz} = \frac{1}{1346} \cdot 100\% = \pm 0,074\%$

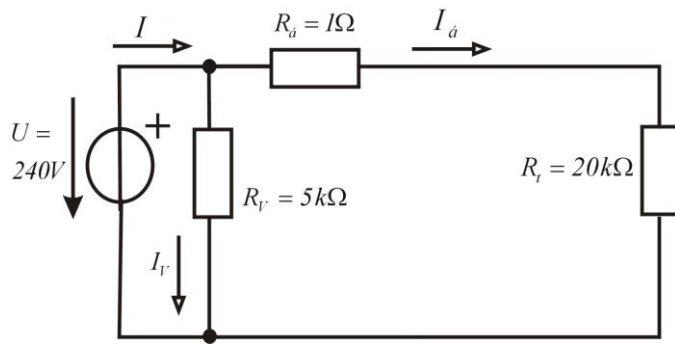
Összevont relatív hiba:  $h = \pm |0,7429 + 0,074| \% = 0,8169\%$

Abszolút hiba:  $H = \frac{h}{100\%} \cdot U_{rdg} = \frac{0,8169}{100} \cdot 1,346 = 0,010996 \approx 11mV$

- 4.5 Egy  $R_t = 20k\Omega$ -os ellenálláson teljesítménymérést végzünk elektrodinamikus wattmérővel.  $U_V = 240V$ ,  $R_{álló} = 1\Omega$ ,  $R_{lengő} = 5k\Omega$ . Melyik kapcsolást érdemes használni?  
Adja meg a mérés relatív hibáját százalékos értékben mindkét esetben.



a.,) Elsőként a baloldali kapcsolást használva, az alábbiakat kapjuk:



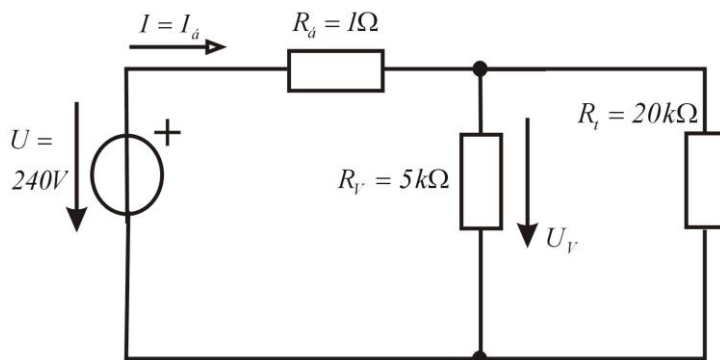
$$P_t = \frac{U^2}{R_t} = \frac{240^2 \text{V}^2}{20.000\Omega} = 2,88\text{W}$$

$$I_A = \frac{U}{R_d + R_t} = \frac{240\text{V}}{20.001\Omega} = 0,01199\text{A} = 11,99\text{mA}$$

$$P_w = U \cdot I = 240\text{V} \cdot 11,99 \cdot 10^{-3} = 2,8798\text{W}$$

$$h_{\%} = \frac{(m - p)}{p} \cdot 100\% = \frac{(P_w - P_t)}{P_t} \cdot 100\% = 0,00499\% \cong 0,005\%$$

b.,) Ha a wattmérő áramtekercsét a feszültség tekercs elé kötjük, a hiba kiszámítása másképpen alakul.



$$I = \frac{U}{R_d + (R_v \times R_t)} = \frac{U}{R_d + \frac{R_v \cdot R_t}{R_v + R_t}} = \frac{240\text{V}}{1 + \frac{5000\Omega \cdot 20.000\Omega}{5000\Omega + 20.000\Omega}} = \frac{240\text{V}}{4001\Omega} = 0,05998\text{A}$$

$$U_v = U - I \cdot R_d = I(R_v \times R_t) = 0,05998\text{A} \cdot 4.000\Omega = 239,94\text{V}$$

$$P_w = U_v \cdot I_A = 239,94\text{V} \cdot 0,05998\text{A} = 14,39\text{W}$$

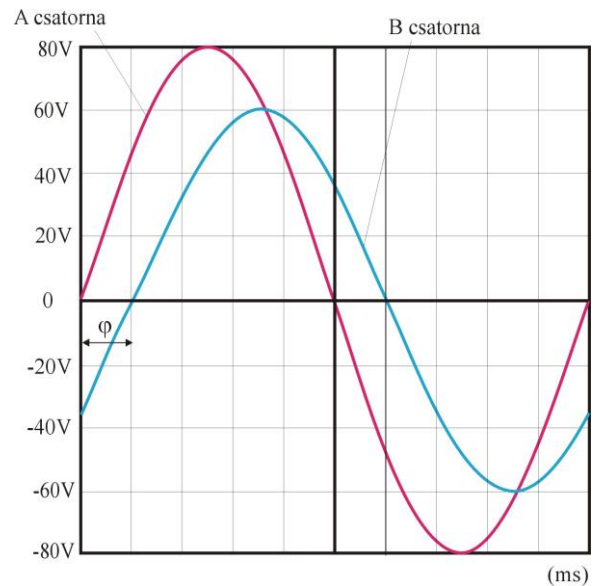
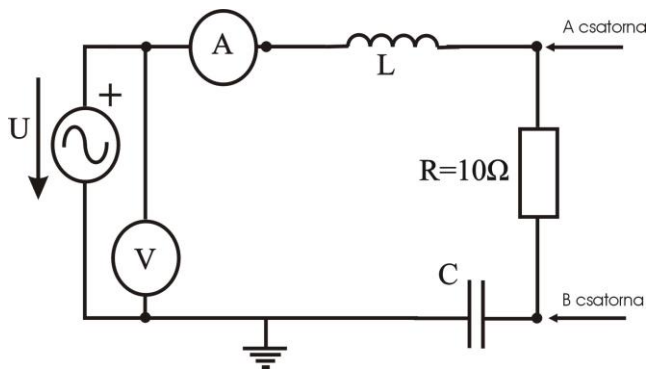
$$P_t = \frac{U^2}{R_t} = \frac{240^2 \text{V}^2}{20.000\Omega} = 2,88\text{W}$$

$$H = m - p = P_w - P_t = 11,51\text{W}$$

$$h_{\%} = \frac{(m - p)}{p} \cdot 100\% = \frac{(P_w - P_t)}{P_t} \cdot 100\% = \frac{(14,39\text{W} - 2,88\text{W})}{2,88\text{W}} \cdot 100\% = 399\% \cong 400\%$$

4.6 Egy soros RLC kör mérési elrendezése látható az alábbi ábrán. A kapcsolás  $1\text{kHz}$  frekvenciáról üzemel. Amely egyben a kör rezonancia frekvenciája. A második grafikonon az oszcilloszkóp képernyője látható. Amelynél az „A” csatorna osztása  $V / osztás = 20$ . (10 pont)

- Mutassa meg melyik jel minnek az értékét mutatja!
- Határozza meg „B” csatorna osztását, a kör feszültségét és áramát!
- Határozza meg  $L$  és  $C$  értékét!



b) Az oszcilloszkóp képernyőjéről:

$$U_{RC} = \frac{4 \cdot 20V}{\sqrt{2}} = 56,57V$$

$$\varphi = \frac{180^\circ}{5 \text{ osztás}} \cdot 1 \text{ osztás} = 36^\circ$$

Felhasználva a geometriai összefüggéseket, kapjuk az alábbiakat:

$$U_C = U_{RC} \cdot \cos \varphi = 56,57 \cdot \cos 36^\circ = 45,75V$$

$$U_R = U = U_{RC} \cdot \sin \varphi = 56,57 \cdot \sin 36^\circ = 33,25V$$

a „B” csatorna osztása tehát:  $B'' V / osztás = \frac{45,75 \cdot \sqrt{2}}{3 \text{ osztás}} = 21,57$

A Voltmérő által mutatott érték tehát:  $U = 33,25V$

Az Ampermérő által mutatott érték tehát:  $I = \frac{U_R}{R} = \frac{33,25V}{10\Omega} = 3,325A$

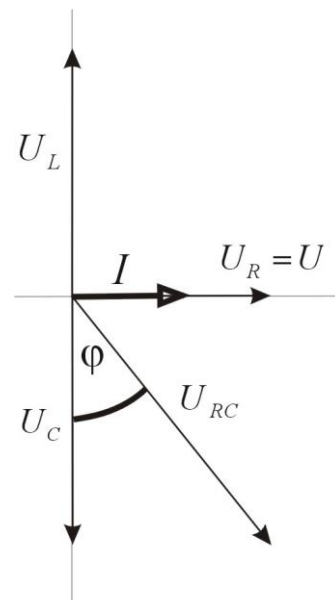
c) Rezonancia esetén:

$$X_L = X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{45,76V}{3,325A} = 13,76\Omega$$

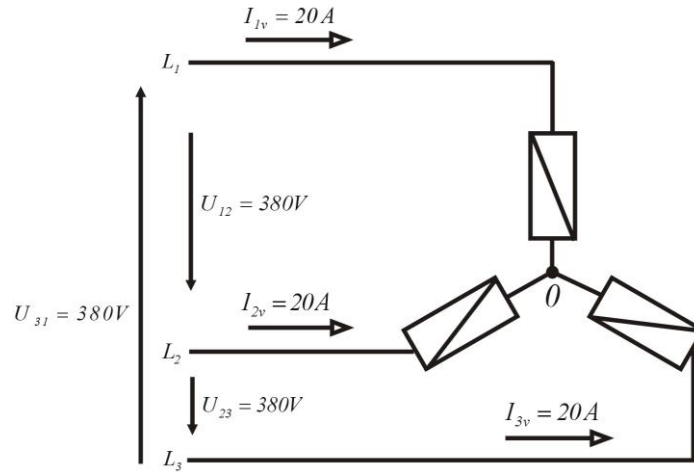
Ezek alapján:

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{13,76\Omega}{2 \cdot \pi \cdot 1000\text{Hz}} = 2,19\text{mH}$$

$$C = \frac{1}{X_C \cdot \omega} = \frac{1}{13,76\Omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1000\text{Hz}} = 11,57\mu F$$



- 5.1 Egy háromfázisú csillag kapcsolású motor teljesítménytábláján a következő adatok találhatóak:  $U = 380V$ ,  $I = 20A$ ,  $\cos \varphi = 0,715$ ,  $\eta = 85\%$ . Mekkora a motor hasznos teljesítménye, fázis feszültsége és fázis árama?



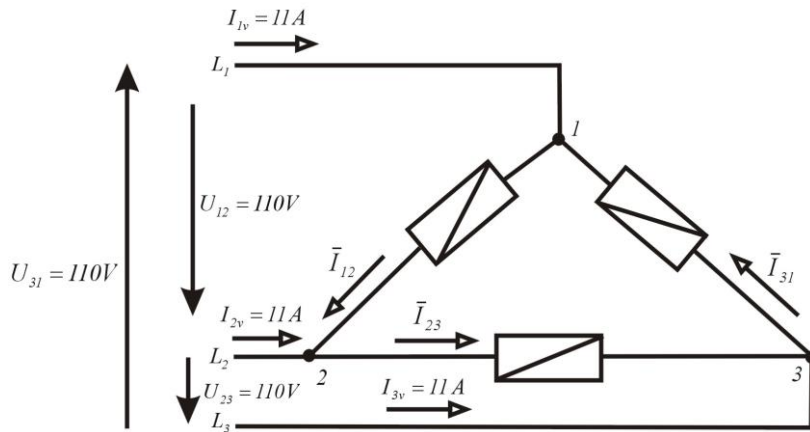
A motor hasznos teljesítménye számítható a vonali vagy a fázis értékek alapján egyaránt:

$$P_{3f} = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi \cdot \eta = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi \cdot \eta = \sqrt{3} \cdot 380V \cdot 20A \cdot 0,715 \cdot 0,85 = 8022W$$

Tudjuk, hogy csillag kapcsolás esetén a fázis és vonali áramok megegyeznek:  $I_v = I_f = 20A$

A fázis feszültség pedig  $\sqrt{3}$ -a a vonali értéknek:  $U_f = \frac{U_v}{\sqrt{3}} = \frac{380V}{\sqrt{3}} \cong 220V$

- 5.2 Egy háromfázisú delta kapcsolású motor teljesítménytábláján a következő adatok találhatóak:  $U = 110V$ ,  $I = 11A$ ,  $\cos \varphi = 0,8$ ,  $P = 1,5kW$ . Mekkora a motor fázis feszültsége és fázis árama, és a hatásfoka?



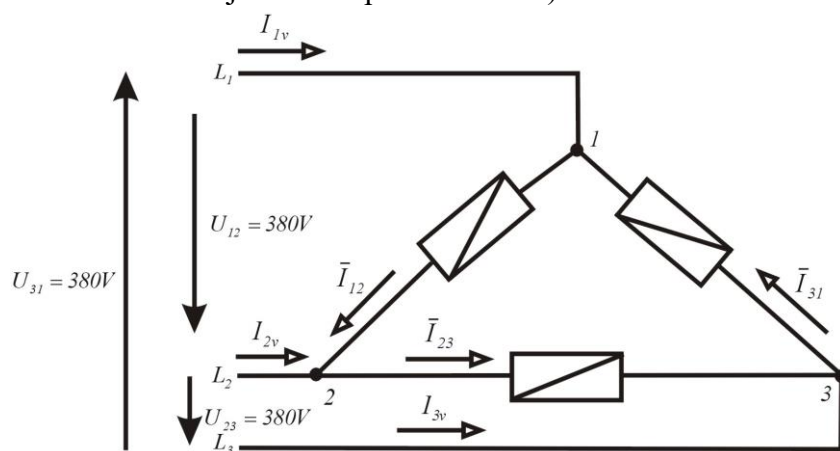
Tudjuk, hogy delta kapcsolás esetén a fázis és vonali feszültségek azonosak:  $U_v = U_f = 110V$

A fázis áram pedig  $\sqrt{3}$ -a a vonali értéknek:  $I_f = \frac{I_v}{\sqrt{3}} = \frac{11A}{\sqrt{3}} = 6,351A$

A motor hasznos teljesítményének képletéből tudjuk a hatásfokot kifejezni:

$$\eta = \frac{P_{3f}}{3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi} = \frac{P_{3f}}{\sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi} = \frac{1500W}{\sqrt{3} \cdot 110V \cdot 11A \cdot 0,8} = 0,894 \quad \eta_{\%} = 89,4\%$$

- 5.3 Egy háromfázisú delta kapcsolású szimmetrikus fogyasztó felvett teljesítménye  $9\text{kW}$ . A vonali feszültség  $U = 380\text{V}$ , a fogyasztó teljesítmény tényezője  $\cos \varphi = 0,8$ . Mekkora a vonaliáram, fázisáram, fázisfeszültség, fázisteljesítmény és az egy fázisban lévő impedancia (annak ellenállása és reaktanciája soros kapcsolás esetén)?



Tudjuk, hogy delta kapcsolás esetén a fázis és vonali feszültségek azonosak:  $U_v = U_f = 380\text{V}$

A motor hasznos teljesítményéből tudjuk a vonali áramot kifejezni:  $P_{3f} = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi$

$$I_v = \frac{P_{3f}}{\sqrt{3} \cdot U_v \cdot \cos \varphi} = \frac{9000\text{W}}{\sqrt{3} \cdot 380\text{V} \cdot 0,8} = 17,1\text{A}$$

A fázis áram pedig  $\sqrt{3}$ -a a vonali értéknek:  $I_f = \frac{I_v}{\sqrt{3}} = \frac{17,1\text{A}}{\sqrt{3}} = 9,868\text{A}$

A motor hasznos teljesítménye számítható a vonali vagy a fázis értékek alapján egyaránt:

$$P_{1f} = \frac{P_{3f}}{3} = \frac{9000\text{W}}{3} = 3000\text{W} = 3\text{kW}$$

Az impedancia háromszög hasonló a teljesítmény háromszöghöz:

$$\cos \varphi = 0,8 = \frac{P}{S} \Rightarrow \varphi = 36,86^\circ$$

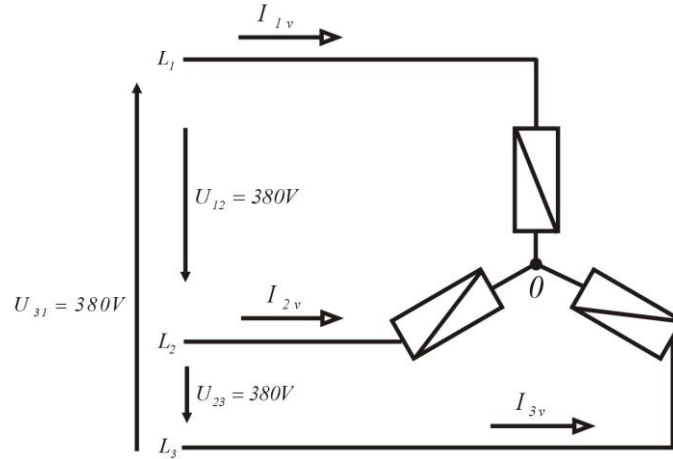
$$|Z| = \frac{U_f}{I_f} = \frac{380\text{V}}{9,868\text{A}} = 38,51\Omega$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi = 38,51\Omega \cdot 0,8 = 30,808\Omega \text{ és } X_L = Z \cdot \sin \varphi = 38,51\Omega \cdot 0,6 = 23,1\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{23,1\Omega}{2 \cdot \pi \cdot f} = 0,07354\text{H} = 73,54\text{mH}$$



- 5.4 Egy háromfázisú szimmetrikus csillag kapcsolású fogyasztó felvett látszólagos teljesítménye  $9\text{kVA}$ . A vonali feszültség  $U = 380\text{V}$ , a fogyasztó teljesítmény tényezője  $\cos\varphi = 0,8$ . Mekkora a fázisfeszültség, fázisáram, fázisteljesítmény (hatásos) és a vonaliáram. Meghatározandó, azaz ellenállás és reaktancia értéke, amelyeket párhuzamosan kapcsolva, eredőként a kérdéses impedanciát kapjuk!



