

Sebességösszeadás

A K rendszerben mérve a test sebessége a pozitív x irányban $u = \Delta x / \Delta t$.

A K' rendszer a K -hoz képest a pozitív x irányban halad v sebességgel.

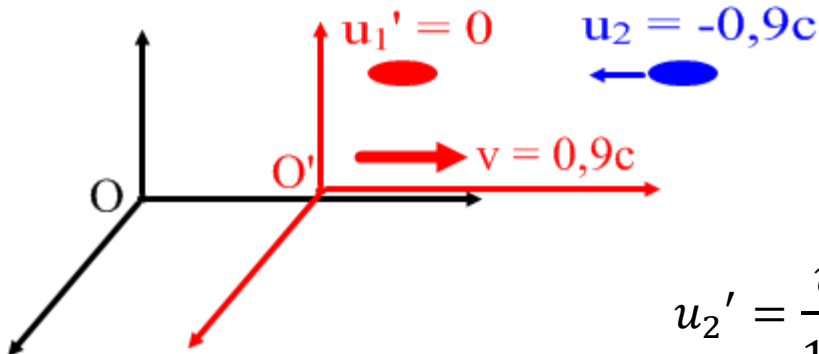
A sebesség a K' rendszerben mérve:

$$u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \dots = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

Amennyiben a mozgó rendszerből szeretnénk u' áttranszformálni a nyugvó rendszerbe, akkor mindenhová v helyett $-v$ -t kell írni:

