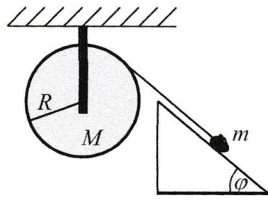


78. Egy $M = 4 \text{ kg}$ tömegű $R = 50 \text{ cm}$ sugarú homogén hengerre (amely a tömegközéppontján átmenő vízszintes tengely körül foroghat, de haladó mozgást nem végez) könnyű fonál van rátekerve, a fonál végére egy $m = 2 \text{ kg}$ tömegű test van erősítve, amely egy $\varphi = 45^\circ$ hajlásszögű, súrlódásmentes lejtőre van helyezve. Mekkora az m test gyorsulása és $x = 10 \text{ cm}$ út megtétele után mennyi lesz az m test sebessége, ha álló helyzetből indul?

($3,535 \text{ m/s}^2$, $0,8409 \text{ m/s}$)

$$M = 4 \text{ kg}$$

$$R = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$



$$m = 2 \text{ kg}$$

$$a = ?$$

$$\text{ha } x = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

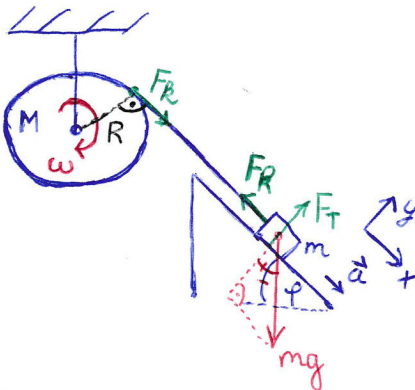
$$\text{és } v_0 = 0 \quad v = ?$$

$$\varphi = 45^\circ$$

Tömör korong tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta = \frac{1}{2} MR^2$$

A csúszó testre felírjuk a dinamika alapegyenletét, a rögzített tengely körül forgó korongra pedig a forgómozgás alapegyenletét. Mivel a test tekeri a fonalat lefelé, és emiatt forog a korong, a test sebessége minden pillanatban egyenlő a korong körületi sebességével. Így aztán a test gyorsulása és a korong tangenciális gyorsulása is ugyanaz! $a = a_t$ ($a_t = \frac{dv}{dt}$ korong peremére)



korong: $\omega R = v$

$$\beta R = a_t = a \rightarrow \beta = \frac{a}{R}$$

Forgómozgás alapegyenlete:

$$M = \Theta \beta$$

ez itt most a forgatónyomaték!
erő \times erőkar $M = F_k \cdot R$

Tehát: $F_k \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \frac{a}{R}$

$$F_k = \frac{1}{2} Ma \quad (1)$$

test: $m\vec{a} = \vec{F}_e$

(x) $ma = mg \sin \varphi - F_k \quad (2)$

(y) $0 = F_T - mg \cos \varphi$

ez most nem érdekes, mert nincs súrlódás

(1) és (2) $\left. \vphantom{\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}} \right\}$

$$(1) F_k = \frac{1}{2} Ma$$

$$(2) ma = mg \sin \varphi - F_k$$

Beírva az F_k -t (1)-ből a (2)-be:

$$ma = mg \sin \varphi - \frac{1}{2} Ma \quad / \cdot 2$$

$$2ma + Ma = 2mg \sin \varphi$$

$$a(2m + M) = 2mg \sin \varphi$$

$$(M = 4 \text{ kg}, m = 2 \text{ kg}, \varphi = 45^\circ)$$

$$a = \frac{2mg \sin \varphi}{2m + M} = \frac{2g \sin \varphi}{2 + \frac{M}{m}} = \frac{2g \sin \varphi}{2 + 2} = \frac{1}{2} g \sin \varphi = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 45^\circ = \underline{\underline{3,536 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

Ez egy egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás lesz ($v_0 = 0$).

A megtett út: $s = \frac{a}{2} t^2$ (3) (ahol $s = x = 0,1 \text{ m}$ amit megadtak)

A keresett sebesség: $v = at \rightarrow t = \frac{v}{a}$ beírva (3)-ba

$$s = \frac{a}{2} \left(\frac{v}{a} \right)^2 = \frac{v^2}{2a}$$

$$v^2 = 2as$$

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 3,536 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,1 \text{ m}} = \underline{\underline{0,841 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$