Tudjuk, hogy csillag kapcsolás esetén a fázis és vonali áramok azonosak:  $I_v = I_f$

A fázis feszültség pedig  $\sqrt{3}$ -a a vonali értéknek:  $U_f = \frac{U_v}{\sqrt{3}} = \frac{380\text{V}}{\sqrt{3}} \cong 220\text{V}$

A motor hasznos teljesítménye számítható a vonali vagy a fázis értékek alapján egyaránt:

$$S_{3f} = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v$$

$$I_f = \frac{S_{3f}}{3 \cdot U_f} = \frac{9000\text{VA}}{3 \cdot 220\text{V}} = 13,636\text{A}$$

$$P_{1f} = \frac{P_{3f}}{3} = \frac{S_{3f} \cdot \cos\varphi}{3} = \frac{9000\text{VA} \cdot 0,8}{3} = 2,4\text{kW}$$

$$I_v = I_f = 13,636\text{A}$$

A fázis impedancia abszolút értéke a fázis feszültség és áram hányadosaként számítható.

$$Z_f = \frac{U_f}{I_f} = \frac{220\text{V}}{13,64\text{A}} = 16,13\Omega$$

Ez a impedancia vektor abszolút értéke amelynek a két komponensét a teljesítmény háromszöghöz való hasonlóság alapján számíthatjuk.

$$R_{\text{soros}} = Z_f \cdot \cos\varphi = 16,13\Omega \cdot 0,8 = 12,904\Omega$$

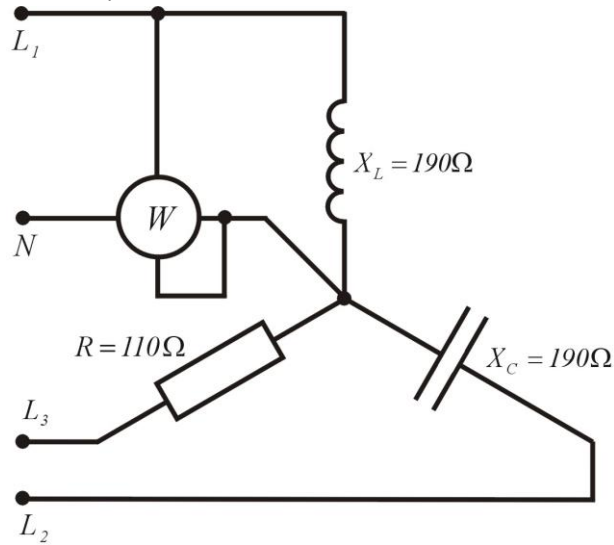
$$X_{L,\text{soros}} = Z_f \cdot \sin\varphi = 16,13\Omega \cdot 0,6 = 9,678\Omega$$

Mivel a feladat párhuzamosan kapcsolt elemeket kér ezért a reciprok értékekkel kell számolnunk:

$$\bar{Y} = \frac{1}{R_p} + j \frac{1}{X_{L,p}} = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{(12,9 + j9,678)} = (0,049 - j0,0372)\text{s}$$

Ezek alapján a párhuzamos eredők értéke:  $R_p = \frac{1}{0,04} = 20,16\Omega$ , és  $|X_{L,p}| = \frac{1}{0,0372} = 26,88\Omega$

- 5.5 Egy háromfázisú,  $U = 380V$  vonali feszültségű, négyvezetős hálózatra a az ábra szerinti fogyasztókat kapcsolunk. Állapítsuk meg a vektorábra segítségével, hogy mekkora teljesítményt mutat a wattmérő!



Tudjuk, hogy csillag kapcsolás esetén a fázis és vonali áramok azonosak:  $I_v = I_f$

$$U_f = \frac{380V}{\sqrt{3}} = 220V$$

$$U_{1f} = 220 \angle 0^\circ V$$

$$U_{2f} = 220 \angle -120^\circ V$$

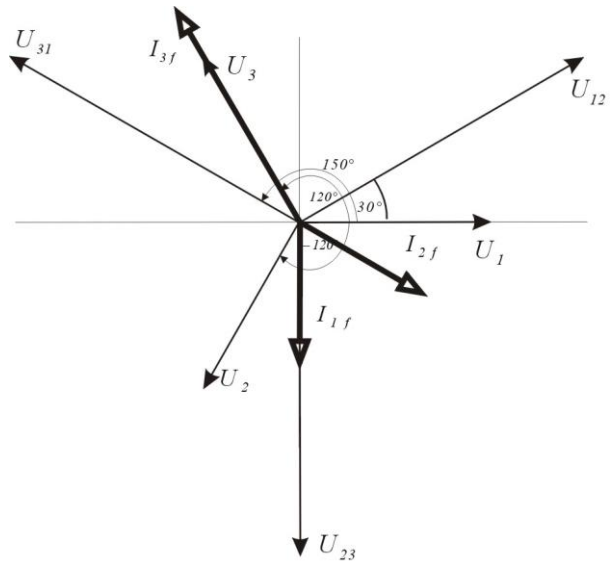
$$U_{3f} = 220 \angle 120^\circ V$$

$$I_{1f} = \frac{U_{1f}}{Z_{1f}} = \frac{220 \angle 0^\circ V}{j190\Omega} = \frac{220 \angle 0^\circ V}{190 \angle 90^\circ \Omega} = 1,1578 \angle -90^\circ A$$

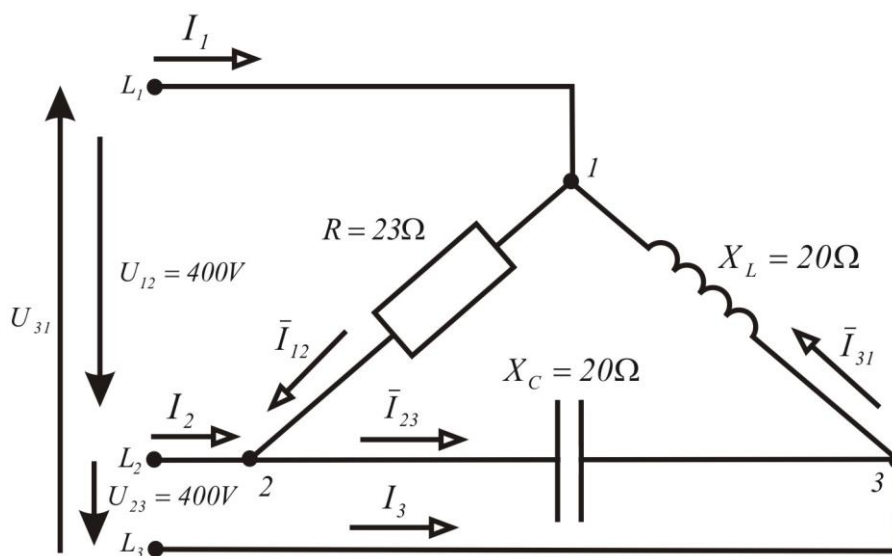
$$I_{2f} = \frac{U_{2f}}{Z_{2f}} = \frac{220 \angle -120^\circ V}{-j190\Omega} = \frac{220 \angle -120^\circ V}{190 \angle -90^\circ \Omega} = 1,1578 \angle -30^\circ A$$

$$I_{3f} = \frac{U_{3f}}{Z_{3f}} = \frac{220 \angle 120^\circ V}{110\Omega} = 2 \angle 120^\circ A$$

$$I_N = I_{1f} + I_{2f} + I_{3f} = 1,1578 \angle -90^\circ A + 1,1578 \angle -30^\circ A + 2 \angle 120^\circ = 0,0 A$$



- 5.6 A ábrán látható háromfázisú fogyasztó rendszer adatai:  $U = 400V$ ,  $R = 23\Omega$ ,  $X_L = 20\Omega$ ,  $X_C = 20\Omega$ . Mekkora a fázisáramok? Rajzoljon léptékhelyes vektorábrát, és ez alapján határozza meg a vonali áramok nagyságát!

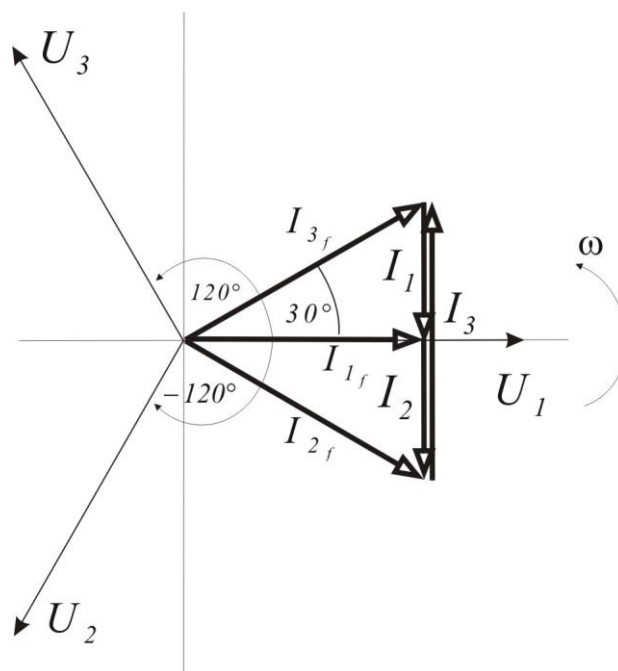


Tudjuk, hogy delta kapcsolás esetén a fázis és vonali feszültségek azonosak:  $U_v = U_f$

$$I_{1f} = \frac{U_{1f}}{Z_{1f}} = \frac{400\angle 0^\circ V}{23\Omega} = 17,39\angle 0^\circ A$$

$$I_{2f} = \frac{U_{2f}}{Z_{2f}} = \frac{400\angle -120^\circ V}{20\angle -90^\circ \Omega} = 20\angle -30^\circ A$$

$$I_{3f} = \frac{U_{3f}}{Z_{3f}} = \frac{400\angle 120^\circ V}{20\angle 90^\circ \Omega} = 20\angle 30^\circ A$$

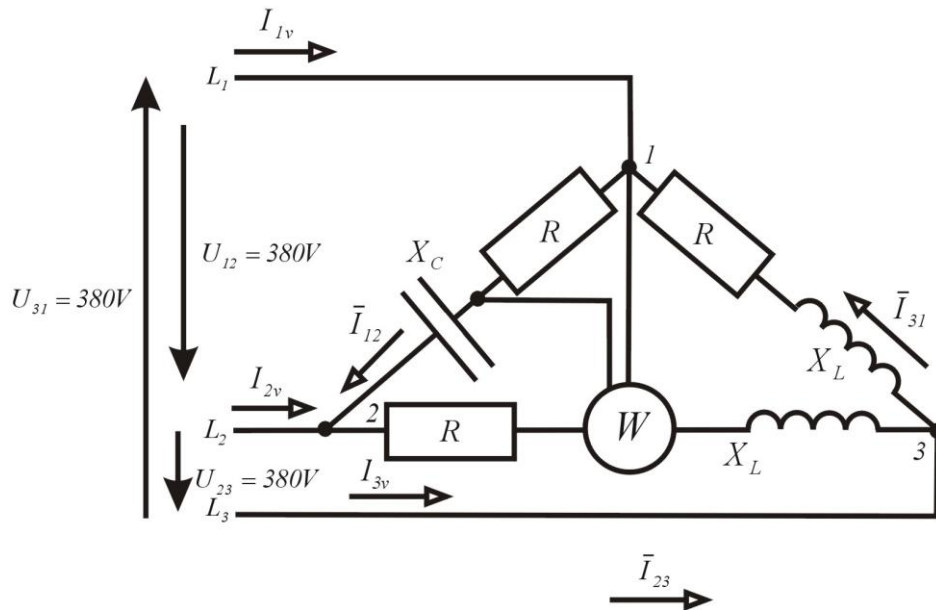


$$I_1 = I_{1f} - I_{3f} = 17,39\angle 0^\circ A - 20\angle 30^\circ A = 10\angle -90^\circ A$$

$$I_2 = I_{2f} - I_{1f} = 20\angle -30^\circ A - 17,39\angle 0^\circ A = 10\angle -90^\circ A$$

$$I_3 = I_{3f} - I_{2f} = 20\angle 30^\circ A - 20\angle -30^\circ A = 20\angle 90^\circ A$$

- 5.7 A ábrán látható áramkör adatai:  $U = 380V$ ,  $R = 40\Omega$ ,  $X_L = 40\Omega$ ,  $X_C = 40\Omega$ . Mekkora a vonaliáramok? Mekkora a háromfázisú meddő teljesítmény? Mennyit mutat az ábra szerint berajzolt wattmérő?



Tudjuk, hogy delta kapcsolás esetén a fázis és vonali feszültségek azonosak:  $U_v = U_f$

$$I_{12} = \frac{U_{12}}{Z_{12}} = \frac{380\angle 0^\circ V}{(40 - j40)\Omega} = \frac{380\angle 0^\circ V}{56,568\angle -45^\circ \Omega} = 6,71\angle 45^\circ A = (4,75 + j4,75)A$$

$$I_{23} = \frac{U_{23}}{Z_{23}} = \frac{380\angle 120^\circ V}{(40 + j40)\Omega} = \frac{380\angle 120^\circ V}{56,568\angle 45^\circ \Omega} = 6,71\angle 75^\circ A = (1,736 + j6,48)A$$

$$I_{31} = \frac{U_{31}}{Z_{31}} = \frac{380\angle -120^\circ V}{(40 + j40)\Omega} = \frac{380\angle -120^\circ V}{56,568\angle 45^\circ \Omega} = 6,71\angle -165^\circ A = (-6,48 - j1,736)A$$

$$I_1 = I_{12} - I_{31} = (4,75 + j4,75)A - (-6,48 - j1,736)A = (11,23 + j6,486)A = 12,96\angle 30^\circ A$$

$$I_2 = I_{23} - I_{12} = (1,736 + j6,48)A - (4,75 + j4,75)A = (3,47 \cdot \cos 30 + j3,47 \cdot \sin 30) = 3,47\angle 150^\circ A$$

$$I_3 = I_{31} - I_{23} = (-6,48 - j1,736)A - (1,736 + j6,48)A = (-8,216 - j8,216)A = 11,62\angle -135^\circ A$$

$$\bar{S}_1 = \bar{U}_{12} \cdot \bar{I}_{12}^* = 380\angle 0^\circ A \cdot 6,71\angle -45^\circ A = (1803 - j1803)VA$$

$$\bar{S}_2 = \bar{U}_{23} \cdot \bar{I}_{23}^* = 380\angle 120^\circ A \cdot 6,71\angle -75^\circ A = (1803 + j1803)VA$$

$$\bar{S}_3 = \bar{U}_{31} \cdot \bar{I}_{31}^* = 380\angle -120^\circ A \cdot 6,71\angle 165^\circ A = (1803 + j1803)VA$$

A wattmérő feszültség tekercsére az ellenálláson eső feszültség jut.

$$U_W = R \cdot I_{12} = 40\Omega \cdot 6,71\angle 45^\circ A = 268,4\angle 45^\circ V$$

$$P_W = |U_W| \cdot |I_{23}| \cdot \cos \varphi_{U_W I_{23}} = 268,4V \cdot 6,71A \cdot \cos(75^\circ - 45^\circ) = 1560,74W$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = -1803 + 1803 + 1803 = 1803VAR$$

- 6.1 Mekkora keresztmetszetű vasmagra van szükség annál az egyfázisú transzformátornál, amelynek primer tekercsét  $U = 100V$  -os,  $f = 50Hz$  -es periódusú hálózatra kapcsoljuk? A tekercs menetszáma  $N = 20$  és az erővonal sűrűség  $B_m = 1Vs/m^2$ .

$$\text{Tudjuk, hogy: } U_i = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{2}} \cdot B_{max} \cdot N \cdot A \cdot f = 4,44 \cdot B_{max} \cdot N \cdot A \cdot f$$

Innen kifejezve a keresztmetszetet:

$$A = \frac{U}{4,44 \cdot f \cdot B_m \cdot N} = \frac{100V}{4,44 \cdot 50Hz \cdot 1Vs/m^2 \cdot 20} = 0,02254m^2 = 225,4cm^2$$

- 6.2 Egy 50 periódusú, háromfázisú  $Dy$  kapcsolású transzformátor menetszáma fázisonként  $N_1 = 730$ ,  $N_2 = 49$ . A vasmag keresztmetszete  $340cm^2$ . Az indukció csúcsértéke  $1,2Vs/m^2$ . A primer vezető keresztmetszete  $15,15mm^2$ , az áramsűrűség  $2A/mm^2$ . Határozza meg a transzformátor primer és szekunder indukált névleges feszültségét, a vonali feszültségek áttételét, a teljesítményét. Rajzolja meg a kapcsolást és állapítsa meg hány órás a transzformátor!

$$\text{Tudjuk, hogy: } U_i = L \frac{di}{dt} = \frac{d\phi}{dt} \quad \phi = \Phi_{max} \cdot \sin \omega t$$

$$\text{Tehát: } U_i = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d(\Phi_{max} \cdot \sin \omega t)}{dt} = \Phi_{max} \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

$$\text{Az indukált feszültség maximuma tehát: } U_{imax} = \Phi_{max} \cdot \omega \quad \Phi_{max} = B_{max} \cdot N \cdot A$$

$$\sqrt{2} \cdot U_i = B_{max} \cdot N \cdot A \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$U_i = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{2}} \cdot B_{max} \cdot N \cdot A \cdot f = 4,44 \cdot B_{max} \cdot N \cdot A \cdot f$$

$$U_{i1f} = 4,44 \cdot f \cdot B_{max} \cdot N_1 \cdot A = 4,44 \cdot 50Hz \cdot 730 \cdot 340 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 1,2Vs/m^2 = 6612,05V \cong 6600V$$

$$U_{i2f} = 4,44 \cdot f \cdot B_{max} \cdot N_2 \cdot A = 4,44 \cdot 50Hz \cdot 49 \cdot 340 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 1,2Vs/m^2 = 443,8V$$

