Fény által okozott nyomás

Intenzitás: a fény irányára merőleges egységnyi felületet egységnyi idő alatt érő energia

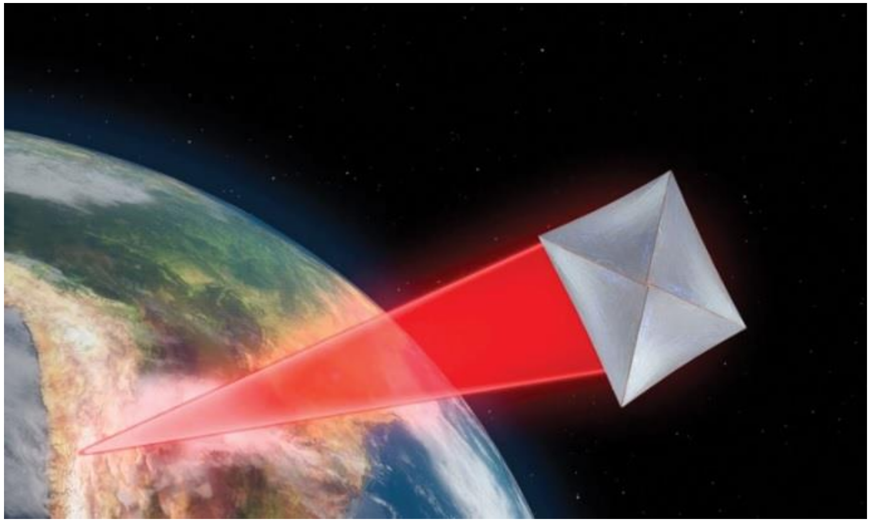
$$I = \frac{E}{tA} = \frac{Nhf}{tA} = \frac{Nhc}{tA\lambda}$$

Egyetlen foton lendületváltozásának nagysága:
- elnyelődéskor $\left|\overrightarrow{\Delta p_f}\right| = h/\lambda$
- visszaverődéskor $\left|\overrightarrow{\Delta p_f}\right| = 2h/\lambda$

A fény által kifejtett nyomás elnyelő felületre:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{\left|\overrightarrow{\Delta p}\right|/t}{A} = \frac{N\left|\overrightarrow{\Delta p_f}\right|}{tA} = \frac{Nh}{tA\lambda} = \frac{I}{c}$$

visszaverő felületnél: $p = \frac{2I}{c}$



Példa:

Egy vákuumban terjedő lézernyaláb átmérője 1,2mm, az átlagos teljesítménye pedig 5mW.

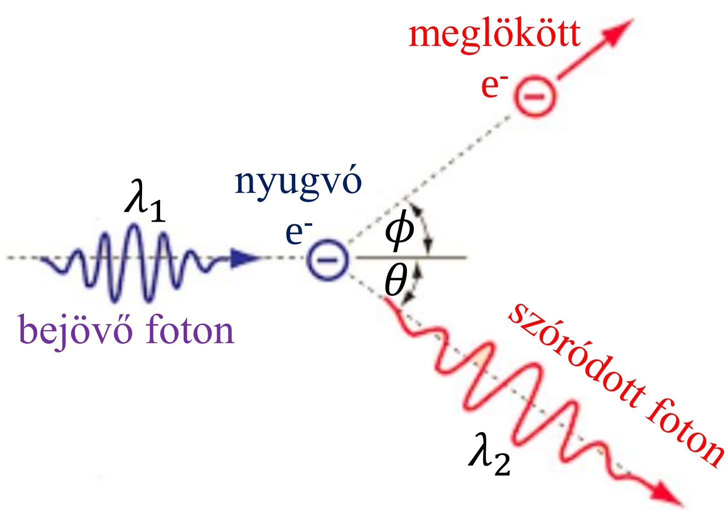
Hány 633 nm hullámhosszú fotont bocsát ki másodpercenként a lézer?

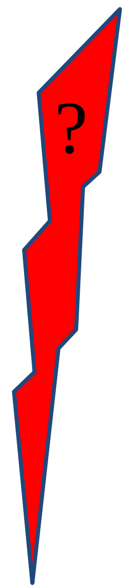
Mekkora a nyaláb intenzitása és a fény által okozott nyomás egy tökéletesen visszaverő, a fény irányára merőleges felületen?

