A modern fizika születése

Lord Kelvin a 19. század végén azt mondta, hogy a fizika egy befejezett tudomány:

„Nincsen olyan probléma, amit a tudomány ne tudna megoldani. A fizika egy befejezett tudomány, elméleteink olyan jól működnek, hogy biztosan helyesek. Talán két picike felhő van a tiszta kék égen."

Ezek a felhőcskék (fény terjedése és a hőmérsékleti sugárzás) azonban alapjaiban rengették meg a fizikát, és két új elmélet megalkotásához vezettek:

- Relativitáselmélet (speciális és általános)

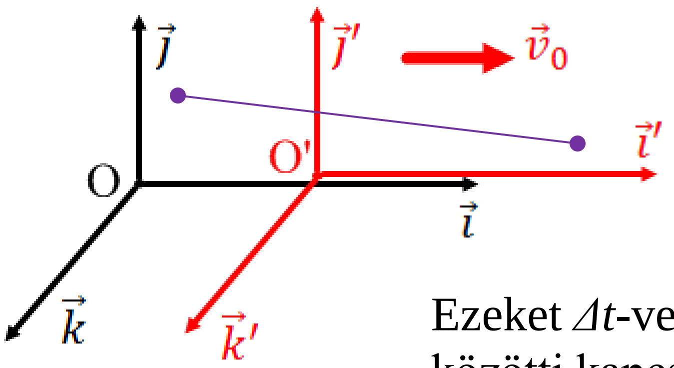
- Kvantum fizika

Ezáltal a 20. század eleje egyben a modern fizika kezdetét is jelentette.

A Galilei-féle relativitási elv

Bármely két egymáshoz képest **állandó** sebességgel mozgó vonatkoztatási rendszerben a **mechanikai jelenségek** ugyanúgy mennek végbe.
Pl. a rázkódástól eltekintve nem érezzük, hogy mozog-e a vonat, ha állandó sebességgel halad. A leejtett pénzérme ugyanúgy függőlegesen egyenletesen gyorsulva esik.
Az ilyen vonatkoztatási rendszerek közül tehát egyik sincs kitüntetve, nincsen egy abszolút nyugvó vonatkoztatási rendszer.

Egymáshoz képest mozgó rendszerek közötti kapcsolat:
Mozogjon a *K'* rendszer a *K*-hoz képest a pozitív *x* irányba **állandó** v_0 sebességgel.



Egy Δt idő alatt az origók közötti távolság: $\overline{OO'} = v_0 \Delta t$
Tehát a mért koordinátakülönbségek *K'*-ben:

$$\Delta x' = \Delta x - v_0 \Delta t$$
$$\Delta y' = \Delta y$$
$$\Delta z' = \Delta z$$

Továbbá: $\Delta t' = \Delta t$ (órák szinkronban)

Ezeket Δt-vel (ill. Δt') osztva megkapjuk a sebességek közötti kapcsolatot (lila vonal egy mozgó test pályadarabja):

$$v_x' = v_x - v_0$$
$$v_y' = v_y$$
$$v_z' = v_z$$

Példa:

Egy hajó v_h=20km/h sebességgel halad kelet felé. A raktérben egy patkány a hajóhoz képest északkeleti irányban szalad v_p=15km/h sebességgel. Mekkora a patkány sebessége a Földhöz képest és milyen szöget zár be a keleti iránnyal?

A fény terjedési sebessége

A Maxwell-egyenleteket egy *K* vonatkoztatási rendszerben felírva kapjuk a homogén hullámegyenletet:

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = 0$$

Összevetve az általános hullámegyenlettel, a terjedési sebességre kapjuk:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Kérdés: Mihez képest kell mérni ezt a sebességet elektromágneses hullám (fény) esetén? A közeghez képest, amiben a fény terjed?

Na de mi a helyzet a vákuumban terjedő fény esetén?! $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Javaslat: Létezik egy mindent kitöltő hipotetikus közeg („**éter**”), amely az elektromágneses hullámok terjedéséhez biztosítja a „rugalmas” közeget, amiben a hullám terjedhet.