Mivel a transzformátor primer köre deltába van kapcsolva ezért a fázis és a vonali feszültségek megegyeznek  $U_v = U_f$ , de a szekunder csillagba van kapcsolva így ott a feszültség értéke  $U_v = \sqrt{3} \cdot U_f$ .

$$U_{i1n} = U_{i1f} = 6600V$$

$$U_{i2n} = \sqrt{3} \cdot U_{i2f} = \sqrt{3} \cdot 443,8V = 768,7V \cong 770V$$

b.) A feladat ezen részét más módon is megoldhatjuk, a menetfeszültség kiszámításával:

$$N_1 = \frac{U_{i1n}}{U_m} \text{ az egy menetre jutó feszültség pedig: } U_m = 4,44 \cdot f \cdot \Phi_{max}$$

$$U_m = 4,44 \cdot f \cdot \Phi_{max} = 4,44 \cdot f \cdot B_{max} \cdot A = 4,44 \cdot 50Hz \cdot 1,2Vs/m^2 \cdot 340 \cdot 10^{-4} m^2 = 9,0576V$$

$$U_{i1n} = U_m \cdot N_1 = 9,0576V \cdot 730 = 6612V \cong 6600V$$

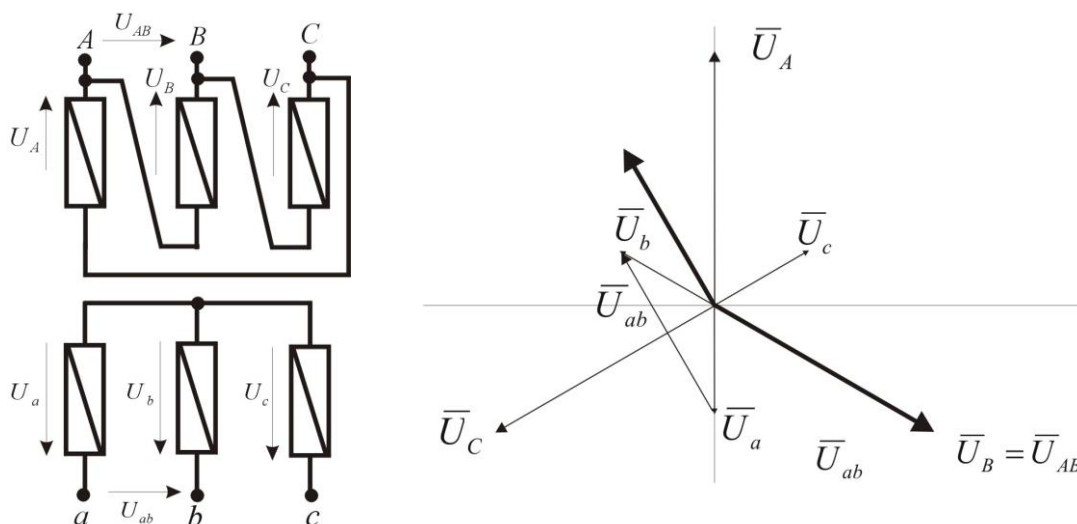
$$U_{i2n} = U_m \cdot N_2 = 9,0576V \cdot 49 \cdot \sqrt{3} = 768,077V \cong 770V$$

A vonali feszültségek áttételére az alábbi értéket kapjuk:  $a = \frac{U_{i1n}}{U_{i2n}} = \frac{6600V}{770V} = 8,5714$

Mivel a feladat  $\cos \varphi$  értékéről nem adott felvilágosítást ezért a teljesítmény a látszólagos teljesítményre vonatkozhat csak is, ehhez is viszont ismernünk kell a fázisáram nagyságát.

$$I_{1f} = A_1 \cdot J_1 = 15,15 \text{ mm}^2 \cdot 2 \text{ A/mm}^2 = 30,3 \text{ A}$$

$$S_{3f} = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v = 3 \cdot U_f \cdot I_f = 3 \cdot 6600 \text{ V} \cdot 30,3 \text{ A} = 599940 \approx 600 \text{ kVA}$$



$$-\bar{U}_a + \bar{U}_b = \bar{U}_{ab}$$

A vektorábrából leolvasható, hogy a transzformátor 7 órás.

- 6.3 Háromfázisú Yy kapcsolású transzformátor adatai a következők:  $U_1 = 10 \text{ kV}$ ,  $U_2 = 400 \text{ V}$ . Névleges teljesítménye  $S_n = 100 \text{ kVA}$ , a drop  $\varepsilon_z = 3,8\%$ , primer tekercsveszteség teljes terhelésnél  $P_{t1} = 1,1 \text{ kW}$ , szekunder tekercsveszteség teljes terhelésnél  $P_{t2} = 1,0 \text{ kW}$ , a vasveszteség  $P_v = 0,63 \text{ kW}$ . A  $10 \text{ kV}$ -os oldalról táplálva a transzformátort az üresjárási árama  $I_0 = 0,288 \text{ A}$ . Rajzolja fel ezen transzformátor helyettesítő kapcsolási rajzát a  $10 \text{ kV}$ -os oldalra vonatkoztatva! A primer és szekunder induktív ellenállások arányát, az ohmos ellenállások arányával vegye egyenlőnek.

$$S_{3f} = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_1} = \frac{100000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 10000 \text{ V}} = 5,77 \text{ A. Mivel tudjuk, hogy a primer és a szekunder kör is csillagba van kapcsolva ezért a fázis és vonaliáram értéke ugyan az lesz: } I_{1f} = I_1$$

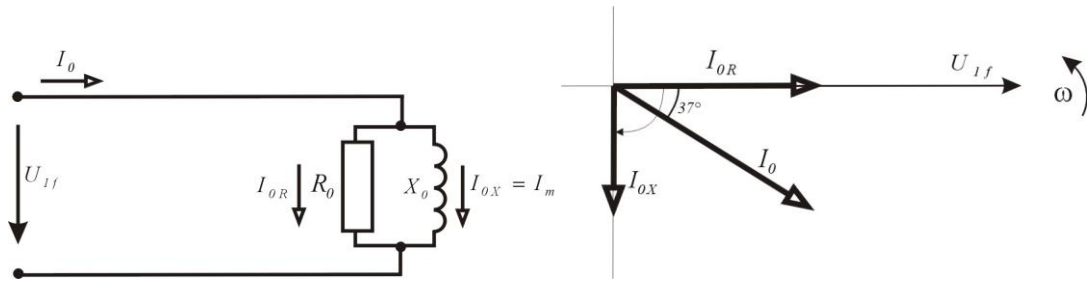
$$P_{t1} = 3 \cdot I_{1f}^2 \cdot R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{P_{t1}}{3 \cdot I_{1f}^2} = \frac{1100 \text{ W}}{3 \cdot 5,77^2} = 11,01 \Omega \text{ hasonlóan eljárhatunk, ha elhanyagoljuk a}$$

mágnesező áramot és az üresjárási áramot:  $I'_{2f} \cong I_{1f}$

$$P_{t2} = 3 \cdot I_{2f}'^2 \cdot R_2' \Rightarrow R_2' = \frac{P_{t2}}{3 \cdot I_{2f}'^2} = \frac{1000 \text{ W}}{3 \cdot 5,77^2} = 10,01 \Omega :$$

$$P_v = 3 \cdot I_{0R}^2 \cdot R_{0f} = 3 \cdot \frac{U_{1f}^2}{R_{0f}} \Rightarrow R_{0f} = \frac{3 \cdot U_{1f}^2}{P_v} = \frac{3 \cdot \frac{10000^2}{\sqrt{3}^2} \text{ V}^2}{630 \text{ W}} = 158,73 \text{ k}\Omega$$

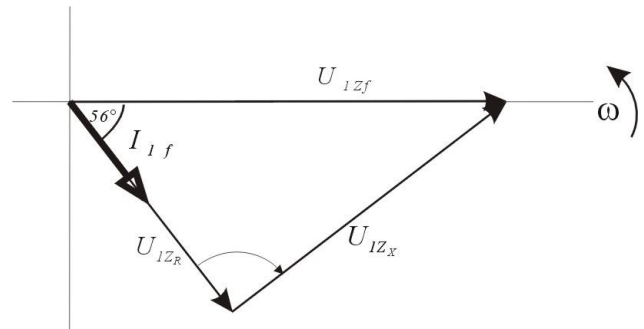
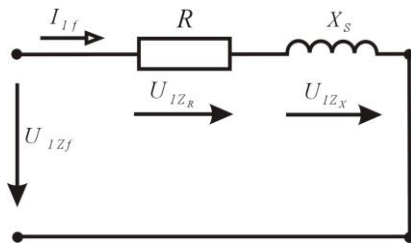
(fázis impedancia)



$$I_{0R} = \sqrt{\frac{P_v}{3 \cdot R_0}} = \frac{U_{1f}}{R_0} = \frac{U_1}{\sqrt{3} \cdot R_0} = \frac{10000V}{\sqrt{3} \cdot 158730\Omega} = 0,0363A$$

$$I_0^2 = I_{0R}^2 + I_{0X}^2 \Rightarrow I_{0X} = \sqrt{I_0^2 - I_{0R}^2} = \sqrt{0,288^2 - 0,0363^2} = 0,286A$$

$$X_0 = \frac{U_{1f}}{I_{0X}} = \frac{U_1}{\sqrt{3} \cdot I_{0X}} = \frac{10000V}{\sqrt{3} \cdot 0,286A} = 20,2k\Omega$$



$$\varepsilon = \frac{U_{1Z}}{U_{1f}} \cdot 100$$

$$U_{1Zf} = \varepsilon \cdot U_{1f} = \varepsilon \cdot \frac{U_1}{\sqrt{3}} = \frac{3,8}{100} \frac{10000V}{\sqrt{3}} = 219,4V$$

$$U_{1Z_R} = I_{1f} \cdot (R_1 + R_2') = 5,77 \cdot (11,01 + 10,01) = 121,28V$$

$$U_{1Z_X} = \sqrt{U_{1Zf}^2 - U_{1Z_R}^2} = \sqrt{219,4^2 - 121,28^2} = 182,82V$$

$$X_s = \frac{U_{1Z_X}}{I_{1f}} = \frac{182,82V}{5,77A} = 31,68\Omega \text{ továbbá tudjuk, hogy } X_s = X_{s1} + X_{s2}'.$$

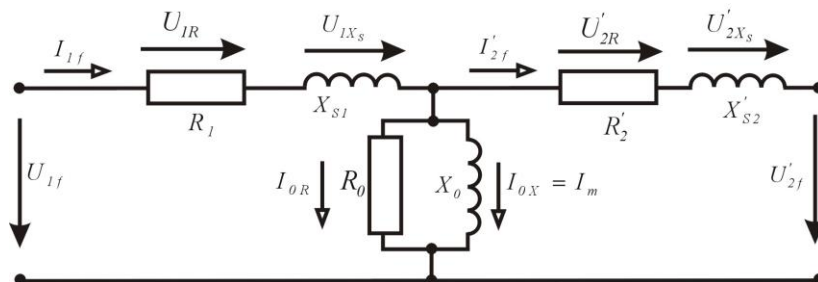
Mivel a feladat megadta, hogy a primer és szekunder induktív ellenállások arányát, az ohmos ellenállások arányával vegyük egyenlőnek, ezért írhatjuk:  $\frac{X_{s1}}{X_{s2}'} = \frac{R_1}{R_2}$  vagy  $\frac{X_{s1}}{X_s} = \frac{R_1}{R}$

$$X_{s1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2'} \cdot X_s = \frac{11,01\Omega}{21,02\Omega} \cdot 31,68\Omega = 16,59\Omega$$

$$X_{s2}' = \frac{R_2'}{R_1 + R_2'} \cdot X_s = \frac{10,01\Omega}{21,02\Omega} \cdot 31,68\Omega = 15,08\Omega$$

$$\frac{X_{s1}}{X_s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2'}$$

$$\frac{X_{s1}}{R_1} = \frac{X_s}{R} = \frac{X_{s2}'}{R_2'}$$



6.4 A  $100\text{kVA}$ -es  $1000/10000\text{V}$ -os  $50$  periódusú, háromfázisú transzformátor vasvesztése  $P_v = 1200\text{W}$ . A kisfeszültségű oldalt rövidzárva, a nagyfeszültségű oldalon  $6\text{A}$ -es áramerősség mellett a tekercsvesztés  $P_t = 1500\text{W}$ . Határozza meg a transzformátor hatásfokát  $25\%$ ,  $50\%$  és  $100\%$ -os terhelés mellett, ha:

a.,)  $\cos\varphi = 1$

b.,)  $\cos\varphi = 0,8$ . Mely látszólagos teljesítménynél lesz a hatásfok maximális és mekkora a lehetséges legnagyobb hatásfok?

$$\eta = 1 - \frac{P_v + P_{tn} \cdot \alpha^2}{S_n \cdot \alpha \cdot \cos\varphi} \quad \alpha = \frac{I_n}{I}$$

$$S_n = \sqrt{3} \cdot U_{2n} \cdot I_{2n} \quad I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{100 \cdot 10^3 \text{VA}}{\sqrt{3} \cdot 10.000\text{V}} = 5,77\text{A}$$

$$P_{tn} = P_t \left( \frac{I_{2n}}{I_2} \right)^2 = 1500\text{W} \left( \frac{5,77\text{A}}{6\text{A}} \right)^2 = 1387,2\text{W} = 1,38\text{kW}$$

A képletbe minden értéket kW-ba helyettesítve be  $\cos\varphi = 1$  esetén:

$$\eta_{25\%} = 1 - \frac{P_v + P_{tn} \cdot \alpha^2}{S_n \cdot \alpha \cdot \cos\varphi} = 1 - \frac{1,2 + 1,38 \cdot 0,25^2}{100 \cdot 0,25 \cdot 1} = 0,94855 \Rightarrow 94,85\%$$

$$\eta_{50\%} = 1 - \frac{1,2 + 1,38 \cdot 0,5^2}{100 \cdot 0,5 \cdot 1} = 0,9691 \Rightarrow 96,91\% \quad \eta_{100\%} = 1 - \frac{1,2 + 1,38 \cdot 1^2}{100 \cdot 1 \cdot 1} = 0,9742 \Rightarrow 97,42\%$$

b,

$$\eta_{25\%} = 1 - \frac{P_v + P_{tn} \cdot \alpha^2}{S_n \cdot \alpha \cdot \cos\varphi} = 1 - \frac{1,2 + 1,38 \cdot 0,25^2}{100 \cdot 0,25 \cdot 0,8} = 0,9356 \Rightarrow 93,56\%$$

$$\eta_{50\%} = 1 - \frac{1,2 + 1,38 \cdot 0,5^2}{100 \cdot 0,5 \cdot 0,8} = 0,9614 \Rightarrow 96,14\% \quad \eta_{100\%} = 1 - \frac{1,2 + 1,38 \cdot 1^2}{100 \cdot 1 \cdot 0,8} = 0,9677 \Rightarrow 96,77\%$$

A maximális hatásfok esetén a hatásfok függvény első deriváltja nulla tehát az alábbiakat

$$\text{írhatjuk fel: } \eta'_{\max} = \left( \frac{S_n \cdot \alpha \cdot \cos\varphi - (P_v + P_{tn} \cdot \alpha^2)}{S_n \cdot \alpha \cdot \cos\varphi} \right)' = 0$$

$$\eta'_{\max} = - \frac{2 \cdot \alpha \cdot P_{tn} (S_n \cdot \alpha \cdot \cos\varphi) - (P_v + P_{tn} \cdot \alpha^2) (S_n \cdot \cos\varphi)}{(S_n \cdot \alpha \cdot \cos\varphi)^2} = 0$$

Mindkét oldalt szorozva  $(S_n \cdot \alpha \cdot \cos\varphi)^2$ , majd osztva  $S_n \cdot \cos\varphi$ -vel kapjuk:  $\alpha^2 \cdot P_{tn} - P_v = 0$

$$\alpha = \sqrt{\frac{P_v}{P_{tn}}} = \sqrt{\frac{1,2}{1,38}} = 0,93 \quad S_{\eta_{\max}} = S_n \cdot \alpha = 100 \cdot 10^3 \cdot 0,93 = 93\text{kVA}$$

$$\eta'_{93\%} = 1 - \frac{1,2 + 1,38 \cdot 0,93^2}{100 \cdot 0,93 \cdot 1} = 0,9742 \Rightarrow 97,42\%$$

Közelítő formula használata esetén is hasonló eredményt kapunk:

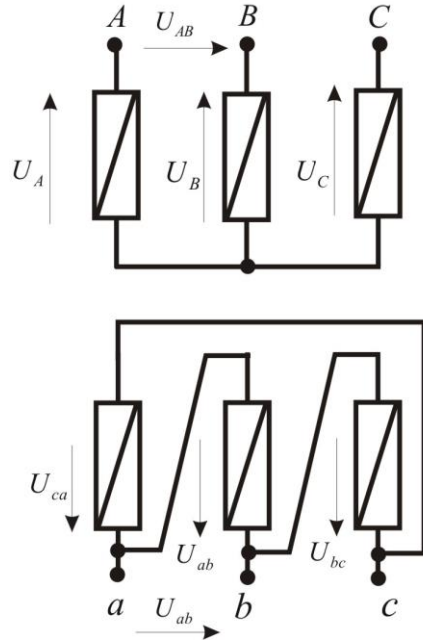
$$\eta'_{\max\%} = 1 - \frac{1}{\cos\varphi} \left( \frac{P_v}{S} + \frac{P_{tn}}{S_n^2} S \right) = 1 - \frac{1}{1} \left( \frac{1,2}{93} + \frac{1,5 \cdot 93}{100^2} \right) = 0,975 \Rightarrow 97,5\%$$



6.5 Az ábrán vázolt transzformátor névleges feszültsége  $U_{1n} / U_{2n} = 6600V / 440V$ , a teljesítménye  $S_n = 170kVA$ . A transzformátoron rövidzárási mérést végzünk:  $U_{1z}^* = 250V$ ,  $I_{1z}^* = 11A$ ,  $P_{1z}^* = 1260W$ . (Egyszerűsített helyettesítő kapcsolás alapján oldja meg a feladatot!)