A fény kettős természete

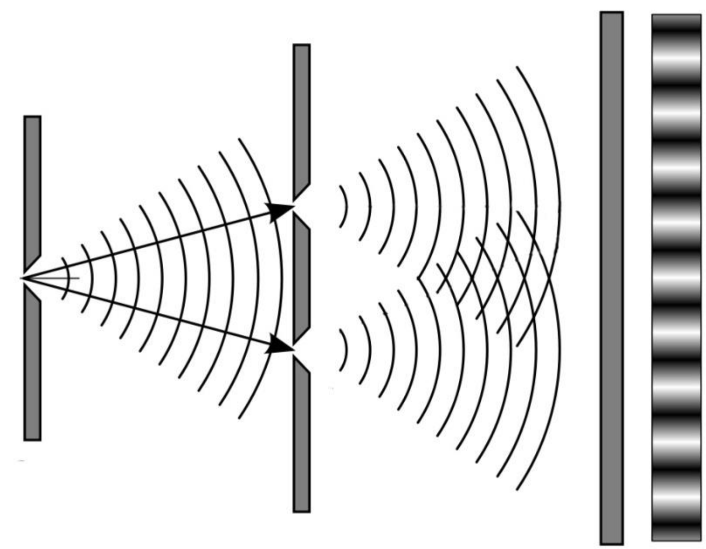
<u>Részecske-hullám kettősség:</u>
Bizonyos kísérleteknél a fény hullámtulajdonságot mutat, míg más esetekben a tapasztalatok a fotonokon alapuló részecskemodellel magyarázhatók.

A Compton-szóródás vagy fotoelektromos jelenség esetében a fotonok részecskeként viselkednek.
Vagy például a geometriai optikában sem nyilvánul meg a fény hullámtulajdonsága, csak egyenes vonalak mentén terjedő sugarakról beszélünk.





Amikor a fénysugár a hullámhosszával összemérhető résen halad keresztül, akkor elhajlást szenved, interferencia következik be. Pl. a Young-féle kétréses kísérletet elvégezve interferenciacsíkok keletkeznek (konstruktív és destruktív interferencia).



Anyagi részecskék hullámtermészete

<u>Louis de Broglie (1924):</u>
Felvetette, hogy ez a kettős természet talán az anyagi részecskékre is igaz.
Tehát a fotonokra levezetett lendület-hullámhossz és energia-frekvencia kapcsolat pl. elektronokra is érvényes:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \qquad \text{és} \qquad f = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h} \qquad \text{ahol} \qquad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Nagy sebességeknél természetesen a relativisztikus tömeggel kell számolni!

Például 150V feszültséggel felgyorsított elektronok esetén („kis” sebesség):

$$W = E_k = qU = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\mathrm{C} \cdot (-150\mathrm{V}) = 2{,}4 \cdot 10^{-17}\mathrm{J} = 0{,}5 \cdot mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{4{,}8 \cdot 10^{-17}\mathrm{J}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}}} = 7{,}26 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}024\mathrm{c}$$

tényleg „lassú”

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\mathrm{Js}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg} \cdot 7{,}26 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \underline{\underline{10^{-10}\mathrm{m}}} \longleftarrow$$

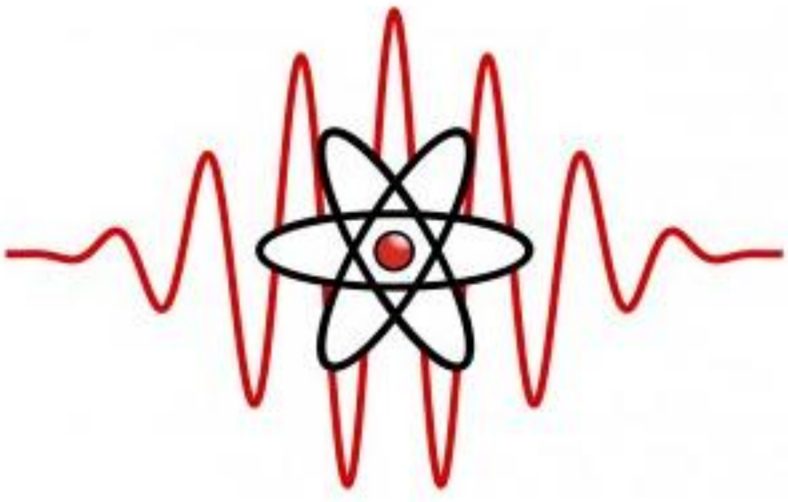
kb. 1 atom átmérője, röntgensugárzás hullámhossza!

Példa:
Számítsuk ki egy 150V feszültséggel felgyorsított proton de Broglie hullámhosszát!

Mekkora feszültséggel kellene a protont gyorsítani, hogy 0,1nm hullámhossza legyen?