Ez azt jelentené, hogy az elektromágneses jelenségek segítségével ki lehetne választani egy kitüntetett (abszolút nyugalomban lévő) vonatkoztatási rendszert.
Ez a kitüntetett rendszer az éterhez lenne rögzítve, és ehhez képest terjedne *c* sebességgel az elektromágneses hullám (fény).

A fény terjedése mozgó rendszerben vizsgálva

Az origóból induló fényvillanás Δt idő alatt $c\Delta t$ sugarú gömbfelületet ér el a *K* rendszerben nézve (éterhez képest nyugvó rendszer): $\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = c^2 \Delta t^2$

vagyis $c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = 0$

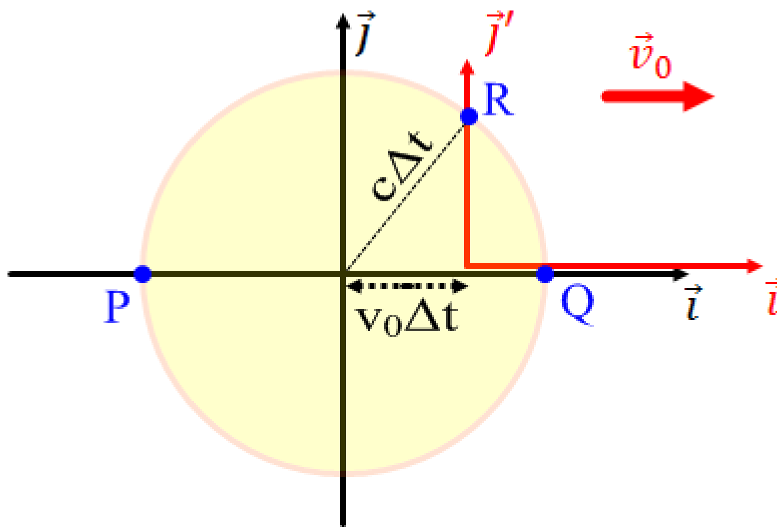
Tehát a P, Q, és R pontok mind $c\Delta t$ távolságra vannak az origótól *K*-ban mérve.

Ugyanezek a távolságok a *K*' rendszerben:

$$l_P = c\Delta t + v_0 \Delta t = (c + v_0)\Delta t$$

$$l_Q = c\Delta t - v_0 \Delta t = (c - v_0)\Delta t$$

$$l_R = \sqrt{c^2\Delta t^2 - {v_0}^2 \Delta t^2} = \sqrt{c^2 - {v_0}^2}\,\Delta t$$



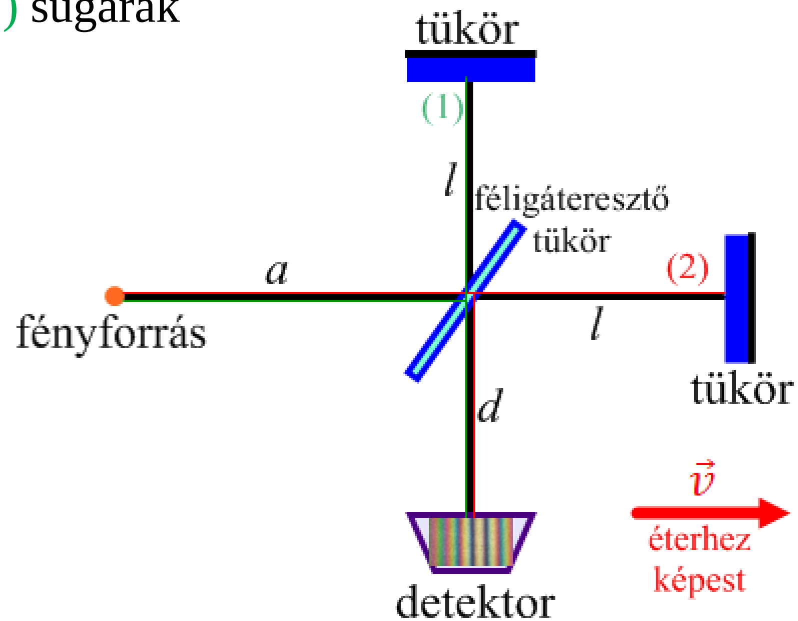
Tehát a különböző irányokra a fény sebessége különbözőnek adódik a mozgó rendszerben: (az irányokat a P, Q, R pontokkal jelölve)