Határozza meg:

- a fázisfeszültségek áttételét
- a transzformátor belső impedanciáját a primerre vonatkoztatva
- a transzformátor hatásos ellenállását a primerre vonatkoztatva
- a transzformátor reaktanciáját a primerre vonatkoztatva
- a dropot és külön a hatásos és meddő komponensét
- állapítsa meg a transzformátor kapcsolási csoportját



$$a) a = \frac{U_{1f}}{U_{2f}} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \frac{6600V}{440V} = 15$$

$$b) Z = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{1z}^* \cdot I_{1z}^*}{3 \cdot I_{1z}^{*2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 250V \cdot 11A}{3 \cdot 11^2 A^2} = 13,12\Omega \text{ vagy}$$

$$Z = \frac{U_{1z}^*}{I_{1z}^*} = \frac{250V}{11A} = 22,73\Omega$$

$$c) \cos \varphi_Z = \frac{P_{1z}^*}{\sqrt{3} \cdot U_{1z}^* \cdot I_{1z}^*} = \frac{1260W}{\sqrt{3} \cdot 250V \cdot 11A} = 0,2645$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi_Z = 13,12\Omega \cdot 0,2645 = 3,47\Omega$$

$$d) X = Z \cdot \sin \varphi_Z = 13,12\Omega \cdot 0,9644 = 12,65\Omega$$

$$e) \frac{U_{1z}}{U_{1n}} = \frac{I_N}{I_{1z}^*}$$

$$Z = \frac{U_{1z}^*}{I_{1z}^*} = \frac{U_{Zv}}{I_n} \Rightarrow$$

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1v}} = \frac{170000VA}{\sqrt{3} \cdot 6600V} = 14,87A$$

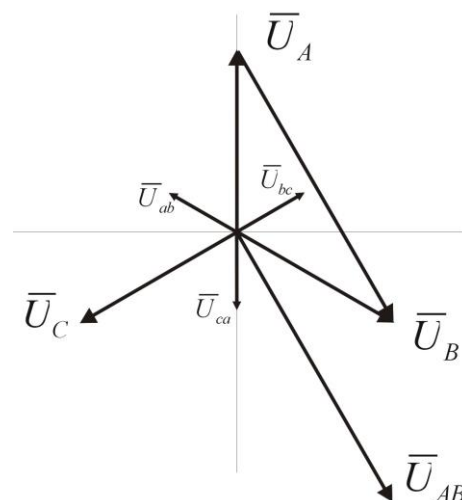
$$U_{Zv} = \frac{U_{1z}^* \cdot I_n}{I_{1z}^*} = \frac{250V \cdot 14,87A}{11A} = 337,95V$$

$$\varepsilon = \frac{U_{Zv}}{U_{1v}} \cdot 100\% = \frac{337,95V}{6600V} \cdot 100\% = 5,12\%$$

$$\varepsilon_R = \varepsilon \cdot \cos \varphi_Z = 5,12 \cdot 0,2645 = 1,35\%$$

$$\varepsilon_X = \varepsilon \cdot \sin \varphi_Z = 5,12 \cdot 0,9644 = 4,94\%$$

f) Yd 5 órás



6.6 Egy 11000 V/550 V feszültségű, 300kVA teljesítményű, háromfázisú, háromszög/csillag kapcsolású transzformátoron üresjárási és rövidzárási mérést végzünk. A mérések eredményei:

$$\text{Üresjárásban:} \quad U_2 = 550V \quad I_2 = 26,5A \quad P_0 = 3,65kW$$

$$\text{Rövidzárási mérésben:} \quad U_1 = 395V \quad I_1 = 15A \quad P_z = 3,28kW$$

Az üresjárási mérést a szekunder, a rövidzárási mérést a primeroldalról végeztük. Ezenkívül ellenállásmérésből ismert  $R_1 = 7,5\Omega$ . Kiszámítandó:

a) a névleges áramerősségek ( $I_{1n}, I_{1nf}, I_{2n}, I_{2nf}$ ),

b)  $R_2$  szekunder ohmos ellenállás,

c)  $X_1$  és  $X_2$  induktív ellenállások. Azt feltételezve, hogy arányuk az ohmos ellenállások arányával egyenlő oldja meg a feladatot.

d.) rövidzárási feszültség százalékos értéke (drop).

a) a névleges primer vonali-áram:

$$I_1 = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{300 \cdot 10^3 VA}{\sqrt{3} \cdot 11 \cdot 10^3 V} = 15,7A$$

A névleges primer fázisáram, mivel a primer oldal deltába van kapcsolva:

$$I_{1f} = \frac{15,7A}{\sqrt{3}} = 9,1A$$

A névleges szekunder vonali-áram:

$$I_2 = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{300 \cdot 10^3 VA}{\sqrt{3} \cdot 550V} = 316A$$

A névleges szekunder fázisáram, mivel a szekunder oldal csillagba van kötve:

$$I_{2f} = I_{2n} = 316A$$

b) A rövidzárási mért teljesítmény a vasveszteségek elhanyagolható kis mértéke folytán a tekercsveszteségek összegével egyenlő:

$$P_z = 3(I_{1f}^2 \cdot R_1 + I_{2f}^2 \cdot R_2) = 3 \cdot I_{1f}^2 (R_1 + R_2') = 3 \cdot I_{1f}^2 \cdot R$$

Mivel

$$I_{1f} = \frac{I_1}{\sqrt{3}} = \frac{15A}{\sqrt{3}} = 8,65A$$

$$R = \frac{P_z}{3 \cdot \left(\frac{I_1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{3280W}{15^2 A} = 14,6\Omega$$

$$R_2' = R - R_1 = 14,6 - 7,5 = 7,1\Omega$$

$R_2$  kiszámításához szükség van az áttétel ismeretére (primer deltába van a szekunder pedig csillagba):

$$a = \frac{U_{1f}}{U_{2f}} = \frac{11.000V}{\frac{550V}{\sqrt{3}}} = 34,7 \quad a^2 = 1205$$

Emlékeztető:

$$R_2 = \frac{R_2'}{a^2} = \frac{7,1\Omega}{1205} = 0,00589\Omega$$

$$\begin{aligned} U_2' &= a \cdot U_2 & I_2' &= \frac{I_2}{a} \\ R_2' &= a^2 \cdot R & X_{s2}' &= a^2 \cdot X_2 \end{aligned}$$

c) A teljesítménytényező rövidzársban:

$$\cos \varphi_z = \frac{P_z}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1} = \frac{3280}{\sqrt{3} \cdot 395V \cdot 15A} = 0,32$$

$$\sin \varphi_z = 0,9478$$

A transzformátor  $Z = R^2 + X^2$  impedanciája fázisonként.

$$Z = \frac{U_{1f}}{I_{1f}} = \frac{395V}{\frac{15}{\sqrt{3}}A} = \frac{395V}{8,65A} = 45,6\Omega$$

$$X = Z \cdot \sin \varphi_z = 45,6 \cdot 0,9478 = 43,2\Omega$$

Az induktív ellenállás az ohmos ellenállások arányában oszlik meg a primer és a szekunder oldal között:

$$\frac{X_1}{X_2'} = \frac{R_1}{R_2}, \text{ vagyis } \frac{X_1}{X} = \frac{R_1}{R} \text{ és } \frac{X_2'}{X} = \frac{R_2}{R}$$

tehát:

$$X_1 = \frac{R_1 \cdot X}{R} = \frac{7,5\Omega \cdot 43,2\Omega}{14,6\Omega} = 22,2\Omega$$

$$X_2' = \frac{R_2' \cdot X}{R} = \frac{7,1\Omega \cdot 43,2\Omega}{14,6\Omega} = 21\Omega$$

$$X_2 = \frac{X_2'}{a^2} = \frac{21\Omega}{1205} = 0,0174\Omega$$

d) Rövidzárási feszültség:

$$U_z = I_{1f} \cdot Z = 9,1 \cdot 45,6 = 415V$$

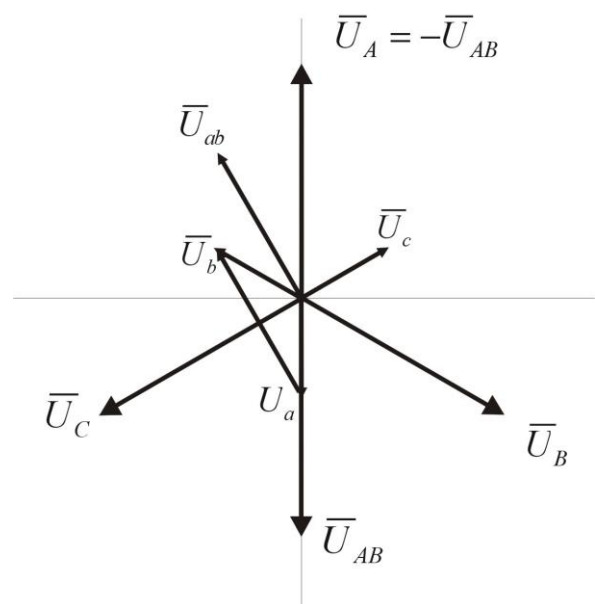
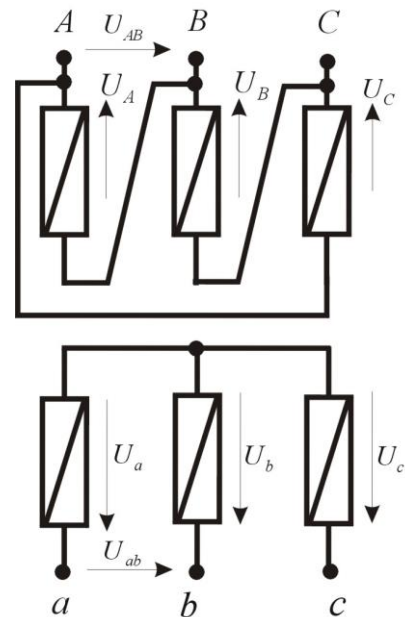
$$\varepsilon = \frac{U_z}{U_n} = \frac{0,415}{11} = 0,0378 = 3,78\%$$

A rövidzárási feszültség ohmos és induktív komponense:

$$\varepsilon_R = \varepsilon \cdot \cos \varphi_z = \frac{I_{nf} \cdot R}{U_{nf}} = 1,21\%$$

$$\varepsilon_X = \varepsilon \cdot \sin \varphi_z = \frac{I_{nf} \cdot X}{U_{nf}} = 3,57\%$$

A transzformátor fázisforgatása tehát az ábra alapján: Dy5 órás.



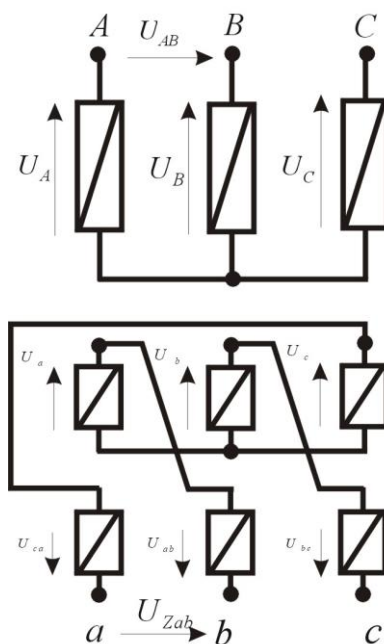
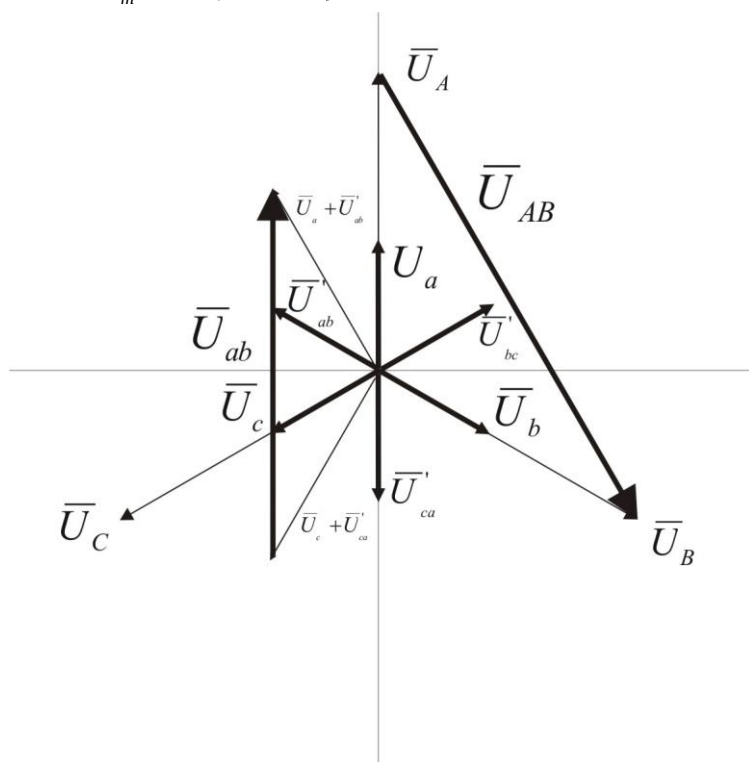
- 6.7 Egy háromfázisú 50 Hz-es transzformátor vasmagja  $400\text{cm}^2$  keresztmetszetű. A feszültségek  $11000/550\text{V}$ . A megengedhető indukció  $B_{\max} = 1,2 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$ . Hány menetet kell alkalmazni fázisonként mindkét oldalon, ha a nagyfeszültségű oldal csillagba a kisfeszültségű oldal zégzugba van kapcsolva?

Határozza meg:

$$U_m = 4,44 \cdot f \cdot \Phi_{\max} = 4,44 \cdot f \cdot B_{\max} \cdot A = 4,44 \cdot 50\text{Hz} \cdot 1,2\text{Vs/m}^2 \cdot 400 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 = 10,656\text{V}$$

$$N_1 = \frac{\frac{U_{i1n}}{\sqrt{3}}}{U_m} = \frac{\frac{11000\text{V}}{\sqrt{3}}}{10,656\text{V}} = 596\text{menet}$$

$$N_2 = \frac{\frac{U_{i2n}}{\sqrt{3}}}{U_m} = \frac{\frac{550\text{V}}{\sqrt{3}}}{10,656\text{V}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 34\text{menet}$$



A vektorábra alapján belátható a transzformátor fázisforgatása vagy órászáma: Yz7 órás

- 7.1 A háromfázisú indukciós motor teljesítményfelvétele névleges terhelésnél 60 kW, szlipje pedig 0,03. A teljes állórész veszteség ekkor 1 kW. Határozzuk meg névleges terhelésnél a forgórész fázisonkénti tekercsvesztését és a leadott mechanikai teljesítményt!

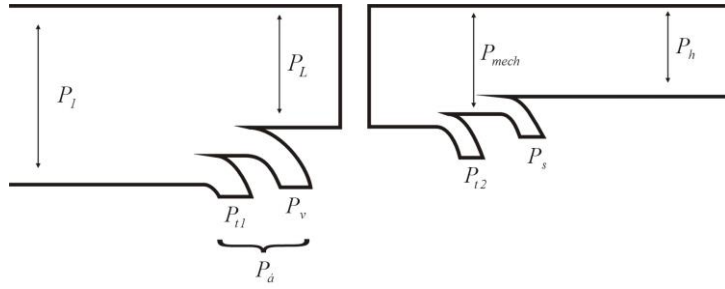
$(P_{t2f}, P_{mech})$

Adatok:

$$P_1 = 60 \text{ kW}$$

$$P_{\dot{a}} = 1 \text{ kW}$$

$$s = 0,03$$



$$P_{\dot{a}} = P_{t1} + P_v = 1 \text{ kW}$$

$$P_L = P_1 - P_{\dot{a}} = P_1 - (P_{t1} + P_v) = 60 \text{ kW} - 1 \text{ kW} = 59 \text{ kW}$$

$$P_{mech} = P_L (1 - s) = 59 \text{ kW} (1 - 0,03) = 57,23 \text{ kW}$$

$$P_{t2} = P_L - P_{mech} = 59 \text{ kW} - 57,23 \text{ kW} = 1,77 \text{ kW} \text{ vagy}$$

$$P_{t2} = s \cdot P_L = 0,03 \cdot 59 \text{ kW} = 1,77 \text{ kW}$$

$$P_{t2f} = \frac{P_{t2}}{3} = \frac{1,77 \text{ kW}}{3} = 590 \text{ W}$$

- 7.2 Háromfázisú, 6 pólusú, 500 V-os, 50 Hz-es frekvenciájú indukciós motor  $950 \frac{1}{\text{min}}$  fordulatszám mellett 20 kW teljesítményt szolgáltat. Teljesítménytényezője ekkor 0,86, az állórész összes vesztesége 1500 W, a súrlódási veszteség pedig 1 kW. Határozzuk meg ennél a terhelésnél a szlip értékét, a légrés teljesítményt és áramot, és a hatásfokot!

Adatok:

$$p = 3, U_1 = 500 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz}, n = 950 \frac{1}{\text{min}}, P_h = 20 \text{ kW}, \cos \varphi = 0,86$$

$$P_{\dot{a}} = 1500 \text{ W}, P_s = 1 \text{ kW}$$

$$n_0 = \frac{f}{p} \cdot 60 = \frac{50 \text{ Hz}}{3} \cdot 60 = 1000 \frac{1}{\text{min}}$$

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{1000 - 950}{1000} = 0,05 = 5\%$$

$$P_{mech} = P_h + P_s = 20 \text{ kW} + 1 \text{ kW} = 21 \text{ kW}$$

$$P_L = \frac{P_{mech}}{(1 - s)} = \frac{21}{1 - 0,05} = 22,1 \text{ kW}$$

$$P_1 = P_L + P_{\dot{a}} = P_L + (P_{t1} + P_v) = 22,1 + 1,5 = 23,6 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_h}{P_1} = \frac{P_h}{P_{be}} \cdot 100 = \frac{20 \text{ kW}}{23,6 \text{ kW}} = 0,84 = 84\%$$

$$P_L = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi \quad \text{mivel } U_v = U_1$$

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos \varphi} = \frac{23,6 \text{ kW}}{\sqrt{3} \cdot 500 \text{ V} \cdot 0,86} = 31,68 \text{ A}$$

- 7.3 Egy háromfázisú, 6 pólusú indukciós motor 440 V-os, 50 Hz-es frekvenciájú hálózatra kapcsolunk. Bizonyos terhelésnél a hálózatról 82 kW teljesítményt vesz fel. Az állórész vesztesége ekkor 2 kW. A forgórész fázisonkénti árama 65 A, a forgórész frekvenciája pedig  $100 \frac{1}{\text{min}}$ . Mekkora ennél a terhelésnél a szlip, a forgórész fordulatszáma, a leadott mechanikai teljesítmény, a forgórész tekercsvesztesége és a forgórész fázisonkénti ellenállása?