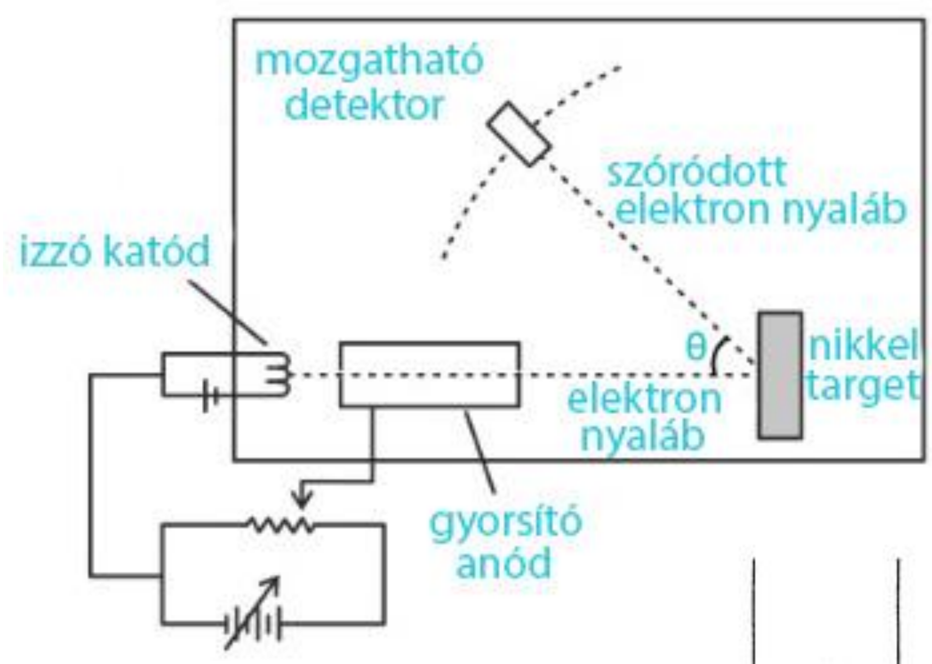
$$m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$$

Egy apró homokszem tömege kb. 0,2 μg, sebessége 0,1 mm/s.
Mekkora egy ilyen részecske de Broglie hullámhossza?

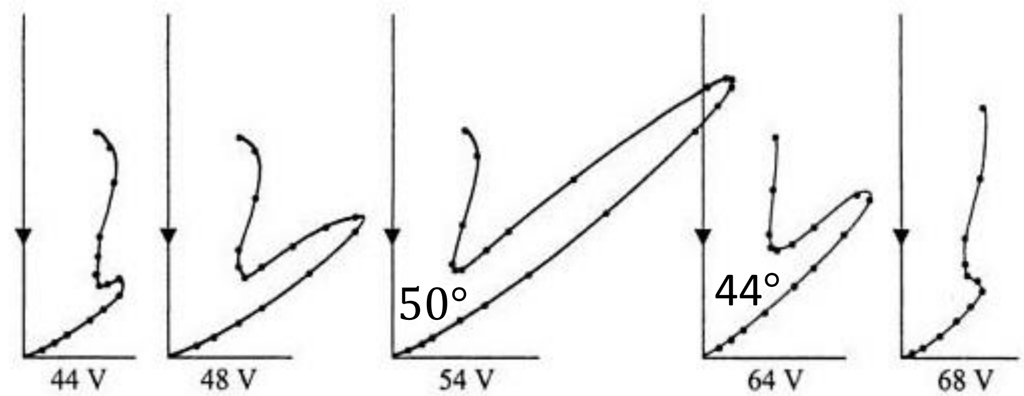


Anyaghullámok kísérleti bizonyítéka (Davisson-Germer)

Davisson-Germer kísérlet (1927):
Elektronágyúból 30-300V feszültséggel gyorsított keskeny elektronnyaláb merőlegesen elhelyezett nikkel egykristályra.
Áram mérése a szög és feszültség függvényében.



Éles maximumok bizonyos U és Θ értékre → interferencia!



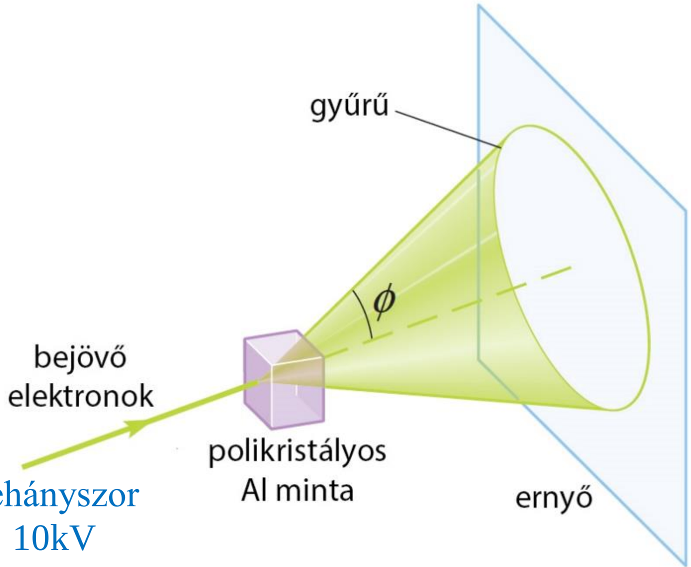
Az eredmény a röntgendiffrakcióval megegyező!
A hullámhossz helyesnek adódik!

