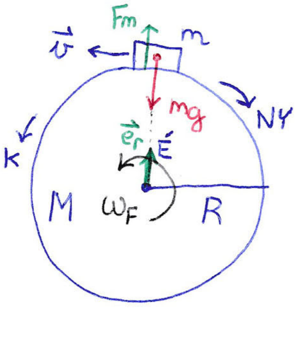
46. Az Egyenlítő mentén épült vasútvonalon két mozdony halad ellenkező irányban, egyaránt 72 km/h pályasebességgel. Mindkét mozdony tömege 25 t. A Föld forgása következtében a két mozdony nem egyforma erővel nyomja a síneket (Eötvös-hatás). Melyik fejt ki nagyobb nyomóerőt, és mekkora a két nyomóerő különbsége? (a nyugatra haladó, 145N)

$v_m = 72\,\frac{km}{h} = 20\,\frac{m}{s}$ $\quad m = 25t = 25000\,kg \quad R = 6378\,km = 6{,}378 \cdot 10^6\,m$

Mivel a Föld naponta fordul egyet a tengelye körül, a felszínének sebessége: $v_F = \frac{2R\pi}{T} = \frac{2 \cdot 6{,}378 \cdot 10^6 m \cdot \pi}{24 \cdot 3600 s} = 463{,}8\,\frac{m}{s}$

Tehát ha valaki csak áll az egyenlítőn, akkor v_F sebességű egyenletes körmozgást végez. A Föld kelet felé forog, ezért a keletre haladó vonat sebessége ehhez hozzáadódik, a nyugatra haladóé pedig kivonódik: $v_k = 483{,}8\,\frac{m}{s}$ $\quad v_{ny} = 443{,}8\,\frac{m}{s}$

Az északi sarok fölött lebegve látnánk:



A Föld felszínén számolhatunk az mg súlyerővel.

Mindkét mozdony egyenletes körmozgást végez. Gyorsulásuk a Föld középpontja felé mutat (a_{cp}). A dinamika alapegyenlete:

$m\vec{a} = \vec{F_e}$ $\quad$ Két erő hat: $F_g = mg$ és a mérleg ereje: F_m

A $-\vec{e}_r$ irányba felírva a dinamika alapegyenletét:

$$ma_{cp} = mg - F_m$$

$$m\frac{v^2}{R} = mg - F_m \longrightarrow F_m = mg - m\frac{v^2}{R}$$

kelet: $v = v_F + v_m$

nyugat: $v = v_F - v_m$

Legyen F_m:
- F_k ha keletre megy
- F_{ny} ha nyugatra megy

Keletre menő: $F_k = mg - m\frac{(v_F + v_m)^2}{R}$

Nyugatra menő: $F_{ny} = mg - m\frac{(v_F - v_m)^2}{R}$ itt kevesebbet vonunk le, ezért $F_{ny} > F_k$

Kivonva a nagyobból a kisebbet:

$$F_{ny} - F_k = mg - m\frac{(v_F - v_m)^2}{R} - mg + m\frac{(v_F + v_m)^2}{R}$$

$$F_{ny} - F_k = \frac{m}{R}\left(v_F^2 + 2v_F v_m + v_m^2 - v_F^2 + 2v_F \cdot v_m - v_m^2\right)$$

$$F_{ny} - F_k = \frac{4m}{R} v_F v_m = \frac{4 \cdot 25000\,kg}{6{,}378 \cdot 10^6\,m} \cdot 463{,}8\,\frac{m}{s} \cdot 20\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{145{,}4\,N}}$$

Ki lehet először számolni az F_{ny} és F_k tényleges értékeit, és utánna kivonni, de nekem tetszik, hogy egy csomó dolog kiesik.

Érdekesség, hogy a mérleg a Föld forgása miatt sosem az mg valódi súlyát mutatja az embernek, hanem

$$F_m = mg - m\frac{v_F^2}{R} = m\left(g - \frac{v_F^2}{R}\right) = m\left(9{,}8\,\frac{m}{s^2} - 0{,}034\,\frac{m}{s^2}\right)!$$

Ha $m = 100\,kg$, akkor $F_m = 976{,}6\,N$:)

A sarkok felé haladva természetesen ez a hatás egyre csökken, a sarkokon pedig nulla. Ott mutat a legtöbbet a mérleg, ezért nem szeretnek oda menni az emberek.