Adatok:

$$p = 3, U_1 = 440V, f_1 = 50\text{Hz}, I_f = 65A, f_2 = 100 \frac{1}{\text{min}} = \frac{100}{60} \frac{1}{s} = 1,6\dot{6}\text{Hz}, P_1 = 82\text{kW},$$

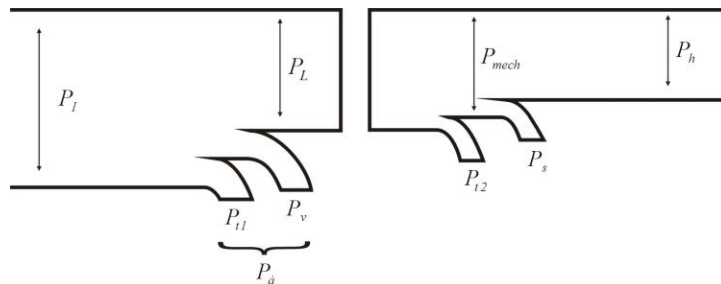
$$P_{\text{álló}} = 2\text{kW},$$

$$\frac{f_2}{f_1} = s = \frac{1,6\dot{6}\text{Hz}}{50\text{Hz}} = 0,03\dot{3}$$

$$n_0 = \frac{f}{p} \cdot 60 = \frac{50\text{Hz}}{3} \cdot 60 = 1000 \frac{1}{\text{min}}$$

$$s = 0,03\dot{3} = \frac{n_0 - n}{n_0} \Rightarrow$$

$$n = n_0 - s \cdot n_0 = 1000 - 0,03\dot{3} \cdot 1000 = 966,6 \frac{1}{\text{min}}$$



$$P_L = P_1 - P_{\text{álló}} = 82\text{kW} - 2\text{kW} = 80\text{kW}$$

$$P_{\text{mech}} = P_L (1 - s) = (P_1 - P_{\text{álló}}) \cdot (1 - s) = (82\text{kW} - 2\text{kW}) \cdot (1 - 0,03\dot{3}) = 77,33\text{kW}$$

$$P_{t2} = P_L \cdot s = P_L - P_{\text{mech}} = 80\text{kW} - 77,33\text{kW} = 2,66\text{kW}$$

Ezek alapján már számítható a forgórész ellenállása:

$$P_{t2} = 3 \cdot I_L^2 \cdot R_f \Rightarrow$$

$$R_f = \frac{P_{t2}}{3 \cdot I_f^2} = \frac{2664\text{W}}{3 \cdot 65^2} = 0,21\Omega$$

- 7.4 Egy háromfázisú, 12 pólusú szinkron generátor  $500 \frac{1}{\text{min}}$  fordulatszámmal forgatjuk. A generátor indukciós motort táplál, amely névleges terhelésnél  $1440 \frac{1}{\text{min}}$  fordulatszámmal forog. Hány pólusú a motor, és mekkora a névlege szlip? (a megoldások közül a gyakorlatilag legvalószínűbbet válassza ki)

Generátor adatai:

3 fázisú

$p=6$

$$n = 500 \frac{1}{\text{min}}$$

$$\text{Motor adata: } n_n = 1440 \frac{1}{\text{min}}$$

$$n_0 = \frac{f}{p} \cdot 60 \text{ a motoros üzem feltétele, hogy } n \leq n_0 \quad n_{0\text{Max}} = \frac{f}{p} \cdot 60$$

$$p = \frac{f}{n_{0\text{Max}}} \cdot 60 = \frac{50\text{Hz}}{1440 \frac{1}{\text{min}}} \cdot 60 = 2,0833$$

Ha a póluspárok száma:  $p=2$  akkor a gép 4 pólusú.

$$n_0 = \frac{f}{p} \cdot 60 = \frac{50}{2} \cdot 60 = 1500 \frac{1}{\text{perc}}$$

$n \leq n_0$  feltétel igaz tehát ez egy lehetséges állapot.

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0,04 \text{ tehát a szlip értéke } s_{\%} = 4\%.$$

- 7.5 Mekkora fordulatszámmal forog a 8 pólusú indukciós motor, amelynél az állórész áramának frekvenciája  $50 \frac{1}{\text{s}}$  a forgórészé pedig  $1,5 \frac{1}{\text{s}}$ ?

$$\text{Adatok: } p=4 \quad f_1 = 50\text{Hz} \quad f_2 = 1,5\text{Hz}$$

$$\text{Szinkron fordulatszám: } n_0 = \frac{f_1}{p} \cdot 60 = \frac{50\text{Hz}}{4} \cdot 60 = 750 \frac{1}{\text{min}}$$

A forgórészben indukált feszültség frekvenciája a relatív fordulatszámtól függ:  $n_0 - n$

$$n_0 - n = \frac{f_2}{p}$$

$$f_2 = p(n_0 - n) \text{ és } s = \frac{n_0 - n}{n_0} \text{ összefüggések alapján:}$$

$$f_2 = p(n_0 \cdot s) = f_1 \cdot s \text{ ezekből következik:}$$

$$\frac{f_2}{f_1} = s$$

$$n_0 - n = \frac{f_2}{p} \cdot 60 = \frac{1,5\text{Hz}}{4} \cdot 60 = 22,5 \frac{1}{\text{min}}$$

$$n = n_0 - 22,5 = 750 - 22,5 = 727,5 \frac{1}{\text{min}}$$

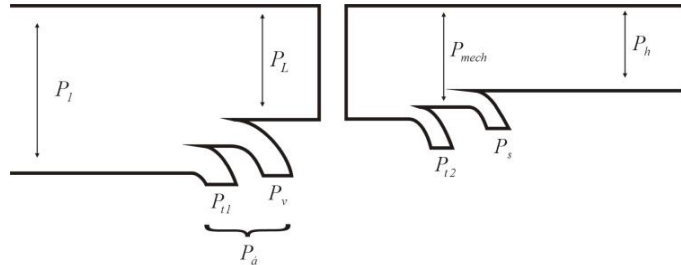
- 7.6 A háromfázisú, 6 pólusú, 500 V-os, 50 Hz-es frekvenciájú indukciós motor bizonyos terhelésnél  $975 \frac{1}{\text{min}}$  fordulatszámmal forog. A motor ekkor a hálózathoz 40 kW teljesítményt vesz fel, állórész veszteség 1 kW, a súrlódási veszteség pedig 2 kW. Határozzuk meg ennél a terhelésnél a szlip értékét, a forgórész veszteségét, a hasznos teljesítményt, valamint a hatásfokot!

Adatok:

$$p = 3, U_1 = 500V, f = 50\text{Hz},$$

$$n = 975 \frac{1}{\text{min}}, P_h = 40\text{kW},$$

$$P_{\text{álló}} = 1\text{kW}, P_s = 2\text{kW}$$



$$n_0 = \frac{f}{p} \cdot 60 = \frac{50\text{Hz}}{3} \cdot 60 = 1000 \frac{1}{\text{min}}$$

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{1000 - 975}{1000} = 0,025 = 2,5\%$$

$$P_L = P_1 - P_{\text{álló}} = 40\text{kW} - 1\text{kW} = 39\text{kW}$$

$$P_{t2} = s \cdot P_L = 0,025 \cdot 39\text{kW} = 0,975\text{kW} = 975\text{W}$$

$$P_h = P_L - (P_{t2} + P_s) = 39\text{kW} - (975\text{W} + 2\text{kW}) = 36025\text{W}$$

$$\eta = \frac{P_h}{P_1} = \frac{36025\text{W}}{40000\text{W}} = 0,9 \Rightarrow 90\%$$

- 7.7 Egy 380 V-os, csillagkapcsolású, 50 Hz-es, 4 pólusú, aszinkron motor redukált forgórész ellenállása:  $R'_2 = 0,07\Omega$ , együttes szórási reaktanciája  $X = X_1 + X'_2 = 0,35\Omega$ . Ha a motort névleges nyomaték terheli, a fordulatszám  $1440 \frac{1}{\text{min}}$ . Mekkora a gép névleges nyomatéka? Mekkora lesz a fordulatszám, ha a terhelőnyomaték a kétszeresére nő? (A számításnál az állórész ellenállását hanyagoljuk el!)

$$\text{A motor szinkron fordulatszáma: } n_0 = \frac{f_1}{p} \cdot 60 = \frac{50\text{Hz}}{2} \cdot 60 = 1500 \frac{1}{\text{min}}$$

$$\text{A billenőnyomaték: } M_b = \frac{3 \cdot U_{1f}^2}{2 \cdot X \cdot \omega_0} = \frac{3 \cdot \left(\frac{U_1}{\sqrt{3}}\right)^2}{2 \cdot X \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{n_0}{60}} = \frac{380\text{V}^2}{2 \cdot 0,35\Omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{1500}{60} \frac{1}{\text{s}}} = 1315\text{Nm}$$

$$\text{Ehhez tartozó szlip értéke: } s_b = \frac{R'_2}{X} = \frac{0,07\Omega}{0,35\Omega} = 0,2$$

$$\text{Így a nyomaték tetszőleges szlipnél: } M = \frac{3 \cdot (I'_2)^2 \cdot R'_2}{\omega_0 \cdot s} \quad (I'_2)^2 = \frac{U_1^2}{R^2 + X^2} = \frac{U_1^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X^2}$$



$$M = \frac{3 \cdot U_1^2}{\omega_0} \cdot \frac{\frac{R_2'}{s}}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + X^2} \text{ Majd } R_1 \text{ elhanyagolásával, kapjuk:}$$

$$M = \frac{3 \cdot U_1^2}{\omega_0} \cdot \frac{\frac{R_2'}{s}}{\left(\frac{R_2'}{s}\right)^2 + X^2} \text{ Itt a maximális az energia kihozatal: } s_b = \frac{R_2'}{X} \Rightarrow R_2' = s_b \cdot X$$

$$M = \frac{3 \cdot U_1^2}{\omega_0} \cdot \frac{\frac{s_b \cdot X}{s}}{X^2 \cdot \left(\frac{s_b}{s}\right)^2 + X^2} = \frac{3 \cdot U_1^2}{\omega_0 \cdot X} \cdot \frac{1}{\frac{s_b}{s} + \frac{s}{s_b}}$$

$$M_b = \frac{3 \cdot U_{1f}^2}{2 \cdot X \cdot \omega_0}$$

$$M = \frac{2 \cdot M_b}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}} = \frac{2630}{5s + \frac{1}{5s}}$$

$$s_n = s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0,04 = 4\%$$

$$M = \frac{2 \cdot M_b}{\frac{s}{s_b} + \frac{s_b}{s}} = \frac{2630}{5s + \frac{1}{5s}} = \frac{2630}{5,2} = 506 \text{ Nm}$$

A második kérdés az előző terhelő nyomaték 2 szeresére vonatkozik:

$$2 \cdot 506 \text{ Nm} = \frac{2630}{5s + \frac{1}{5s}} = 1012 \text{ Nm}$$

$$5s + \frac{1}{5s} = \frac{2630}{1012} = 2,6 \text{ mindkét oldalt szorozva } /5s\text{-el}$$

$$25s + 1 - 13s = 0$$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 100}}{50} = \begin{cases} s_1 = 0,0936\% \\ s_2 = 42,64\% \end{cases}$$

A 42,64% a motor labilis szakaszára esik így az kiesik.

$$\text{Tehát: } n_1 = n_0(1 - s_1) = 1500(1 - 0,0936) = 1500 - 140 = 1360 \frac{1}{\text{min}}$$

Nem kérdés, de az adatok alapján még a felvett teljesítmény is számítható:

$$P_{fel} = M \cdot \omega = M \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p} = 506 \text{ Nm} \cdot \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ Hz}}{2} = 79482,3 \text{ W} \cong 80 \text{ kW}$$

$$P_{fel} = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi$$

$$I_v \cdot \cos \varphi = \frac{P_{fel}}{\sqrt{3} \cdot U_v} = 121,54 \text{ A}$$

- 8.1 Egy háromfázisú, 10 pólusú csillagkapcsolású szinkron generátort  $600 \frac{1}{\text{min}}$  fordulatszámmal forgatunk. Az állórész fázistekercselésének a menetszáma 160, tekercselési tényező 0,958. Határozza meg a frekvenciát, a fázis- és vonali feszültségeket üresjárásban. Ismert még a pólusonkénti fluxus maximális értéke  $5,6 \cdot 10^{-2} \text{Vs}$  (az erővonal sűrűség szinuszos eloszlású)

$$f = \frac{n \cdot p}{60} = \frac{600 \frac{1}{\text{min}} \cdot 5}{60} = 50 \text{Hz}$$

$$U_f = 4,44 \cdot f \cdot \Phi_{\max} \cdot N \cdot \xi = 4,44 \cdot 50 \text{Hz} \cdot 5,6 \cdot 10^{-2} \text{Vs} \cdot 160 \cdot 0,958 = 1905,6 \text{V}$$

$$U_v = \sqrt{3} \cdot 1905,6 \text{V} = 3300 \text{V}$$

- 8.2 Egy háromfázisú csillag kapcsolású szinkron generátor  $800 \text{kW}$  hasznos teljesítményt szolgáltat. A generátor egy fázisának a reaktanciája  $3 \Omega$ , hatásos ellenállása pedig elhanyagolhatóan kis érték. A generátor a fenti teljesítményt  $2000 \text{V}$ -os kapocsfeszültségű hálózatba táplálja bizonyos nagyságú gerjesztő áram mellett. Ugyanilyen gerjesztés mellett üresjárásban a generátor kapocsfeszültségét  $2500 \text{V}$ -nak mértük. Mekkora az armatúra áram és a teljesítménytényező?

$$I_v = I_f$$

$$P_{3f} = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi = 800000 \text{W}$$

$$I_v \cdot \cos \varphi = \frac{800000 \text{W}}{\sqrt{3} \cdot 2000 \text{V}} = 230,94 \text{A}$$

$$U_a = X_{Lf} \cdot I_v \cdot \cos \varphi = 3 \Omega \cdot 230,94 \text{A} = 692,82 \text{V}$$

$$U_c = \sqrt{\left(\frac{U_p}{\sqrt{3}}\right)^2 - U_a^2} =$$

$$U_c = \sqrt{\left(\frac{2500 \text{V}}{\sqrt{3}}\right)^2 - (692,82 \text{V})^2} = 1266,2 \text{V}$$

$$U_b = U_c - \frac{U_k}{\sqrt{3}} = 1266,2 \text{V} - \frac{2000 \text{V}}{\sqrt{3}} = 111,53 \text{V}$$

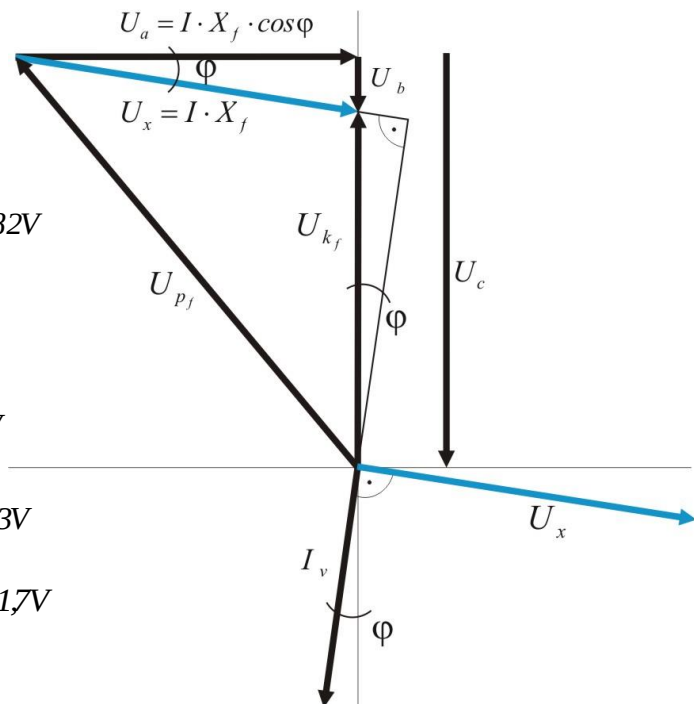
$$U_x = \sqrt{U_a^2 + U_b^2} = \sqrt{692,82^2 + 111,53^2} = 701,7 \text{V}$$

$$I_f = I_v = \frac{U_x}{X_{Lf}} = \frac{701,7 \text{V}}{3 \Omega} = 233,9 \text{A}$$

$$\cos \varphi = \frac{230,94 \text{A}}{233,9 \text{A}} = 0,988 \text{ vagy } \cos \varphi = \frac{692,8 \text{V}}{701,7 \text{V}} = 0,988 \Rightarrow \varphi = 9,14^\circ$$

A  $\delta$  terhelési szög is számítható:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{U_a}{U_c} = \frac{692,82 \text{V}}{1266,2 \text{V}} = 0,547 \Rightarrow \delta = 28,68^\circ$$



8.3 Egy háromfázisú csillag kapcsolású  $13500V$  -os szinkron generátornak a fázisonkénti szinkron reaktanciája  $30\Omega$  . (Az armatúra tekercsének hatásos ellenállását elhanyagoljuk.) A generátort  $1280kW$  teljesítményű fogyasztóval terheljük. Határozza meg a pólus feszültséget, ha