Anyaghullámok kísérleti bizonyítéka (Thomson)

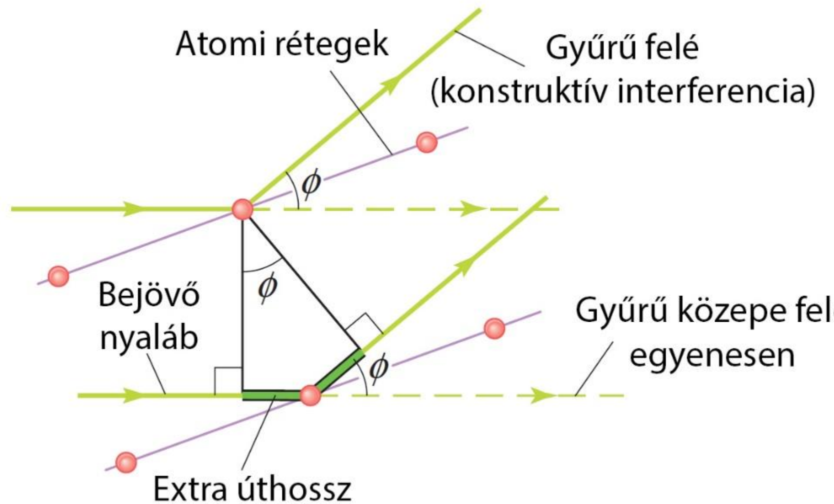
<u>G. P. Thomson (1927):</u>

Az elektront, mint elemi részecskét felfedező J. J. Thomson fia az apja által is használt katódsugárcső segítségével szintén bebizonyította az elektron hullámtulajdonságát.

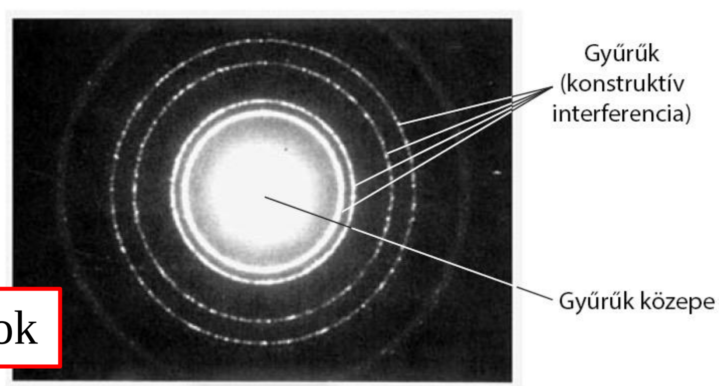
A keletkező gyűrűk ugyanolyanok, mint megegyező hullámhosszú röntgensugarak esetén!



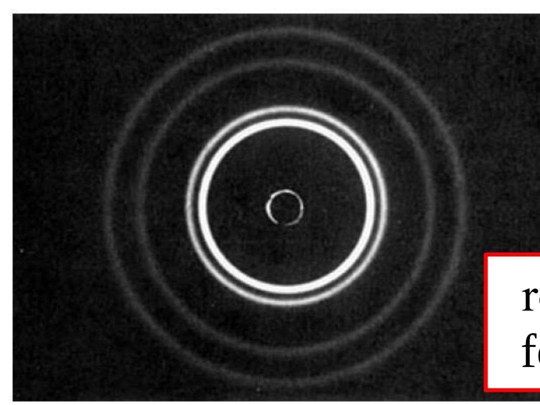
néhányszor
10kV



mágneses
térben
eltolódik!



elektronok



mágneses
térben
nem tolódik el!