$$c'_P = \frac{l_P}{\Delta t} = c + v_0 \qquad c'_Q = \frac{l_Q}{\Delta t} = c - v_0 \qquad c'_R = \frac{l_R}{\Delta t} = \sqrt{c^2 - {v_0}^2}$$

Ez elviekben lehetőséget ad arra, hogy az éterhez viszonyított mozgásunk sebességét meghatározzuk.

A Michelson-féle kísérlet

A kísérlet célja a Föld éterhez viszonyított sebességének meghatározása volt.
A féligáteresztő tükrön átjutó (2) és visszaverődő (1) sugarak a detektoron interferenciacsíkokat hoznak létre.
A kétféle út időkülönbségét meghatározva:



$$t_1 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{2l}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$t_2 = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = \frac{l(c+v) + l(c-v)}{(c-v)(c+v)} =$$

$$= \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l/c}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{2l}{c}\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 \approx \frac{2l}{c}\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} = \frac{lv^2}{c^3}$$

Ha 90 fokkal elforgatjuk az interferométert, akkor a karok szerepe felcserélődik: $\Delta t^* = t_2 - t_1 = -\frac{lv^2}{c^3}$

Tehát a csíkok helyzete eltolódik emiatt.

Semmiféle eltolódást nem észleltek!

Napjainkban 3 m/s éterhez viszonyított sebesség kimutatható lenne, de az eredmény negatív.

Tehát: **nincs éter**, a fény minden vonatkoztatási rendszerben, minden irányban c-vel terjed.

Speciális relativitás elve: Egymáshoz képest állandó sebességgel mozgó vonatkoztatási rendszerek a fizika törvényei szempontjából egyenértékűek. Egyenletek hasonló alakúak.

Lorentz transzformáció

A Michelson-féle kísérlet negatív eredménye arra utal, hogy elektromágneses jelenségek segítségével sem tudunk különbséget tenni egymáshoz képest állandó sebességgel mozgó rendszerek között.
Mivel a fényhullám fázisa *K*-ban és *K*'-ben is *c* sebességgel táguló gömbfelület:

$$c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = 0$$
$$c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = 0$$

A fény mozgására nem lehet érvényes a sebesség-összeadás Galileo-féle módja, az csak lassan mozgó (fényhez képest) vonatkoztatási rendszerekre érvényes közelítés.
Einstein: **Adjuk fel a $\Delta t = \Delta t'$ megkötést.** Ahogyan nem beszélhetünk abszolút térről, úgy nem beszélhetünk abszolút időről sem.

Keressük azt a transzformációs szabályt amely összeköti a $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$ és a $\Delta x', \Delta y', \Delta z', \Delta t'$ koordináta- és idő különbségeket!

Feltételek:

1. Egyik rendszerben egyidejű és egyhelyű események a másik rendszerben is egyhelyűek és egyidejűek legyenek. Ha $\Delta t = \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0$, akkor $\Delta t' = \Delta x' = \Delta y' = \Delta z' = 0$.
2. A *K* mennyiségeit a *K*'-be hasonló alakú függvény transzformálja, mint a *K*' mennyiségeit a *K*-ba (egyik sem kitüntetett). A transzformáció lineáris.
3. A $v << c$ határesetben kapjuk vissza Galilei-féle transzformációt.
4. A fénysebesség a vonatkoztatási rendszerekben ugyanannyinak adódjék.