- $\cos\varphi = 0,8$  induktív
- $\cos\varphi = 1$
- $\cos\varphi = 0,8$  kapacitív

$$a) U_f = \frac{U_v}{\sqrt{3}} = \frac{13500V}{\sqrt{3}} = 7800V$$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos\varphi} = \frac{1280000W}{\sqrt{3} \cdot 13500V \cdot 0,8} = 68,5A$$

$$U_{pf}^2 = (U_k \cdot \cos\varphi)^2 + (U_k \cdot \sin\varphi + I \cdot X)^2 =$$

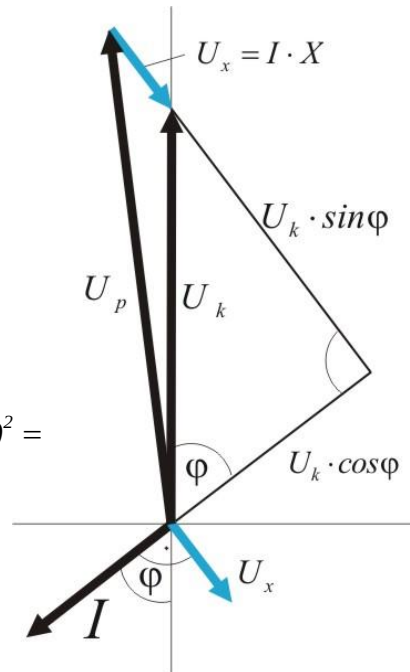
$$= (7800V \cdot 0,8)^2 + (7800V \cdot 0,6 + 68,5A \cdot 30\Omega)^2 =$$

$$= 6240^2 + (4680 + 2055)^2 = 84,2 \cdot 10^6 V^2$$

$$U_{pf} = 9180V$$

A pólusfeszültség értéke tehát:

$$U_p = \sqrt{3} \cdot 9180V = 15920V$$



$$b) I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos\varphi} = \frac{1280000W}{\sqrt{3} \cdot 13500V \cdot 1} = 54,8A$$

$$U_{pf}^2 = (U_k)^2 + (I \cdot X)^2 = (7800V)^2 + (54,8A \cdot 30\Omega)^2 =$$

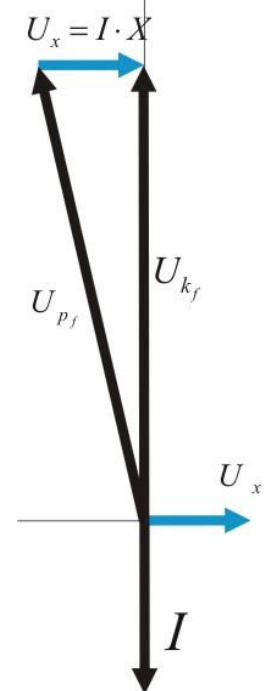
$$= 63,56 \cdot 10^6 V^2$$

$$U_{pf} = 7980V$$

$$U_p = \sqrt{3} \cdot 7980V = 13821,76V$$

A terhelési szög nagysága:

$$tg\delta = \frac{U_x}{U_{kf}} = \frac{1644V}{7800V} = 0,21 \Rightarrow \delta = 11,9^\circ$$



c) Mivel a teljesítmény tényező ugyan annyi, csak más jellegű ezért az áram értéke megegyezik az a.,) részével:  $I = 68,5A$

$$U_{pf}^2 = (U_k \cdot \cos\varphi)^2 + (U_k \cdot \sin\varphi - I \cdot X)^2 =$$

$$= (7800V \cdot 0,8)^2 + (7800V \cdot 0,6 - 68,5A \cdot 30\Omega)^2 =$$

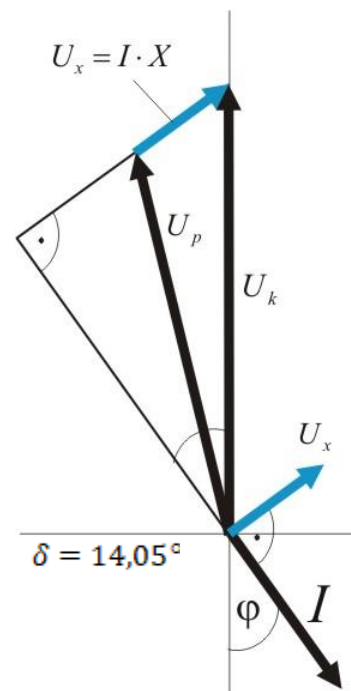
$$= 6240^2 + (4680 - 2055)^2 = 45,7 \cdot 10^6 V^2$$

$$U_{pf} = 6760V$$

$$U_p = \sqrt{3} \cdot 6760V = 11708,66V$$

A terhelési szög nagysága:

$$tg\delta = \frac{U_x \cdot \cos\varphi}{U_{kf} - U_x \cdot \sin\varphi} = \frac{1644V}{(7800 - 2055 \cdot 0,6)V} = 0,25 \Rightarrow \delta = 14,05^\circ$$



8.4 Egy háromfázisú csillagkapcsolású  $11000V$ -os szinkron motor  $60A$  áramot vesz fel. Az ellenállása elhanyagolható, a fázisonkénti szinkron reaktancia pedig  $30\Omega$ . Kiszámítandó a motor felvett teljesítménye, és a pólusfeszültség, ha a teljesítménytényező  $\cos \varphi = 0,8$  és a gép

- induktív, majd
- kapacitív fogyasztó jellegű?

$$I_v = I_f$$

$$U_f = \frac{U_v}{\sqrt{3}} = \frac{11000V}{\sqrt{3}} = U_k = 6350,85V$$

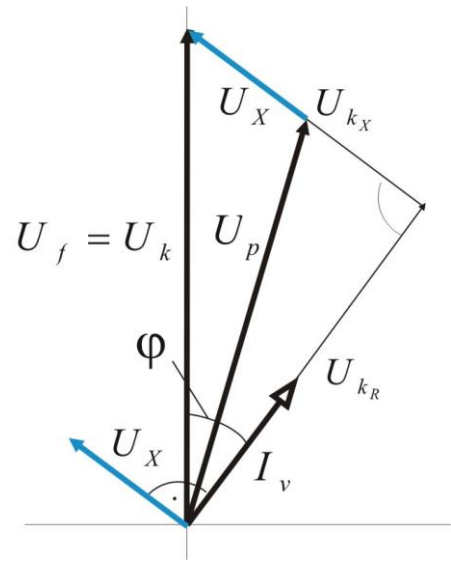
$$P_{3f} = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 11000V \cdot 60A \cdot 0,8 = 914,5kW$$

$$\cos \varphi = 0,8, \quad \sin \varphi = 0,6, \quad \varphi = 36,86^\circ$$

$$U_{k_R} = U_k \cdot \cos \varphi = 6350,85V \cdot 0,8 = 5080,8V$$

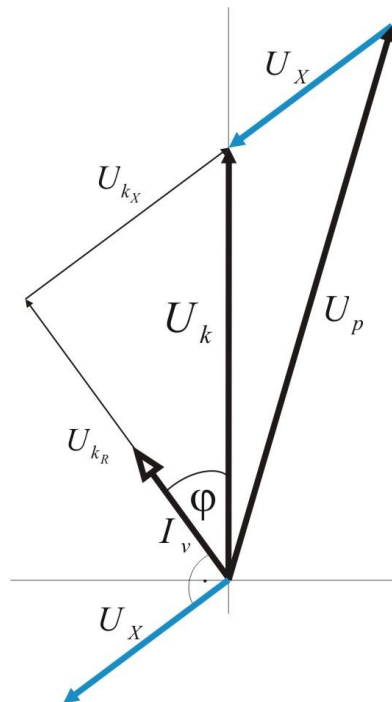
$$U_{k_X} = U_k \cdot \sin \varphi = 6350,85V \cdot 0,6 = 3810,6V$$

$$U_X = X_f \cdot I_f = 30\Omega \cdot 60A = 1800V$$



$$a) U_{pf} = \sqrt{(U_{k_X} - U_X)^2 + U_{k_R}^2} = \sqrt{(3810,6V - 1800V)^2 + (5080,8V)^2} = 5464,1V$$

$$U_p = \sqrt{3} \cdot U_{pf} = 9464V$$



$$b) U_{pf} = \sqrt{(U_{f_X} + U_X)^2 + U_{f_R}^2} = \sqrt{(3810,6V + 1800V)^2 + (5080,8V)^2} = 7569,2V$$

$$U_p = \sqrt{3} \cdot U_{pf} = 13110V$$



9.1 Nyolcpólusú egyenáramú generátor armatúráját  $400 \frac{1}{\text{min}}$  fordulatszámmal forgatjuk.

Mekkora a gép nyitott kapcsain mérhető feszültség, ha az armatúrára 960 vezeték van, a párhuzamosan kapcsolt ágak száma megegyezik a pólusszámmal, és a gép egy pólusán a fluxus  $4 \cdot 10^{-2} \text{Vs}$ .

$$p = 4(8 \text{ pólusú})$$

$$n_g = 400 \frac{1}{\text{min}}$$

$$Z = 960$$

$$\Phi = 4 \cdot 10^{-2} \text{Vs}$$

$$a = 4$$

Ismert az alábbi összefüggés, ahonnan a C konstans értékét a feladat szövege alapján meg tudjuk határozni:  $U_{ig} = C \cdot \Phi \cdot n_g$

$$U_{ig} = \frac{p}{a} \cdot Z \cdot \Phi \cdot n_g = \frac{4}{4} \cdot 960 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{400}{60} = 256 \text{V}$$

9.2 Kétpólusú, egyenáramú generátor armatúráján 400 vezeték van. A generátort  $300 \frac{1}{\text{min}}$

fordulatszámmal forgatjuk. Ekkor a gép nyitott kapcsain 200 V feszültséget mérhetünk.

Mennyi a szükséges pólusonkénti fluxus? Mekkora átlagos feszültség indukálódik a pólusok tekercseiben a gerjesztőkör kikapcsolásakor, ha a tekercsek menetszáma egyenként 1200, és a fluxus 0,1 s alatt gyengül el teljesen.

$$p = 2(2 \text{ pólusú})$$

$$n = 300 \frac{1}{\text{min}}$$

$$Z = 400$$

$$U_i = p \cdot Z \cdot \Phi \cdot n$$

$$\Phi = \frac{U_i}{p \cdot Z \cdot n} = \frac{200 \text{V}}{2 \cdot \frac{400}{1} \cdot \frac{300}{60}} = 0,1 \text{Vs}$$

$$U_i = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = 1200 \cdot \frac{0,1 \text{Vs}}{0,1 \text{s}} = 1200 \text{V}$$

9.3 A 220 V kapocsfeszültségű, 100kW-os egyenáramú söntgenerátor  $300\frac{1}{min}$  fordulattal jár.

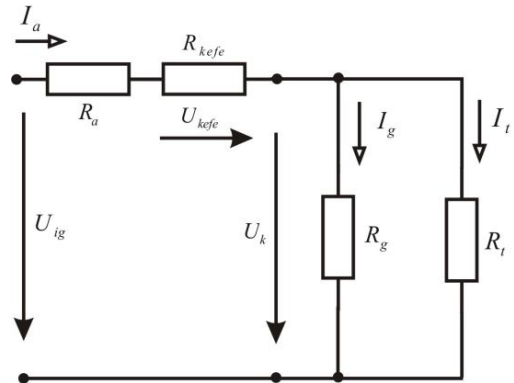
Ha a gépet motorként használjuk, bizonyos terhelés mellett a hálózatról 10kW villamos energiát vesz fel. Mennyi ekkor a motor fordulatszáma? Az armatúra ellenállása  $0,025\Omega$ , a gerjesztőkör ellenállása pedig  $60\Omega$ . A kefék mentén a feszültség esést 2V. Az armatúra reakció hatását hanyagoljuk el.

A generátort terhelő áram értéke:

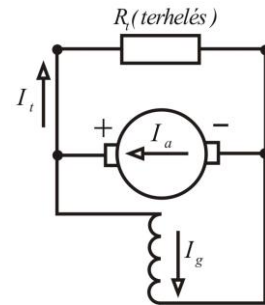
$$I_t = \frac{100.000W}{220V} = 454,54A$$

A gerjesztő áram:  $I_g = \frac{220V}{60\Omega} = 3,66A$

Az armatúra áram:  $I_a = 454,54A + 3,66A = 458,2A$



$$U_{ig} = I_a \cdot R_a + U_k + U_{kefe} = 458,2A \cdot 0,025\Omega + 220V + 2V = 233,45V$$



Motoros esetben: a 10kW-os teljesítmény felvételénél:

$$I_m = \frac{10.000W}{220V} = 45,45A$$

$$I_{am} = I_m - I_g = 45,45A - 3,66A = 41,79A$$

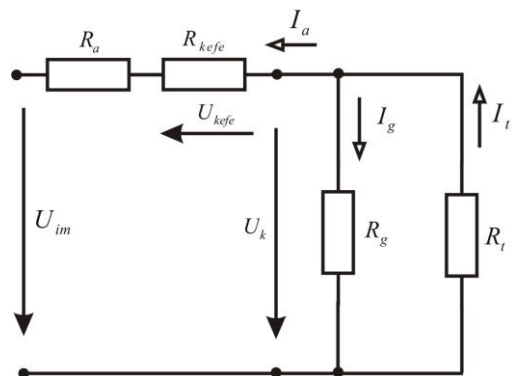
$$U_{im} = U_k - U_{kefe} - I_a \cdot R_a =$$

$$U_{im} = 220V - 2V - 41,79A \cdot 0,025\Omega = 216,95V$$

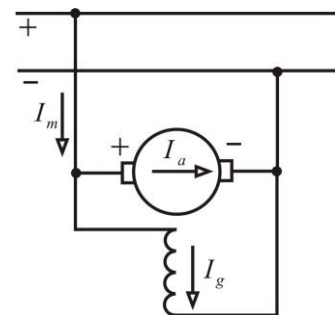
$$U_{ig} = C \cdot \Phi \cdot n_g$$

$$U_{im} = C \cdot \Phi \cdot n_m$$

$$\frac{U_{ig}}{U_{im}} = \frac{n_g}{n_m}$$



$$n_m = \frac{U_{im}}{U_{ig}} \cdot n_g = \frac{216,95V}{233,45V} \cdot 300\frac{1}{min} = 278,8\frac{1}{min}$$

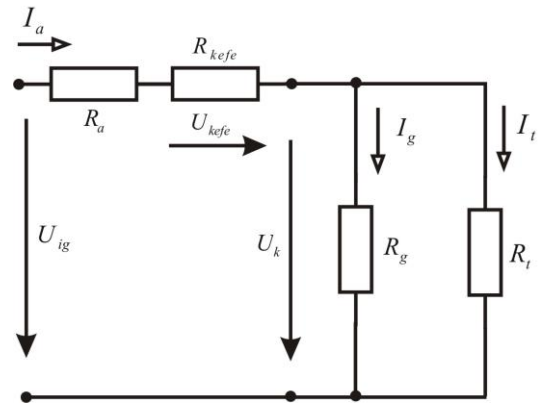


9.4 A 250V kapocsfeszültségű egyenáramú söntgenerátor  $400 \frac{1}{\text{min}}$  fordulattal forgatva 50kW hasznos teljesítményt szolgáltat. Az armatúra ellenállása  $0,02\Omega$ , a gerjesztőkör ellenállása pedig  $50\Omega$ . A kefék mentén a feszültség esést 2V. Számítsuk ki a gép fordulatszámát, ha a 250V kapocsfeszültségre kapcsolva söntmotorként használjuk, és a hálózatról 50kW energiát vesz fel. Az armatúra reakció hatását hanyagoljuk el.

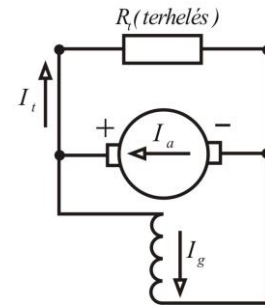
A generátort terhelő áram:  $I_t = \frac{50.000W}{250V} = 200A$

A gerjesztő áram:  $I_g = \frac{250V}{50\Omega} = 5A$

Az armatúra áram:  $I_a = 200A + 5A = 205A$



$$U_{ig} = I_a \cdot R_a + U_k + U_{kefe} = 205A \cdot 0,02\Omega + 250V + 2V = 256,1V$$



Motoros esetben: a 10kW-os teljesítmény felvételénél:

$$I_h = \frac{50.000W}{250V} = 200A$$

$$I_{am} = I_h - I_g = 200A - 5A = 195A$$

$$U_{im} = U_k - U_{kefe} - I_a \cdot R_a =$$

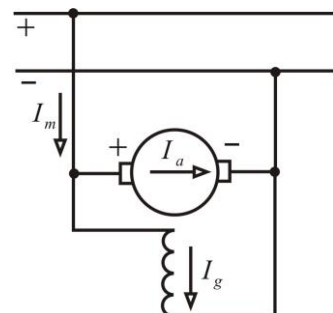
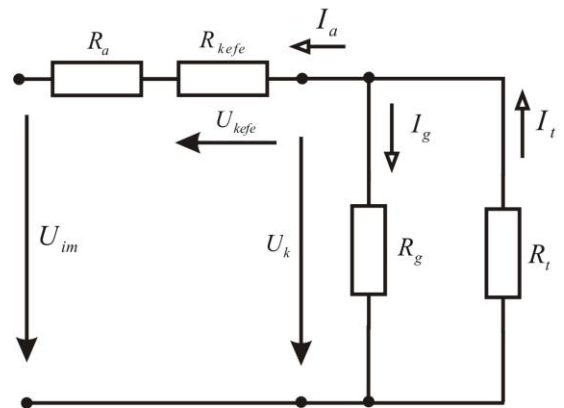
$$U_{im} = 250V - 2V - 195A \cdot 0,02\Omega = 244,1V$$

$$U_{ig} = C \cdot \Phi \cdot n_g$$

$$U_{im} = C \cdot \Phi \cdot n_m$$

$$\frac{U_{ig}}{U_{im}} = \frac{n_g}{n_m}$$

$$n_m = \frac{U_{im}}{U_{ig}} \cdot n_g = \frac{244,1V}{256,1V} \cdot 400 \frac{1}{\text{min}} = 381 \frac{1}{\text{min}}$$





- 9.5 A négyfázisú, egyenáramú söntgenerátor armatúra ellenállása  $0,1\Omega$ , gerjesztő ellenállás  $50\Omega$ . A  $100V$  kapocsfeszültségű generátor 60 db  $100V$ -os  $40W$ -os izzót táplál. Meghatározandó az armatúra áram és az indukált feszültség. A kefék mentén létrejövő feszültségesést  $2V$ -nak vehetjük.