röntgen
fotonok

Elektronmikroszkóp

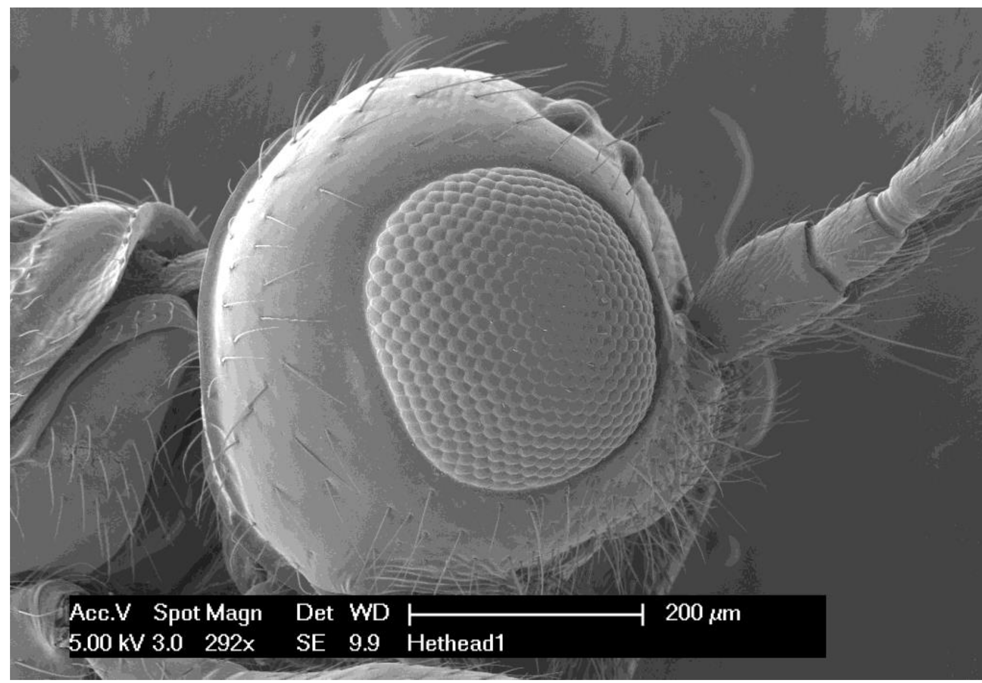
Az elektronmikroszkóp feloldóképességét az elektron de Broglie hullámhossza határozza meg. Mivel ez sokkal kisebb lehet a látható fény hullámhosszánál, így a felbontása is sokkal jobb!

$$d = \frac{\lambda}{\sin u}$$

d: két tárgypont legkisebb távolsága

u: objektív nyílásszöge

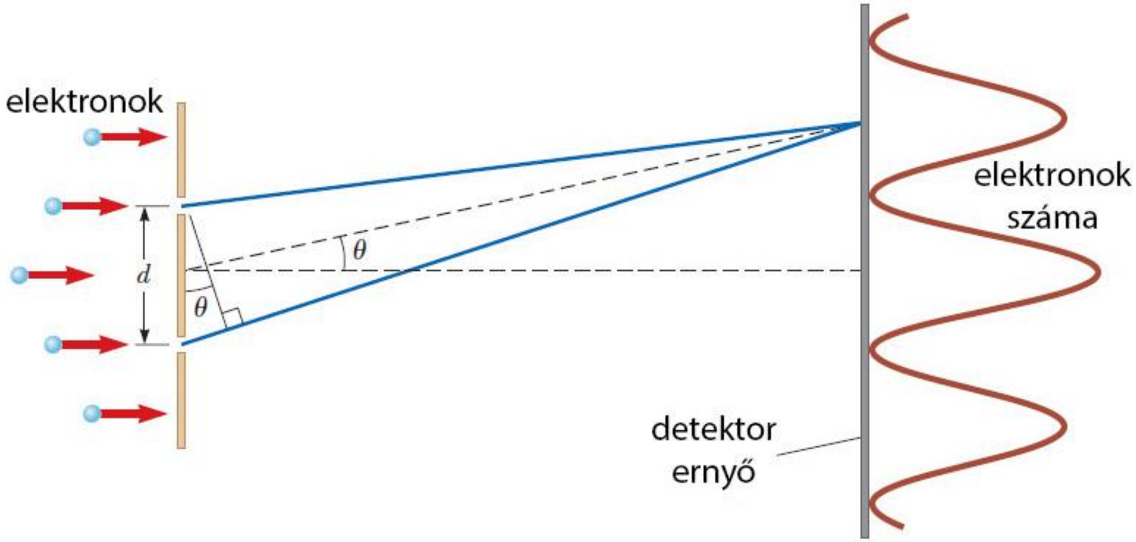
Az elektronmikroszkóp nem működhetne ha az elektron nem viselkedne hullámként!



Kétréses kísérlet részecskékkel

A részecskenyalábok esetében bekövetkező diffrakciót később protonok, neutronok, atomok és molekulák esetében is sikerült bemutatni, és a hullámhossz mindig egyezett a várakozással.

