

108. Hengeres edénybe 100 kPa nyomású, 300 K hőmérsékletű levegő van bezárva. A henger alapterülete 100 cm^2 , a gáz térfogata 1 liter, a légköri nyomás is 100 kPa. A súrlódás nélkül mozgatható dugattyúhoz 5 kN/m direkciós erejű rugó kapcsolódik. Mekkora lesz az elzárt levegő nyomása, ha hőmérsékletét 600 K-re növeljük? (128 kPa)

$$P_1 = 100 \text{ kPa} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_2 = ?$$

$$A = 100 \text{ cm}^2 = 100 \cdot (10^{-2})^2 \text{ m}^2 = 0,01 \text{ m}^2$$

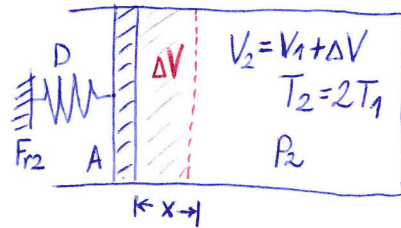
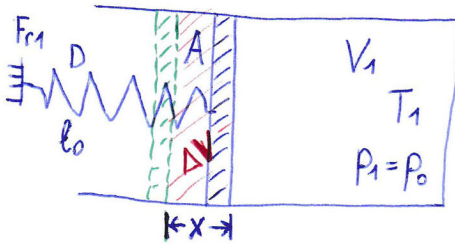
$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 600 \text{ K}$$

$$P_0 = 100 \text{ kPa} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_1 = 1 \text{ l} = 0,001 \text{ m}^3$$

$$D = 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 5000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

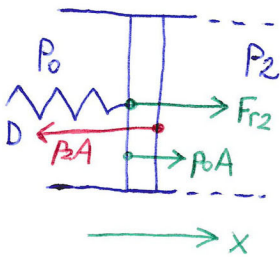


It melegítés hatására a gáz tágul, és x távolsággal kintebb nyomja a dugattyút.

A rugó összenyomódása is x lesz, az új hossz: $l_2 = l_0 - x$

A rugó nyomóereje: $F_{r2} = Dx$

A térfogat változása: $\Delta V = Ax$, tehát $V_2 = V_1 + Ax$



Mivel a végén beáll az egyensúly, a dugattyúra ható eredő erő nulla: $\vec{F}_e = 0$

$$(x) \quad P_0 A + F_{r2} - P_2 A = 0$$

$$P_2 = P_0 + \frac{F_{r2}}{A} = P_0 + \frac{Dx}{A}$$

Az állapothatározók közül csak az n marad állandó:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 V_1 = nRT_1 \\ P_2 V_2 = nRT_2 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \text{egyesített gáztörvény}$$

Használjuk fel az egyenített gáztörvényt:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad | \cdot T_2$$

$$\frac{T_2}{T_1} p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \left(\frac{T_2}{T_1} = 2, p_1 = p_0, p_2 = p_0 + \frac{Dx}{A}, V_2 = V_1 + Ax \right)$$

$$2 p_0 V_1 = \left(p_0 + \frac{Dx}{A} \right) (V_1 + Ax)$$

$$2 p_0 V_1 = p_0 V_1 + p_0 Ax + \frac{Dx}{A} V_1 + Dx^2$$

$$Dx^2 + \left(p_0 A + \frac{D V_1}{A} \right) x - p_0 V_1 = 0 \quad \left(V_1 = 0,001 \text{ m}^3, D = 5000 \frac{\text{N}}{\text{m}}, A = 0,01 \text{ m}^2 \right)$$

$$5000x^2 + 1500x - 100 = 0$$

$$50x^2 + 15x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 200}}{100} \quad \left\{ \begin{array}{l} -0,356 \text{ m nem lehet } \updownarrow \\ \underline{0,056 \text{ m}} \end{array} \right.$$

Behelyettesítve:

$$p_2 = p_0 + \frac{Dx}{A} = 10^5 \text{ Pa} + \frac{5000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,056 \text{ m}}{0,01 \text{ m}^2} = \underline{\underline{128000 \text{ Pa}}}$$