A generátort terhelő áram értéke.

$$I_t = \frac{60 \cdot 40W}{100V} = 24A$$

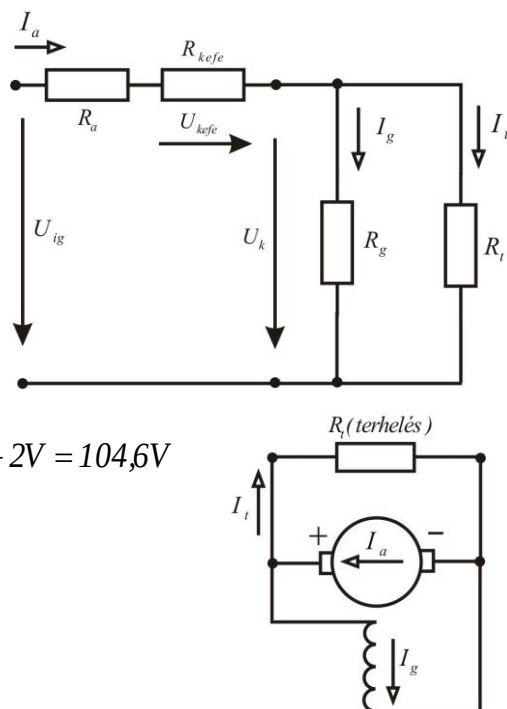
A gerjesztő áram.

$$I_g = \frac{100V}{50\Omega} = 2A$$

Az armatúra áramnak tehát,

$$I_a = 24A + 2A = 26A\text{-nek kell lennie.}$$

$$U_i = I_a \cdot R_a + U_k + U_{kefe} = 26A \cdot 0,1\Omega + 100V + 2V = 104,6V$$



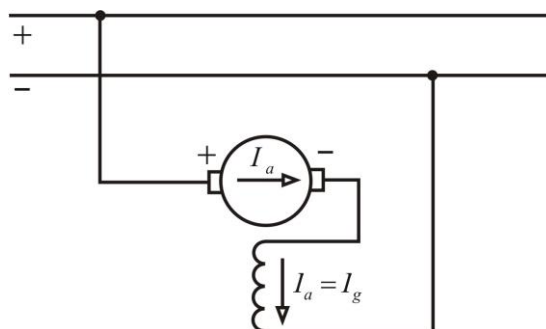
- 9.7 Egy egyenáramú soros motor teljes ellenállása  $1\Omega$ . A motort  $200V$  kapocsfeszültségre kapcsoljuk. Bizonyos terhelésnél a motor  $15A$  erősségű áramot vesz fel, fordulatszáma ekkor  $800 \frac{1}{min}$ . Mekkora lesz a motor fordulatszáma, ha ugyanolyan kapocsfeszültség mellett  $5\Omega$ -os ellenállást kapcsolunk vele sorba, és a terhelést úgy változtatjuk meg, hogy az áramerősség továbbra is  $15A$  maradjon?

$$U_{im} = U_k - I_a \cdot R_s = 200V - 15V = 185V$$

$$U_{im}^* = U_k - I_a \cdot R_s^* = 200V - 15A \cdot (1 + 5)\Omega = 110V$$

$$\boxed{U_{im}^* = C \cdot \Phi \cdot n_m^*} \quad \boxed{U_{im} = C \cdot \Phi \cdot n_m} \quad \frac{U_i^*}{U_i} = \frac{n_m^*}{n_m}$$

$$n_m^* = \frac{U_i^*}{U_i} \cdot n_m = \frac{110V}{185V} \cdot 800 \frac{1}{min} = 475,7 \frac{1}{min}$$



- 9.6 Az  $500V$ -os egyenáramú sönt motor,  $400\frac{1}{min}$  fordulatszámmal jár. Hatásfoka  $90\%$  és a tengelyen  $195Nm$  nyomatékot fejt ki. Mekkora áramot vesz fel a hálózathál?

$$P_t = M_t \cdot \omega_t = \frac{195Nm \cdot 2 \cdot \pi \cdot 400 \frac{1}{min}}{60} = 8168,14W$$

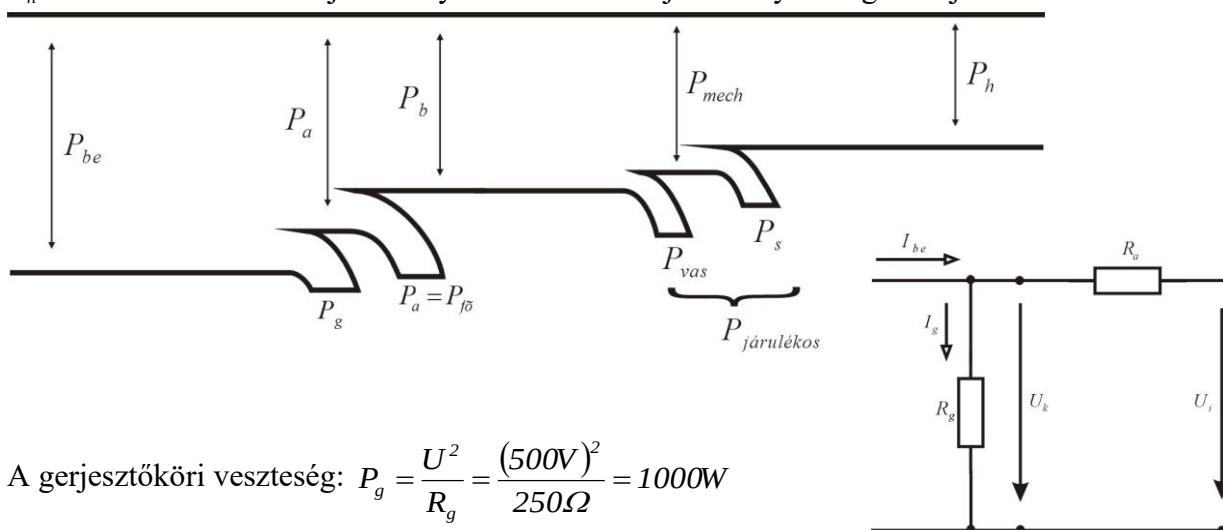
A bevezetett teljesítmény:

$$P_{be} = \frac{P_t}{\eta} = \frac{8168,14W}{0,9} = 9075W$$

$$I_{be} = \frac{P_{be}}{U} = \frac{9075W}{500V} = 18,15A$$

- 9.8 A hatpólusú,  $500V$  kapcsolási feszültségű egyenáramú söntmotor armatúra ellenállása  $0,5\Omega$ , a gerjesztőkörének ellenállása  $250\Omega$ , pólusonkénti fluxusa  $2 \cdot 10^{-2}Vs$ , fordulatszáma  $409\frac{1}{min}$ . (Az armatúrareakció mezőgyengítő hatása elhanyagolható.) Mekkora a motor leadott teljesítménye, terhelő nyomatéka és hatásfoka? Ha tudjuk, hogy a motor  $20A$  áramot vesz fel a hálózathál és a mechanikai és a vasvesztés együttes értéke  $900W$ .

$P_h = M \cdot \omega$ . A hasznos teljesítmény felírásához a teljesítmény szalagot tudjuk felhasználni.



A gerjesztőköri veszteség:  $P_g = \frac{U^2}{R_g} = \frac{(500V)^2}{250\Omega} = 1000W$

$$P_g = I_g^2 \cdot R_g \Rightarrow I_g = \sqrt{\frac{P_g}{R_g}} = \sqrt{\frac{1000W}{250\Omega}} = 2A \quad I_a = I_{be} - I_g = 20A - 2A = 18A$$

Az armatúra veszteség:  $P_a = I_a^2 \cdot R_a = (18A)^2 \cdot 0,5\Omega = 162W$

A bevezetett teljesítmény:  $P_{be} = P_g + P_a + P_{vas} + P_h \Rightarrow$

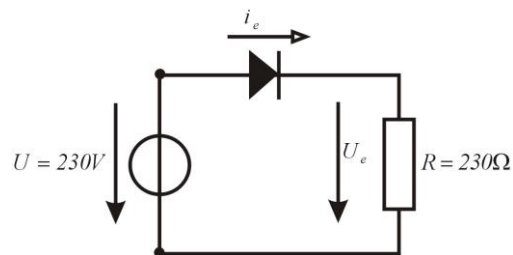
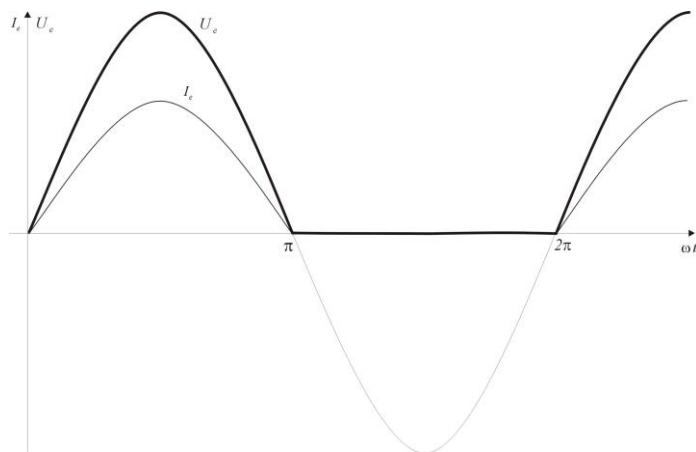
$$P_h = P_{be} - P_g + P_a + P_{vas} = 500V \cdot 20A - 1000W - 162W - 900W = 7938W$$

$$\eta = \frac{P_h}{P_{be}} \cdot 100 = \frac{7938W}{10000W} \cdot 100 = 79,4\%$$

$$M = \frac{P_h}{\omega} = \frac{P_h \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{7938W \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 409 \frac{1}{min}} = 185Nm$$

10.01 Egy 230V-os feszültségű hálózatról egyenirányítón keresztül egy  $230\Omega$ -os ellenállású fogyasztót táplálunk 1F1U1Ü diódás kapcsolással

- Rajzolja fel a kapcsolást
- Ábrázolja a terhelésre jutó feszültséget és áramot!
- Számítsa ki az egyenirányított áram és feszültség lineáris középértékét
- Számítsa ki az egyenirányított áram és feszültség effektív értékét
- Határozza meg a diódát terhelő feszültség és áram maximális értékét.



c)

$$U_e = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [-\cos(\omega t)]_{\alpha_K}^{\alpha_V} = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [\cos(\alpha_K) - \cos(\alpha_V)]$$

a példa szerint ( $p = \text{ütemszám}$ ):  $p = 1$ ,  $\alpha_K = 0^\circ$ ,  $\alpha_V = 180^\circ$

$$U_e = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 230V [\cos(0^\circ) - \cos(180^\circ)] = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 230V [1 + 1] = \frac{\sqrt{2}}{\pi} 230V = 103,5V$$

$$I_e = \frac{U_e}{R} = \frac{103,5V}{230\Omega} = 0,45A$$

d)

$$U_{eff}^2 = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} [\sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t)]^2 d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot U^2 \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} d\omega t = \frac{p \cdot U^2}{2 \cdot \pi} \left[ \omega t - \frac{\sin 2\omega t}{2} \right]_{\alpha_K}^{\alpha_V}$$

$$U_{eff}^2 = \frac{p \cdot U^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right]$$

$$U_{eff} = U \cdot \sqrt{\frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right]}$$

a példa szerint:  $p = 1$ ,  $\alpha_K = 0^\circ (0)rad$ ,  $\alpha_V = 180^\circ (\pi)rad$

$$U_{eff} = 230V \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \pi - 0 - \frac{\sin(360^\circ) - \sin(0^\circ)}{2} \right]} = \frac{1}{\sqrt{2}} 230V = 162,6V$$

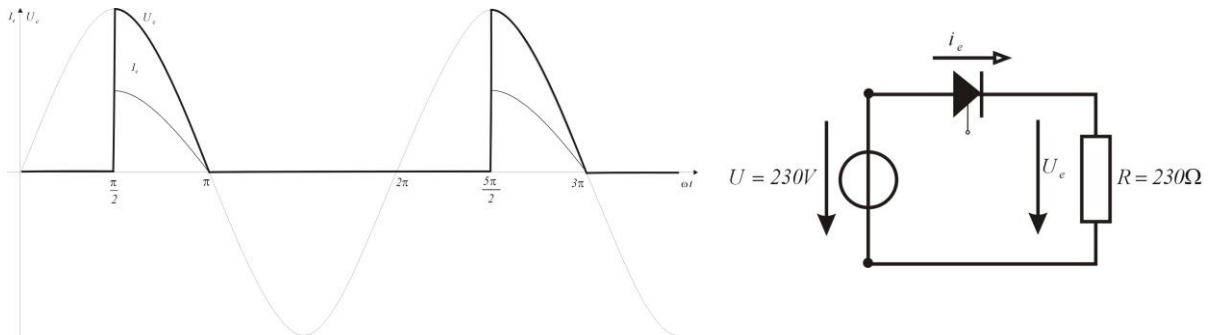
$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{162,6V}{230\Omega} = 0,709A$$

$$e) U_{Zmax} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 230V = 325,3V$$

$$I_{Zmax} = \frac{U_{Zmax}}{R} = \frac{325,3V}{230\Omega} = 1,41A$$

10.02 Egy 230V-os feszültségű hálózatról tirisztoron keresztül egy  $230\Omega$ -os ellenállású fogyasztót táplálunk 1F1U1Ü tirisztoros kapcsolással. A gyújtásszög  $\alpha = 90^\circ$ .

- Rajzolja fel a kapcsolást!
- Ábrázolja a terhelésre jutó feszültséget és áramot!
- Számítsa ki az egyenirányított áram és feszültség lineáris középértékét!
- Számítsa ki az egyenirányított áram és feszültség effektív értékét!
- Határozza meg a diódát terhelő feszültség és áram maximális értékét!



c.,)

$$U_e = \frac{P}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) d\omega t = \frac{P}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [-\cos(\omega t)]_{\alpha_K}^{\alpha_V} = \frac{P}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [\cos(\alpha_K) - \cos(\alpha_V)]$$

a példa szerint ( $p =$  ütemszám):  $p = 1$ ,  $\alpha_K = 90^\circ(\frac{\pi}{4})rad$ ,  $\alpha_V = 180^\circ(\pi)rad$

$$U_e = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 230V [\cos(90^\circ) - \cos(180^\circ)] = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 230V [0 + 1] = \frac{230V}{\sqrt{2} \cdot \pi} = 51,768V$$

$$I_e = \frac{U_e}{R} = \frac{51,768V}{230\Omega} = 0,225A$$

d.,)

$$U_{eff}^2 = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} [\sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t)]^2 d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot U^2 \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} d\omega t = \frac{p \cdot U^2}{2 \cdot \pi} \left[ \omega t - \frac{\sin 2\omega t}{2} \right]_{\alpha_K}^{\alpha_V}$$

$$U_{eff}^2 = \frac{p \cdot U^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right] = U \cdot \sqrt{\frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right]}$$

a példa szerint:  $p = 1$ ,  $\alpha_K = 90^\circ(\frac{\pi}{2})rad$ ,  $\alpha_V = 180^\circ(\pi)rad$

$$U_{eff} = 230V \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\sin(360^\circ) - \sin(180^\circ)}{2} \right]} = 115V$$

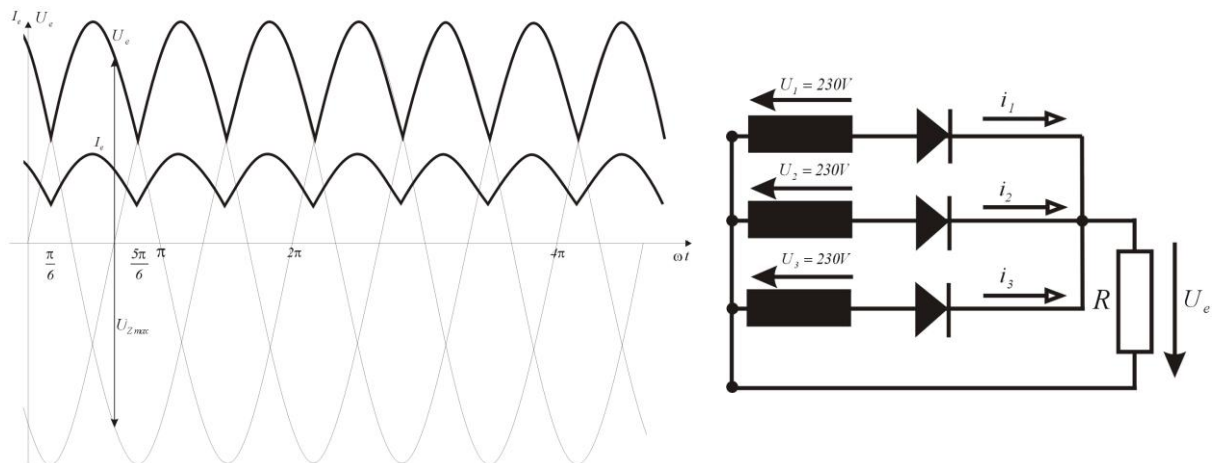
$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{115V}{230\Omega} = 0,5A$$

e.,)  $U_{Zmax} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 230V = 325,3V$

$$I_{Zmax} = \frac{U_{Zmax}}{R} = \frac{325,3V}{230\Omega} = 1,41A$$

10.03 Egy  $U_f = 230V$ -os feszültségű háromfázisú hálózatról egyenirányítón keresztül egy  $230\Omega$ -os ellenállású fogyasztót táplálunk 3F1U3Ü diódás kapcsolással