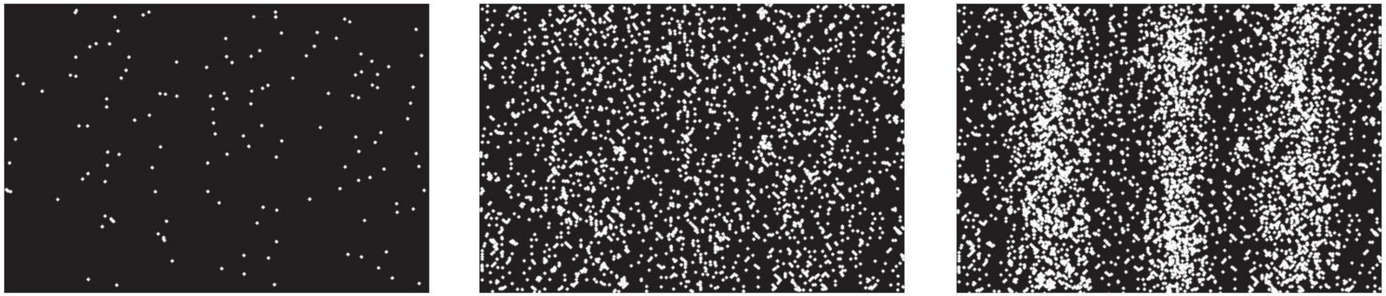
Az interferencia akkor is megjelenik, ha egyszerre 1 foton vagy 1 elektron érkezik a résekhez!



Koherens hullámok konstruktív interferenciájának (erősítés) feltétele, hogy az úthosszak különbsége a hullámhossz egész számú többszöröse legyen. Ekkor a hullámok fázisban lesznek az adott pontban:

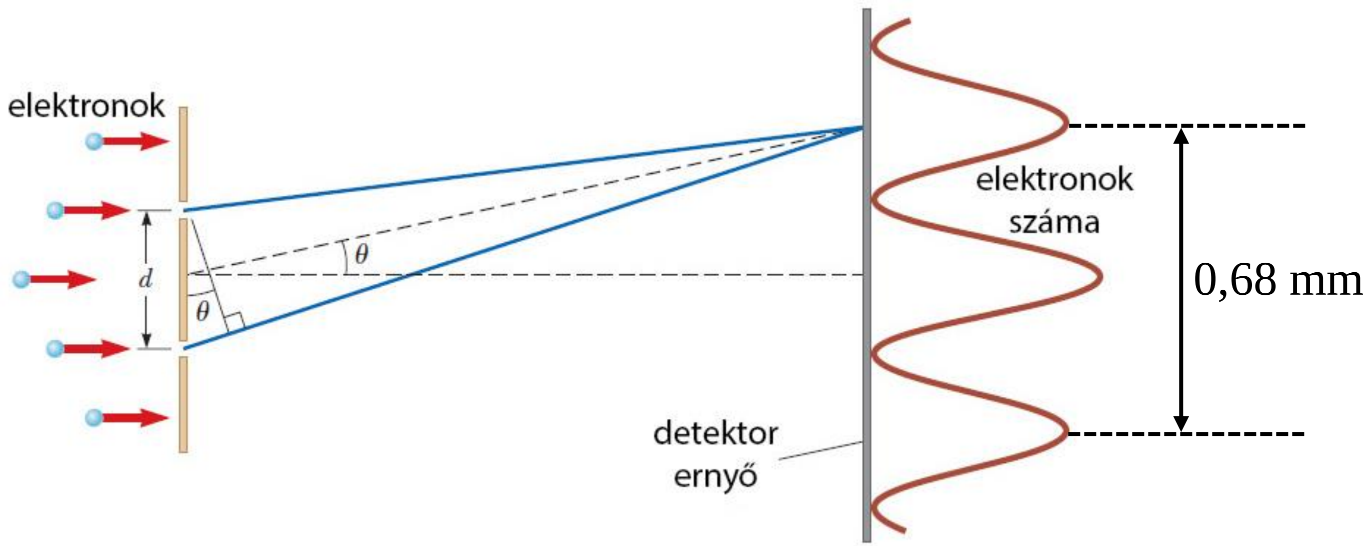
$$\boxed{d \sin\theta = n\lambda}$$

ernyőn detektált fotonok vagy elektronok



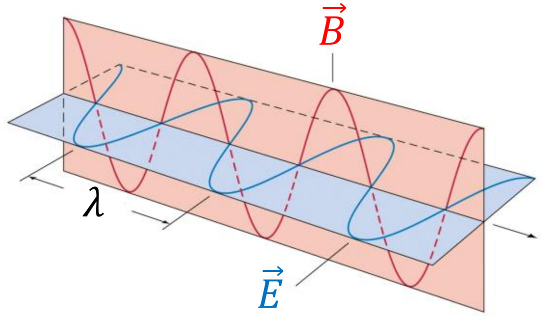
<u>Példa:</u>

Azonos energiájú elektronokból álló nyaláb esik egy kettősrésre, amelynél a rések közötti távolság 54 nm. A résektől 1,5 méterre elhelyezett képernyőn sötét és világos vonalak keletkeznek. Az első rend világos csíkjai között mért távolság 0,68 mm.
Mekkora a nyalábban lévő elektronok mozgási energiája?