A Lorentz transzformáció képletei

Mozogjon a *K*' rendszer a *K*-hoz képest a pozitív *x* tengely irányába állandó *v* sebességgel. A transzformációt a következő általános alakba írhatjuk:

$$\Delta x' = \xi_x \Delta x + \xi_t \Delta t \qquad \Delta t' = \tau_x \Delta x + \tau_t \Delta t \qquad \Delta y' = \kappa \Delta y \qquad \Delta z' = \kappa \Delta z$$

ahol $\xi_x, \xi_t, \tau_x, \tau_t,$ és κ a koordinátáktól független, csak a *v* sebességtől függő faktorok.

O' ($\Delta x' = 0$) *K*-beli sebessége *v*, tehát: $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = -\dfrac{\xi_t}{\xi_x} \rightarrow \quad \xi_t = -v\xi_x = -v\xi$

Ezt felhasználva $\Delta x'$-re: $\Delta x' = \xi(\Delta x - v\Delta t)$

Mivel a hullám mindkét rendszerben ugyanazzal a c sebességgel terjed:

$$c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2$$

A transzformációs képleteket beírva és összegyűjtve az azonos tagokat, kapunk négy egyenletet ξ-re, τ_x-re, τ_t-re, és κ-ra. Ezekből:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tau_t \qquad \kappa = 1 \qquad \tau_x = -\frac{\xi v}{c^2}$$

Tehát a transzformációs képletek:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \Delta y' = \Delta y; \quad \Delta z' = \Delta z; \quad \Delta t' = \frac{\Delta t - v\Delta x/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Ha a vesszőtlen mennyiségeket akarjuk kifejezni, akkor *v* helyett –*v*-t kell írni mindenhová.

Egyidejűség relativitása

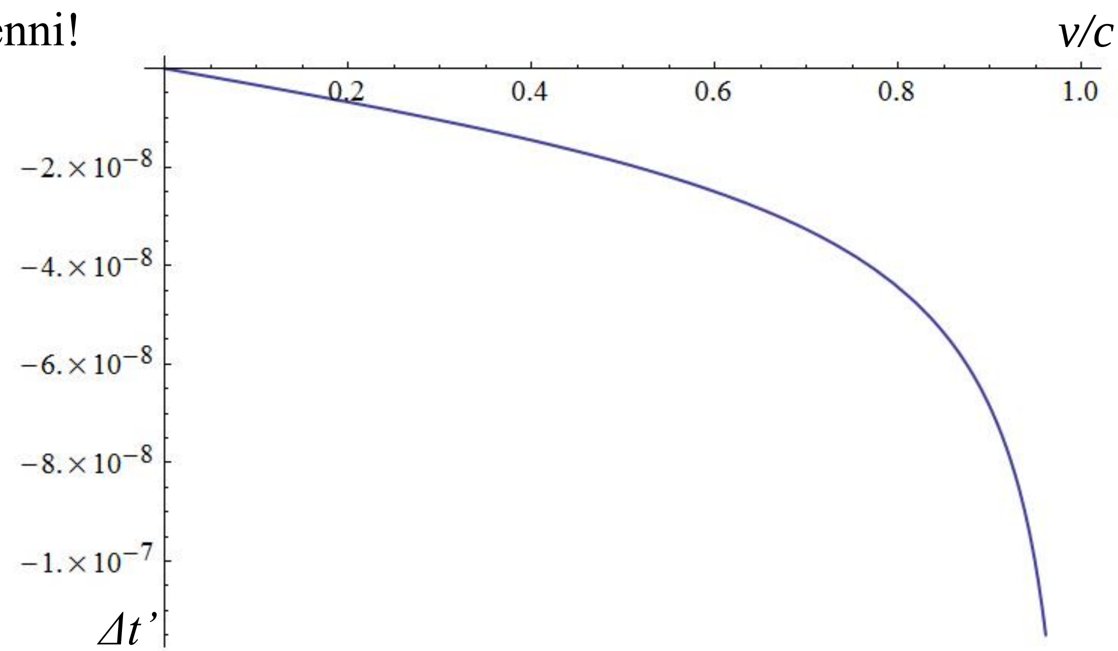
Történjen két esemény (a *K* rendszerben megfigyelve) különböző helyeken ($\Delta x \neq 0$), de azonos időben ($\Delta t = 0$).