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \dots = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

Példa: Földhöz képest nyugatról $0,9c$ sebességgel érkező UFO1 ütközik a kelet felől érkező, szintén $0,9c$ sebességű UFO2-vel. Mennyi a relatív sebességük az ütközés előtt?



Megoldás: A Földhöz rögzített rendszer a K .

Ebben: $u_1 = 0,9c$ és $u_2 = -0,9c$

A K' rendszert pedig UFO1-hez rögzítjük.

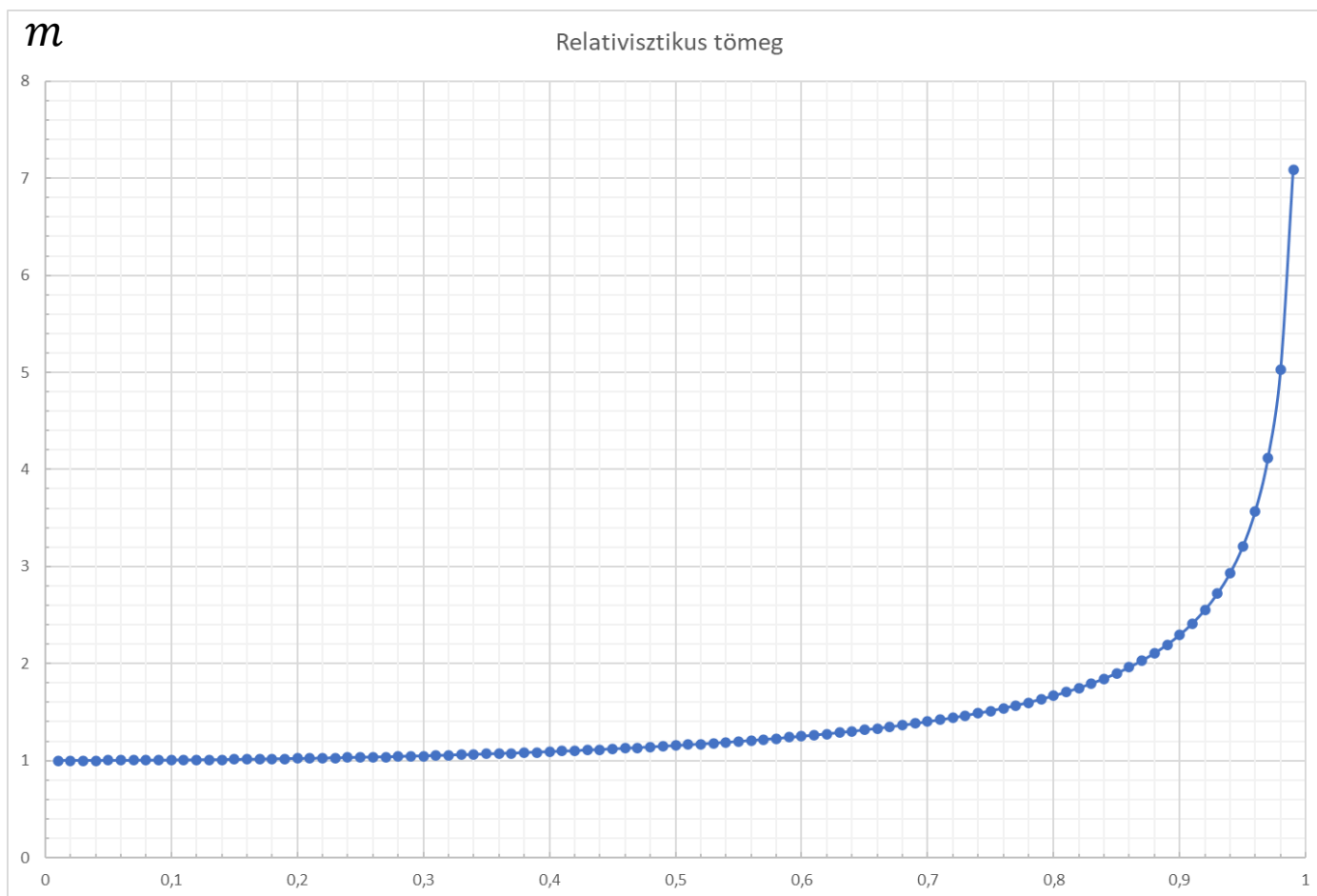
Így $u_1' = 0$ természetesen, keressük u_2' -t:

$$u_2' = \frac{u_2 - v}{1 - \frac{u_2 v}{c^2}} = \frac{-0,9c - 0,9c}{1 + \frac{(0,9c)^2}{c^2}} = \frac{-1,8c}{1 + 0,9^2} = -0,9945c$$

A relativisztikus tömeg sebességfüggése

A K vonatkoztatási rendszerben nyugvó megfigyelő az u sebességű test tömegét a nyugalmi tömegnél nagyobbak méri:

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$



Példa:

A NASA X-43 elnevezésű hiperszonikus repülője 2004. november 16-án a hangsebesség 9,6-szorosát érte el, vagyis kb. 11265 km/h sebességet. A robotrepülő 1400 kg tömeggel rendelkezett.

Hány grammal nőtt meg a tömege repülés közben a relativisztikus hatások miatt?

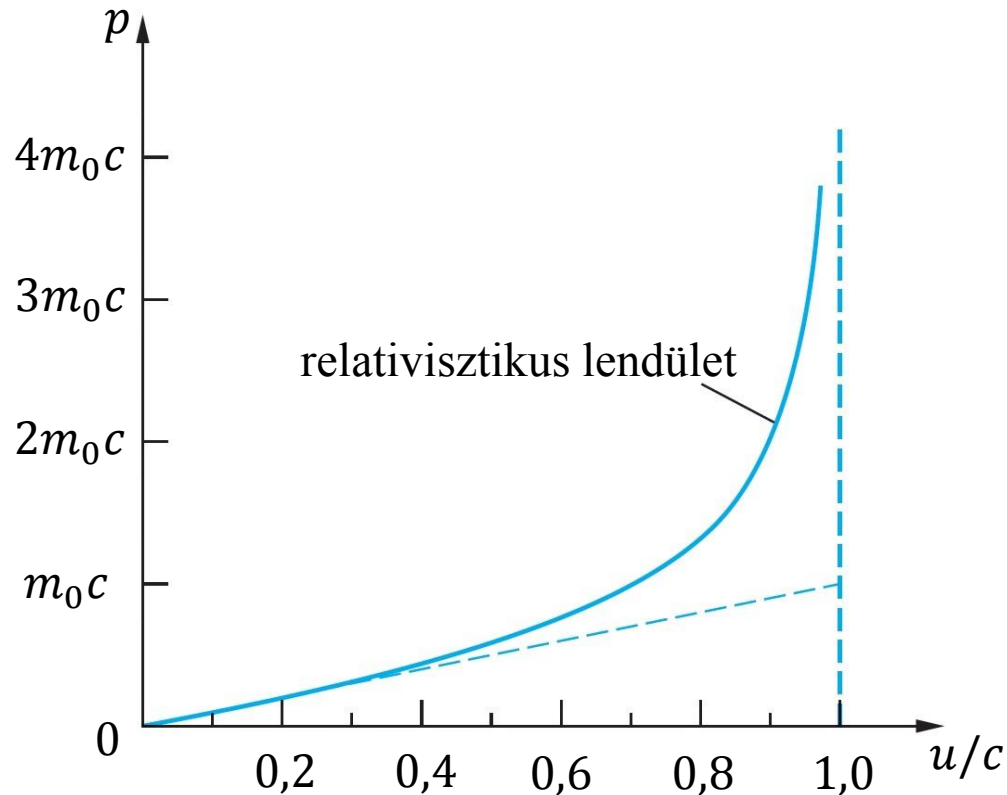


Relativisztikus lendület

A mozgó test relativisztikus tömegnövekedése miatt a lendület sem a klasszikus módon függ valójában a sebességtől, a megszokott képlet kizárólag $u \ll c$ esetén igaz.

A fény sebességével összemérhető (relativisztikus) sebességek esetén a lendület nagysága:

$$p = mu = \gamma m_0 u = \frac{m_0 u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$



A munkatétel általánosítása relativisztikus esetre

Ha egy állandó F egy tömegpontot gyorsít, akkor az soha nem érheti el a fénysebességet. Ez úgy lehetséges, ha a gyorsulás értéke egyre kisebb, ahogy nő a sebesség. A csökkenő gyorsulás megfeleltethető annak, hogy a test tömege a sebesség növekedésével egyre nő.

Levezethető az F erő munkája, amíg a testet nyugalomból v sebességre gyorsítja:

$$W = E_{kin} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Einstein felismerte, hogy az $E_0 = m_0 c^2$ tag, amit le kell vonni, hogy megkapjuk a kinetikus energiát, a tömegpont nyugalmi energiájának felel meg, az $E = mc^2$ mennyiség pedig a tömegpont teljes energiája (kinetikus és nyugalmi).

Tehát ha egy rendszer energiát kap vagy energiát ad le, aközben a tömege is változik az Einstein-féle tömeg-energia ekvivalenciának megfelelően.

Például: Nagy sebességgel nulla eredő lendülettel egymásnak csapódó és megálló tömegpontok együttes nyugalmi tömege nagyobb lesz, mint a kiindulási nyugalmi tömegek a felgyorsítás előtt. Ennek a segítségével állítanak elő új részecskéket.

Tömegdefektus

Jelölje $M(A, Z)$ az A tömegszámú és Z rendszámú atommag tömegét.