- Rajzolja fel a kapcsolást
- Ábrázolja a terhelésre jutó feszültséget és áramot!
- Számítsa ki az egyenirányított áram és feszültség lineáris középértékét
- Számítsa ki az egyenirányított áram és feszültség effektív értékét
- Határozza meg a diódát terhelő feszültség és áram maximális értékét.



c.,)

$$U_e = \frac{P}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) d\omega t = \frac{P}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [-\cos(\omega t)]_{\alpha_K}^{\alpha_V} = \frac{P}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [\cos(\alpha_K) - \cos(\alpha_V)]$$

a példa szerint ( $p = \text{ütemszám}$ ):  $p = 3$ ,  $\alpha_K = 30^\circ (\frac{\pi}{6} \text{ rad})$ ,  $\alpha_V = 150^\circ (\frac{5\pi}{6} \text{ rad})$

$$U_e = \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 230V [\cos(30^\circ) - \cos(150^\circ)] = \frac{3 \cdot 230V}{\sqrt{2} \cdot \pi} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \pi} 230V = 269V$$

$$I_e = \frac{U_e}{R} = \frac{269V}{230\Omega} = 1,169A$$

d.,)

$$U_{eff}^2 = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} [\sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t)]^2 d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot U^2 \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} d\omega t = \frac{p \cdot U^2}{2 \cdot \pi} \left[ \omega t - \frac{\sin 2\omega t}{2} \right]_{\alpha_K}^{\alpha_V}$$

$$U_{eff}^2 = \frac{p \cdot U^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right] = U \cdot \sqrt{\frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right]}$$

a példa szerint:  $p = 3$ ,  $\alpha_K = 30^\circ (\frac{\pi}{6} \text{ rad})$ ,  $\alpha_V = 150^\circ (\frac{5\pi}{6} \text{ rad})$

$$U_{eff} = 230V \cdot \sqrt{\frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \frac{5 \cdot \pi}{6} - \frac{\pi}{6} - \frac{\sin(300^\circ) - \sin(60^\circ)}{2} \right]} = \sqrt{1 + \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \pi}} \cdot 230V = 273,4V$$

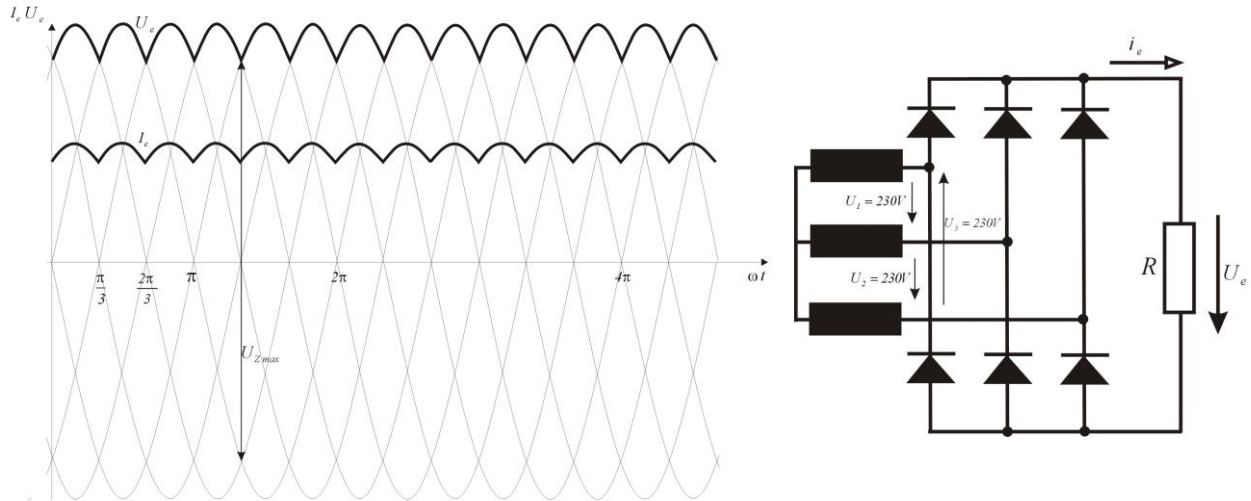
$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{273,4V}{230\Omega} = 1,19A$$

$$e.,) U_{Zmax} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U = \sqrt{6} \cdot 230V = 563,4V \quad I_{Zmax} = \frac{U_{Zmax}}{R} = \frac{230V \cdot \sqrt{2}}{230\Omega} = 1,41A$$



10.05 Egy  $U_v = 400V$ -os feszültségű háromfázisú hálózatról egyenirányítón keresztül egy  $230\Omega$ -os ellenállású fogyasztót táplálunk 3F2U6Ü diódás kapcsolással

- Rajzolja fel a kapcsolást
- Ábrázolja a terhelésre jutó feszültséget és áramot!
- Számítsa ki az egyenirányított áram és feszültség lineáris középértékét
- Számítsa ki az egyenirányított áram és feszültség effektív értékét
- Határozza meg a diódát terhelő feszültség és áram maximális értékét.



c.,)

$$U_e = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \sqrt{2} \cdot U_v \cdot \sin(\omega t) d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U_v [-\cos(\omega t)]_{\alpha_K}^{\alpha_V} = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U_v [\cos(\alpha_K) - \cos(\alpha_V)]$$

a példa szerint ( $p = \text{ütemszám}$ ):  $p = 6$ ,  $\alpha_K = 60^\circ (\frac{\pi}{3} \text{ rad})$ ,  $\alpha_V = 120^\circ (\frac{2\pi}{3} \text{ rad})$

$$U_e = \frac{6}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 400V [\cos(60^\circ) - \cos(120^\circ)] = \frac{6 \cdot \sqrt{2} \cdot 400V}{2 \cdot \pi} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right] = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} 400V = 540,18V$$

$$I_e = \frac{U_e}{R} = \frac{540,18V}{230\Omega} = 2,34A$$

d.,)

$$U_{eff}^2 = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} [\sqrt{2} \cdot U_v \cdot \sin(\omega t)]^2 d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot U_v^2 \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} d\omega t = \frac{p \cdot U_v^2}{2 \cdot \pi} \left[ \omega t - \frac{\sin 2\omega t}{2} \right]_{\alpha_K}^{\alpha_V}$$

$$U_{eff}^2 = \frac{p \cdot U_v^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right] = U_v \cdot \sqrt{\frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right]}$$

a példa szerint:  $p = 3$ ,  $\alpha_K = 60^\circ (\frac{\pi}{3} \text{ rad})$ ,  $\alpha_V = 120^\circ (\frac{2\pi}{3} \text{ rad})$

$$U_{eff} = 400V \cdot \sqrt{\frac{6}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} - \frac{\sin(240^\circ) - \sin(120^\circ)}{2} \right]} = \sqrt{1 + \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot \pi}} \cdot 400V = 540,66V$$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{540,66V}{230\Omega} = 2,35A$$

$$e.,) U_{Zmax} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U = \sqrt{6} \cdot 230V = 563,4V \quad I_{Zmax} = \frac{U_{Zmax}}{R} = \frac{400V \cdot \sqrt{2}}{230\Omega} = 2,459A$$

e) Határozza meg a diódát terhelő feszültség és áram maximális értékét.

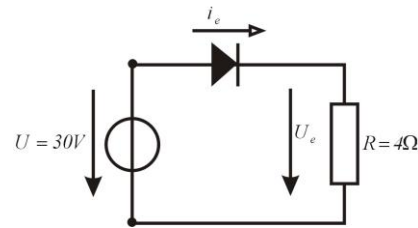
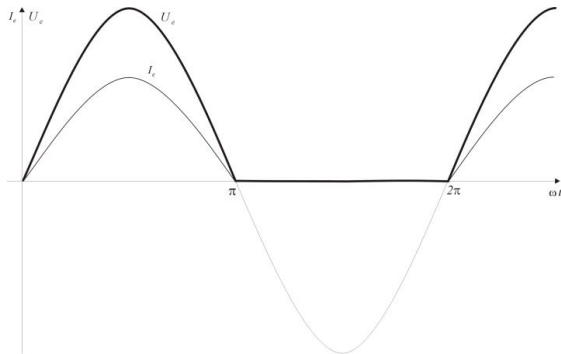


d.)

$$\text{e.) } U_{Z_{\max}} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_v \cdot \sin(150^\circ) + \sqrt{2} \cdot U_v}{2} = 424,3V \quad I_{Z_{\max}} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_v \cdot \sin(150^\circ)}{R} = 1,23A$$



10.07 Egy 30V-os váltakozó áramú feszültség forrást egy diódán keresztül egy  $4\Omega$ -os ellenállás terhel. Mekkora a feszültség és az áram lineáris középértéke, és az egyenirányított feszültség csúcsértéke? Mekkora lenne a feszültség és az áram lineáris középértéke kétutas egyenirányítás esetén?



$$U_e = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [-\cos(\omega t)]_{\alpha_K}^{\alpha_V} = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [\cos(\alpha_K) - \cos(\alpha_V)]$$

a példa szerint ( $p$  = ütemszám):  $p = 1$ ,  $\alpha_K = 0^\circ$ ,  $\alpha_V = 180^\circ$

$$U_e = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 30V [\cos(0^\circ) - \cos(180^\circ)] = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 30V [1 + 1] = \frac{\sqrt{2}}{\pi} 30V = 13,5V$$

$$I_e = \frac{U_e}{R} = \frac{13,5V}{4\Omega} = 3,37A$$

$$U_{Zmax} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 30V = 42,42V$$

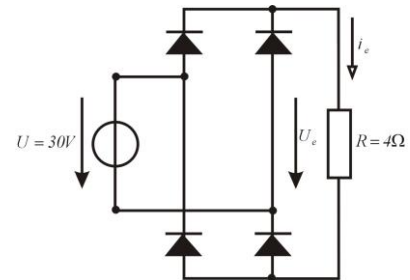
$$I_{Zmax} = \frac{U_{Zmax}}{R} = \frac{42,42V}{4\Omega} = 10,6A$$

Az utolsó kérdés 1F2U2Ü egyenirányítás esetére kérdez rá:

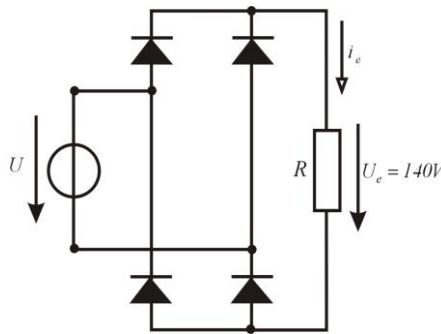
Ez esetben ( $p$  = ütemszám):  $p = 2$ ,  $\alpha_K = 0^\circ$ ,  $\alpha_V = 180^\circ$

$$U_e = \frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 30V [\cos(0^\circ) - \cos(180^\circ)] = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot 30V [1 + 1] = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} 30V = 27,009V$$

$$I_e = \frac{U_e}{R} = \frac{27V}{4\Omega} = 6,75A$$



- 10.08 Számítsa ki az egyfázisú hídkapcsolást terhelő R ellenállás értékét, ha az ellenállás sarkain a lágyvasas voltmérő 140V -ot mutat és az egyik diódával sorba kötött Deprez ampermérő 145mA -t mért?



A lágyvasas voltmérő a feszültség négyzetes középértékét méri.

$$U_{eff}^2 = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} [\sqrt{2} \cdot U_v \cdot \sin(\omega t)]^2 d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot U_v^2 \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} d\omega t = \frac{p \cdot U_v^2}{2 \cdot \pi} \left[ \omega t - \frac{\sin 2\omega t}{2} \right]_{\alpha_K}^{\alpha_V}$$

$$U_{eff}^2 = \frac{p \cdot U_v^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right] = U_v \cdot \sqrt{\frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right]}$$

Ez esetben (p = ütemszám):  $p = 2$ ,  $\alpha_K = 0^\circ$ ,  $\alpha_V = 180^\circ$

$$U_{eff} = U \cdot \sqrt{\frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \pi - 0 - \frac{\sin(0^\circ) - \sin(360^\circ)}{2} \right]} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \pi \cdot U} = 140V$$

$$U = U_{eff} = 140V$$

Mivel a Deprez ampermérő az áram lineáris középértékét méri, ezért a feszültség lineáris középértékével elosztva megkapjuk az ellenállás értékét.

$$U_e = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [-\cos(\omega t)]_{\alpha_K}^{\alpha_V} = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [\cos(\alpha_K) - \cos(\alpha_V)]$$

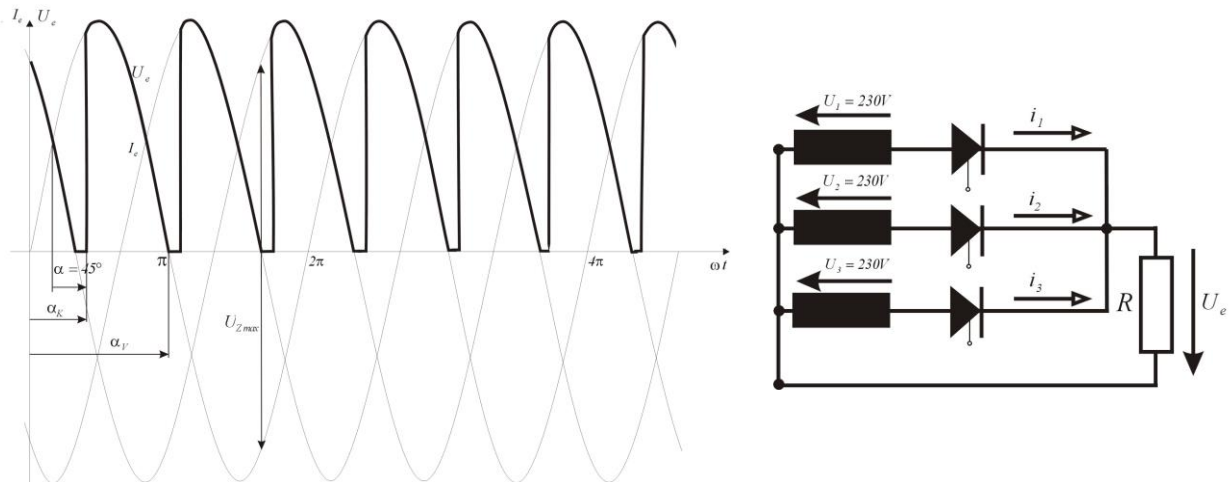
a példa szerint (p = ütemszám):  $p = 2$ ,  $\alpha_K = 0^\circ$ ,  $\alpha_V = 180^\circ$

$$U_e = \frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 140V [\cos(0^\circ) - \cos(180^\circ)] = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 140V [1 + 1] = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} 140V = 126V$$

$$R = \frac{U_e}{I_e} = \frac{126V}{145 \cdot 10^{-3} A} = 868,96 \Omega$$

10.09 Egy  $U = 400 / 230V$ -os feszültségű háromfázisú hálózathoz tirisztorokon keresztül egy  $25\Omega$ -os ellenállású fogyasztót táplálunk 3F1U3Ü tirisztoros kapcsolással. A gyújtásszög  $\alpha = 45^\circ$ .

- Rajzolja fel a kapcsolást
- Ábrázolja a fogyasztó áramának időbeni lefolyását
- Számítsa ki a fogyasztó áramának lineáris középértékét és effektív értékét
- Mekkora az egyes tirisztorokat terhelő feszültség maximális értékét.



c)

$$U_e = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [-\cos(\omega t)]_{\alpha_K}^{\alpha_V} = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U [\cos(\alpha_K) - \cos(\alpha_V)]$$

a példa szerint ( $p = \text{ütemszám}$ ):  $p = 3$ ,  $\alpha_K = 30^\circ + 45^\circ (\frac{5\pi}{12} \text{ rad})$ ,  $\alpha_V = 180^\circ (\pi \text{ rad})$

$$U_e = \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 230V [\cos(75^\circ) - \cos(180^\circ)] = \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot 230V}{2 \cdot \pi} [0,2588 + 1] = \frac{3 \cdot 1,2588}{\sqrt{2} \cdot \pi} 230V = 195,49V$$

$$I_e = \frac{U_e}{R} = \frac{195,49V}{25\Omega} = 7,819A$$

d)

$$U_{eff}^2 = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} [\sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t)]^2 d\omega t = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot U^2 \int_{\alpha_K}^{\alpha_V} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} d\omega t = \frac{p \cdot U^2}{2 \cdot \pi} \left[ \omega t - \frac{\sin 2\omega t}{2} \right]_{\alpha_K}^{\alpha_V}$$

$$U_{eff}^2 = \frac{p \cdot U^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right] = U \cdot \sqrt{\frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \alpha_V - \alpha_K - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_V) - \sin(2 \cdot \alpha_K)}{2} \right]}$$

a példa szerint:  $p = 3$ ,  $\alpha_K = 30^\circ + 45^\circ (\frac{5\pi}{12} \text{ rad})$ ,  $\alpha_V = 180^\circ (\pi \text{ rad})$

$$U_{eff} = 230V \cdot \sqrt{\frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \pi - \frac{5\pi}{12} - \frac{\sin(360^\circ) - \sin(150^\circ)}{2} \right]} = \sqrt{\frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{7\pi}{12} + 0,25 \right)} \cdot 230V = 229,35V$$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{229,35V}{25\Omega} = 9,174A$$

$$e) U_{Zmax} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U = \sqrt{6} \cdot 230V = 563,4V \quad I_{Zmax} = \frac{U_{Zmax}}{R} = \frac{230V \cdot \sqrt{2}}{25\Omega} = 22,53A$$