A hullámfüggvény

Az elektromágneses hullám (fény, röntgensugárzás) esetén tudjuk, hogy az elektromos és mágneses tér mutat hullámtulajdonságot, mint a hely és idő függvénye.

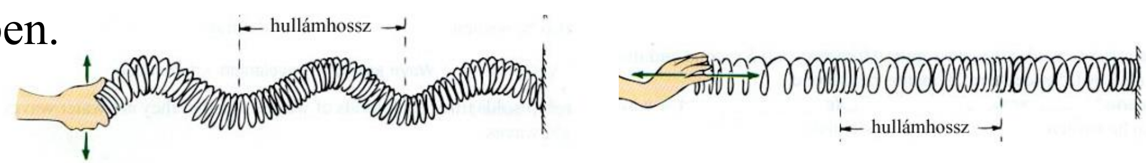


$$\Delta\vec{E} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta\vec{H} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

A hang a levegő vagy egyéb közeg nyomásának vagy a részecskék pozíciójának megváltozásaként terjed a közegben minden lehetséges irányba.

Mechanikai hullám esetében az egyensúlyi pozíciótól való kitérés nyilvánul meg zavarként a rugalmas közegben.



Anyagi részecske esetében mi lesz az a Ψ mennyiség, amelyre teljesül a hullámegyenlet?

$$\Delta\Psi - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = 0$$

ahol Ψ a hullámfüggvény (állapotfüggvény)

A hullámfüggvény fizikai jelentése

A részecske hullámtulajdonsága azt jelenti, hogy a pozícióját csak akkor tudjuk megmondani, amikor az ténylegesen kölcsönhat egy detektorral és lokalizálódik.
Ekkor a hullámtulajdonság megszűnik, és a részecske koordinátái konkrét értékeket vesznek fel. Ezt leszámítva azonban a részecske pozíciójára csak valószínűséget tudunk megadni:

Egy adott pozíció körüli dV térfogatban a részecske megtalálási valószínűsége:

$$p(dV) = |\Psi|^2 dV = \Psi^* \Psi dV \quad \text{ahol } \Psi^* \text{ a függvény komplex konjugáltja}$$

A Ψ függvény ugyanis általában komplex értékű.

Egy tetszőleges V térfogatban a részecske magtalálásának valószínűsége tehát:

$$p(V) = \int_V |\Psi|^2 \, dV$$

A részecske a teljes térben teljes bizonyossággal megtalálható, így a teljes térre kiintegrálva egységnyi valószínűséget kell kapnunk:

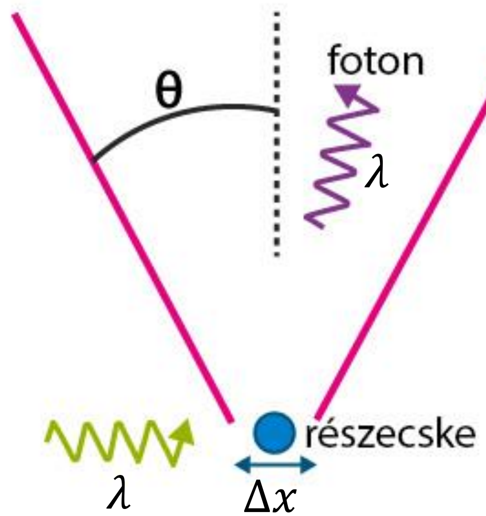
$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, y, z)|^2 \, dxdydz = 1$$

(például derékszögű Descartes koordinátarendszerben.)

Heisenberg-féle határozatlansági relációk

Egy részecske x pozícióját ha meg akarjuk határozni, akkor arról legalább 1 db szóródó fotont észlelnünk kell műszerünkkel. Ha a foton hullámhossza λ, akkor az x pozícióra:

$$\Delta x \cong \lambda$$



Rövidebb hullámhossz tehát nagyobb pontosságot eredményez a pozícióra.
A p_x lendület komponens meghatározásához szükség van a tömegre, és meg kell határozni a sebességet. Mivel a szóródó foton h/λ lendülettel rendelkezik és meglöki a részecskét, annak lendülete bizonytalan módon változik meg ennek hatására.
A lendület határozatlanságának nagyságrendje tehát: $\Delta p_x \cong h/\lambda$.