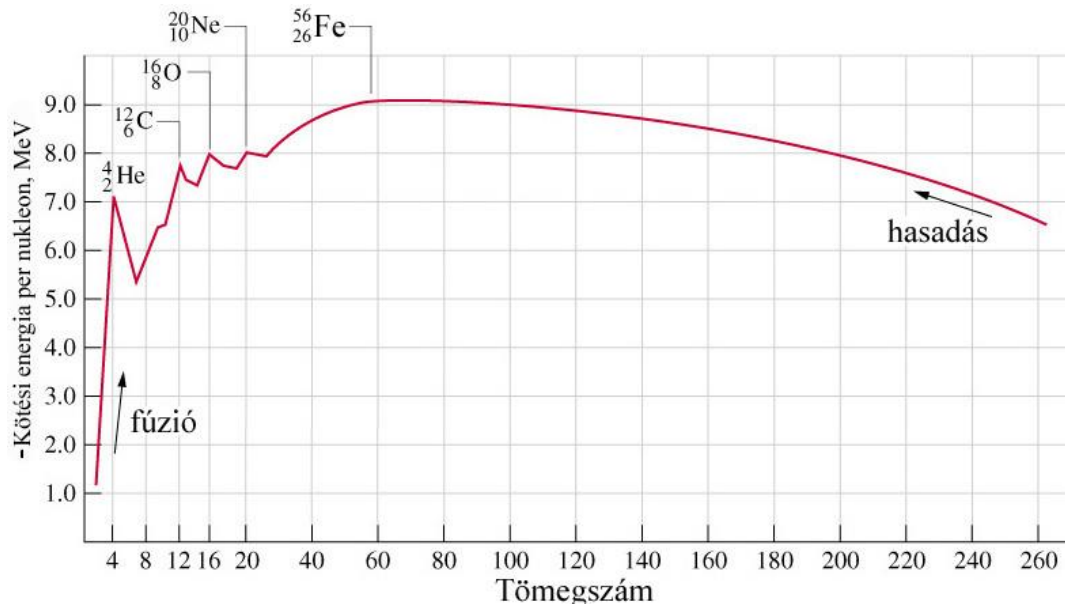
Tömegspektrométerrel megmérve azt kapjuk, hogy az atommag tömege Δm -el kisebb mint az alkotórészek (protonok és neutronok) tömege:

$$\Delta m = M(A, Z) - Zm_p - (A - Z)m_n < 0$$

Ez a **tömegdefektus** az Einstein-féle tömeg-energia ekvivalencia alapján kiszámolva éppen a **kötési energiát** adja meg (szabad alkotórészek ~ 0 energiája negatív lett, mert kötött állapotba kerültek). Tehát a kötési energia adja meg mekkora energia befektetésével tudnánk újra alkotórészeire bontani az atommagot (vagy bármely kötött rendszert).

$$E_K = \Delta mc^2 < 0$$

Az egy nukleonra jutó kötési energia meghatározható a tömegeket megmérve: $\varepsilon = E_K/A$



Ha egy folyamat során ε csökken akkor energia szabadul fel.

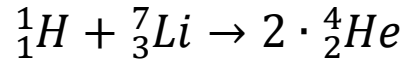
pl. kis magok fúziója
vagy nagy magok hasadása

ε vasra a legkisebb.

Tömeg-energia ekvivalencia kísérleti bizonyítéka

Cockroft-Walton kísérlet (1932):

Nyugvó lítium atomot bombáztak felgyorsított protonokkal (néhány száz keV).



A keletkező két hélium atommagot Wilson-féle ködkamrában detektálták.

A nyugalmi tömegekre az alábbi igaz:

$$m_{0k} = m_0(H) + m_0(Li) > 2m_0(He) = m_{0v}$$

Tehát a nyugalmi tömeg csökkent: $\Delta m_0 < 0$ Ez a tömeghiány vagy tömegdefektus.

$$\frac{\Delta m_0}{m_{0k}} > 10^{-3} \quad \text{mai műszerekkel pontosan mérhető!}$$

A mozgási energia viszont növekedett:

$$E_{kk} = E_k(H) + E_k(Li) < 2E_k(He) = E_{kv}$$

A teljes energia $E = m_0c^2 + E_k$ így állandó maradt: $\Delta m_0c^2 + \Delta E_k = 0$

Mindössze annyi történt tehát, hogy a nyugalmi energia egy része átalakult mozgási energiává.

Hasonló kísérleti bizonyíték az elektron-pozitron pár szétsugárzása, amikor a részecske-antirészecske pár nyugalmi energiája két foton formájában kisugárzódik.

Példa:

1. Hány volt feszültséggel kell gyorsítanunk egy $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg nyugalmi tömegű elektront, hogy a mozgási energiája akkora legyen, mint a nyugalmi energiája?

Hányad része lesz ekkor az elektron sebessége a fény sebességének?

2. Hány gramm antianyagra van szükség egy 100 megatonnás bomba elkészítéséhez?

Egy gramm TNT égéshője 4184 J.