Ekkor a két esemény közötti időkülönbség a *K*' rendszerből megfigyelve:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - v\Delta x/c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{\frac{v\Delta x}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \neq 0$$

Tehát a *K*-hoz képest *v* sebességgel mozgó megfigyelő számára (*K*'-ben nyugvó) a két esemény nem fog egy időben történni!

Például:
Ha Δx = 10 m és v = 0,9c
akkor az időkülönbség kb. 70 ns.



Idődilatáció

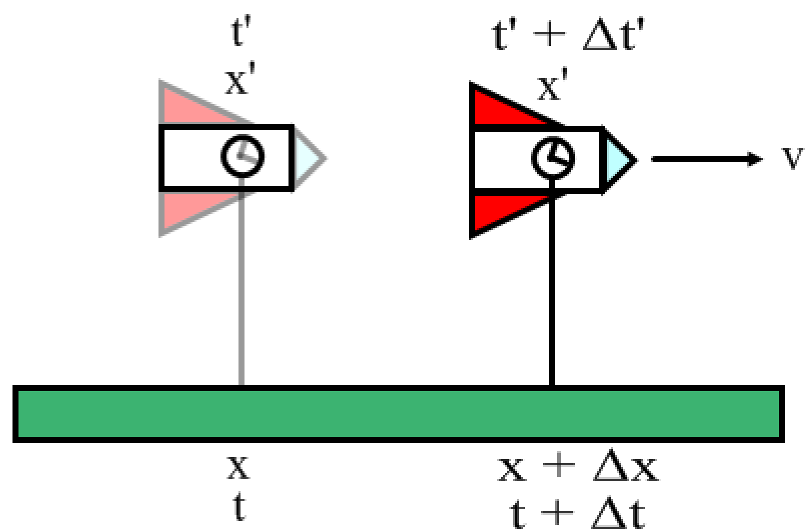
Ha egy állandó *v* sebességű óra áthalad egy ponton, majd egy *Δt* idő múlva (*K*-ban mérve) áthalad egy *Δx* távolságban lévő másik ponton, akkor ezt az időt a mozgó óra különbözőnek méri.

Rögzítsük a *K*’ rendszert a mozgó órához, tehát *Δx*’ = 0.

A *K*-ban mért időt kifejezve a mozgó óra idejével: $\Delta t = \dfrac{\Delta t' + v\Delta x'/c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{\Delta t'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

Tehát a mozgó óra rövidebb időt (sajátidő) mutat a távolság megtételéhez szükséges időre, mint a nyugvó óra.

<u>Kísérleti bizonyíték:</u>
A kozmikus sugárzás miatt kb. 100 km-es magasságban μ-mezonok keletkeznek, melyek felezési ideje 2,2 μs. 100 km megtétele még fénysebességgel haladva is 0,333 ms-ig tart. A mezonok tengerszinten való észlelése ezért bizonyítja az idődilatációt.



Példa:

Két ikertestvér közül az egyik űrutazásra indul. Az utazás során $4c/5$ nagyságú állandó sebességgel 20 fényévnyire távolodik el, majd megfordul és ugyanilyen nagyságú sebességgel utazva visszatér. Mennyivel lesz fiatalabb testvérénél visszaérkezéskor?

Példa:

A Föld légkörének részecskéivel ütköző nagyenergiájú kozmikus részecskék hatására μ-mezonok keletkeznek kb. 100 km-es magasságban. Ezek a részecskék nagyon gyorsan elbomlanak (felezési idejük körülbelül 2 μs), ezért még fénysebességgel haladva sem lenne elég idejük ahhoz, hogy elérjék a Föld felszínét. A részecskéket mégis észlelik a felszínen, amely tény bizonyítékot szolgáltat a relativisztikus idő dilatáció jelenségére. A fény sebességének hány százalékával kell a μ-mezonnak haladnia a földi megfigyelőhöz képest, hogy a 100 km-es utat a saját rendszerében mérve éppen 2 μs idő alatt tegye meg? (Így a keletkező μ-mezonok fele még eléri a felszínt)