Így aztán: $\Delta x \Delta p_x \cong \lambda \cdot \dfrac{h}{\lambda} = h$ $\longrightarrow$ A mérés hibájára pontos kvantumfizikai számítással: $\Delta x \Delta p_x \geq \dfrac{h}{4\pi} = \dfrac{\hbar}{2}$

További határozatlansági relációk

Tehát a részecske x koordinátája és ugyanazon irányba vett p_x lendületkomponense elviekben sem határozható meg szimultán tetszőleges pontossággal. Ugyanez y vagy z esetén is igaz. Vannak egyéb fizikai mennyiségek is, amelyek nem határozhatók meg egyszerre:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Az energia és idő szimultán mérési hibájának következménye, hogy az atomok és atommagok gerjesztett energiaszintjei elmosódottak, ugyanis a gerjesztett állapotok véges τ ideig maradnak fenn. Az idő határozatlansága: $\Delta t \cong \tau/2$

Ezáltal az energiaszint elmosódottsága: $\Delta E \cong \dfrac{\hbar}{\tau}$

Így aztán a kibocsátott sugárzás szinképvonalai is elmosódnak, ami ezen vonalak természetes kiszélesedését okozza.

Ahogyan a lendületkomponens és a megfelelő koordináta, ugyanígy a perdületkomponens és a megfelelő szög sem mérhető szimultán tetszőleges pontossággal:

Például a z komponens esetén: $\Delta\varphi \Delta L_z \geq \dfrac{\hbar}{2}$

Az ilyen mennyiségeket kanonikusan konjugáltnak nevezzük.

Fizikai mennyiségek a kvantumfizikában

Planck feltevése, hogy az atomok energiája a szilárd anyagokban diszkrét értékeket vehet csak fel, igaznak bizonyult. Hasonlóan az elektronok energiája az atomokban szintén csak diszkrét értékű lehet.
Valójában az egyéb fizikai mennyiségekre pl. perdület szintén a kvantáltság jellemző.

Fizikai mennyiségek: folytonos függvények helyett olyan matematikai tárgyalás szükséges, amely a diszkrét értékeket természetes módon visszaadja!

<u>Heisenberg és Dirac:</u> a fizikai mennyiségekhez **operátor**okat kell rendelni.

Az operátorok függvényeken végrehajtható műveleteket jelentenek.
pl. *x*-el való szorzás vagy *x* szerinti parciális deriválás.

A fizikai mennyiséghez alkalmasan választott **operátor sajátértékei** adják meg az adott mennyiség **mérés**sel megállapítható **lehetséges értékeit**.

Mivel a sajátértékeknek valósaknak kell lenniük, csak **hermitikus** (önadjungált) operátorok jöhetnek szóba.

Általános esetben pedig az adott rendszer Ψ hullámfüggvénye (állapotfüggvénye) egy olyan komplex függvényt jelent, amely tartalmaz minden méréssel megállapítható információt.

A korrespondencia elve

A fizikai elmélet helyességét a tapasztalattal való összevetés határozza meg.
Minden elméletnek van egy bizonyos érvényességi tartománya, tehát a jelenségek egy részét a tapasztalattal egyezően írja le.
Mindig lesznek ugyanis olyan újabb jelenségek, amelyek kívül esnek ezen a tartományon.

Pl. a Newton-féle mechanika kis sebességek esetén helyesen írja le a makroszkopikus testek mozgását. Viszont ellentmondásra vezet, ha megközelítjük a vákuumbeli fénysebességet.
A relativisztikus mechanika ilyen mozgásokra is helyes, és $v \ll c$ határesetben visszaadja a Newton-féle mechanikát.

A mikrovilág törvényei eltérnek az eddigiektől, pl. kötött részecskék energiája, perdülete csak diszkrét értékeket vehet fel. Az EM sugárzás energiája kvantált. Stb. Itt sem a klasszikus mechanika, sem az elektrodinamika nem alkalmazható.

Határesetben azonban a kvantumfizika törvényeinek is tartalmazniuk kell a klasszikus fizika törvényeit. Ez nagy kvantumszámok esetén következik be, hiszen akkor pl. az energiára:

$$\frac{hf}{n \cdot hf} \ll 1 \qquad \text{elenyésző lépésköz}$$

Emellett, ha nagyszámú részecske alkotja a rendszert (makroszkopikus test), akkor a közöttük fellépő kölcsönhatás lokalizálja a kollektív pozíciókat a test egészére.

Házi feladat 4:

1. A reaktorban lévő lassú neutron mozgási energiája 0,02 eV. A neutron nyugalmi energiája 940 MeV. Mekkora a neutron de Broglie hullámhossza?

2. Egy elektronágyúból 100kV feszültséggel gyorsított enyhén relativisztikus elektronok érkeznek egy lemezhez, amelyen két apró rés van egymástól 10 nm távolságban. Milyen messzire kell helyezni a fluoreszkáló ernyőt a lemez mögé, ha azt szeretnénk, hogy a nulladik rend fényes csíkja és az első elhajlási rend fényes csíkja között 1 mm távolság legyen?