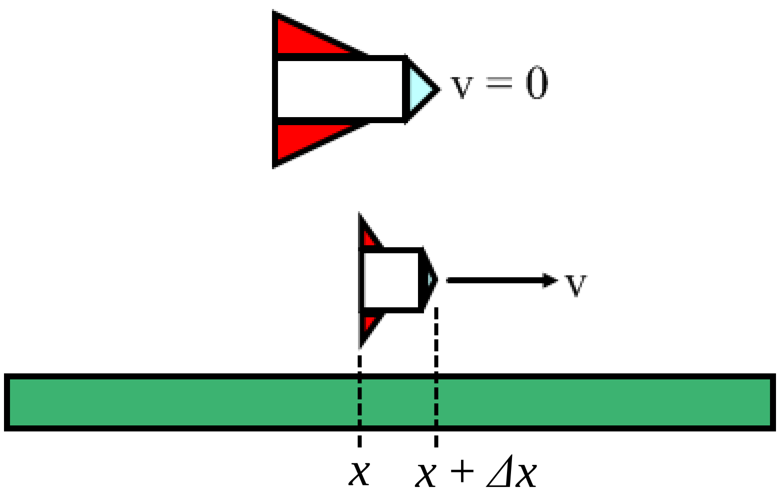
Hosszúságkontrakció

A v sebességgel mozgó K' rendszerben x irányban nyugszik egy merev rúd. A rúd kezdő és végpontja $\Delta x'$ távolságra van egymástól (a rúd hossza: L_0).

Ha a rúd hosszát K-ban akarjuk megmérni, akkor meg kell határozni a Δx távolságot, úgy, hogy a rúd eleje az $x + \Delta x$ helyen, a vége pedig az x helyen halad át ugyanabban az időben, tehát $\Delta t = 0$.

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Látható, hogy a rúd látszólagos hossza ($\Delta x = L$) kisebb, mint a nyugalmi hossz ($\Delta x' = L_0$)



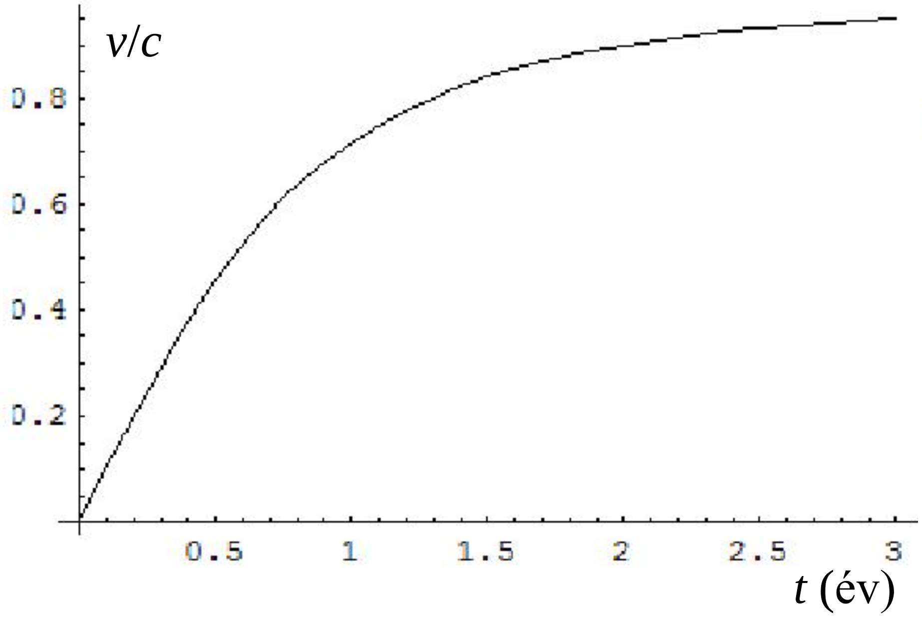
<u>Példa:</u>
Egy d_0 nyugalmi hosszúságú hídhoz egyenes pályán egy vonat érkezik. A vonat nyugalmi hossza $l_0 = 2d_0$. A híd két végén meszelővel áll egy-egy ember. A híd rendszeréből nézve egyszerre tesznek pöttyöt a vonat elejére és végére.
Mekkora a vonat sebessége?
Mennyi idő telik el a vonat elejének és végének bemeszelése között a vonat rendszerében?
Legyen $d_0 = 250$ m.

Csillagközi utazás

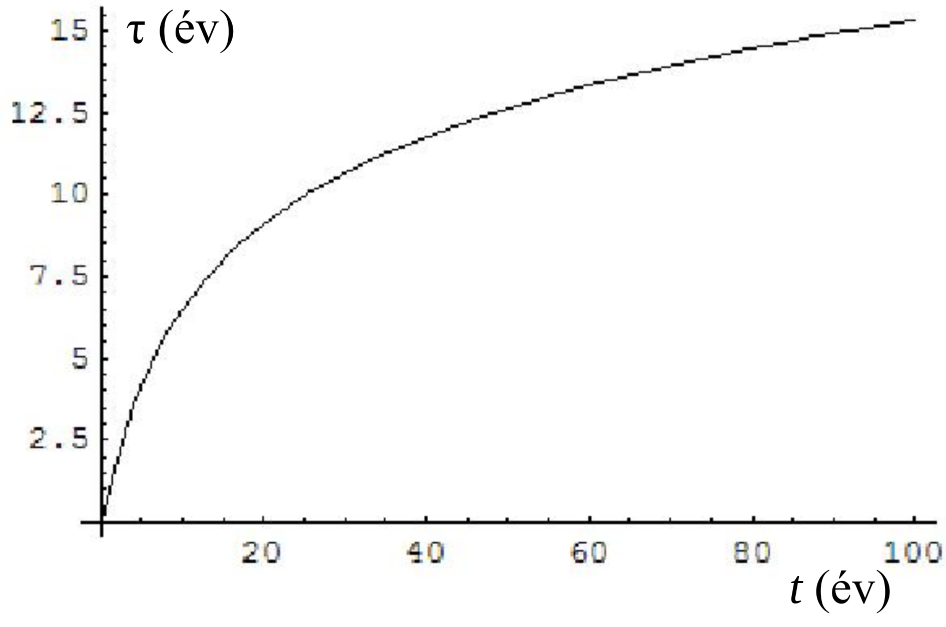
Az idődilatáció miatt a legénység számára a Földön mérhető időtől jelentősen kevesebb időbe telik az utazás, amennyiben az űrhajó kellően megközelíti a fénysebességet.
<u>Például:</u> Az út feléig a hajó szempontjából állandó 1 g = 10 m/s^2 gyorsulással haladva félútig, majd ugyanekkora mértékű lassítással megállva a célnál, ezután pedig ugyanígy megtéve a Földre a visszautat:

Bussard-féle sugármeghajtással működő csillaghajó

Az űrhajó sebessége a Földi idő függvényében



Az űrhajón mért oda-vissza út ideje (τ) a közben a Földön mért idő függvényében (*t*)



Házi feladat 1:

1. A nyugvó *K* rendszer megfigyelői egy robbanást figyelnek meg az x_1 = 480m pozícióban, majd 5μs idővel később egy második robbanást látnak az x_2 = 1200m pozícióban. A pozitív *x* irányban *v* sebességgel mozgó *K*' rendszerben a robbanások azonos helyen történnek. Mekkora a két robbanás közötti időkülönbség a *K*' rendszer megfigyelői szerint?

2. A Breakthrough Starshot lézerrel felgyorsított mikroszondája 0,4 c sebességre lesz képes. Mennyi időbe telik ezzel a sebességgel megtenni a 150 millió kilométeres Nap-Föld távolságot

a) a földi megfigyelő számára,

b) a szondán lévő órával mérve?