107. Egy 44,8 dm3 térfogatú, vízszintes tengelyű hőszigetelt hengert vékony, súrlódásmentes, hőszigetelő dugattyú oszt két részre. A bal oldali térfélbe 200 W teljesítményű fűtőspirál nyúlik be. Kezdetben a dugattyú középen áll, és mindkét részben 10^5 Pa nyomású egyatomos gáz van. Mennyi időre kell a fűtőtestet bekapcsolni, hogy a jobb oldali gáz térfogata felére csökkenjen? (73,1 s)

$V_ö = 44{,}8\,dm^3 = 0{,}0448\,m^3$

$P = 200\,W$

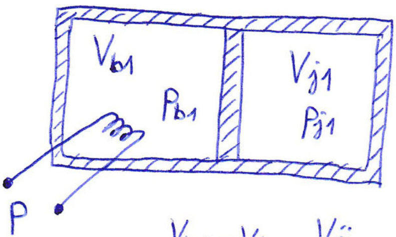
egyatomos: $f = 3$

$t = ?$

bal oldal: b (b) $V_{b1} = V_{j1} = \frac{V_ö}{2}$

jobb oldal: j

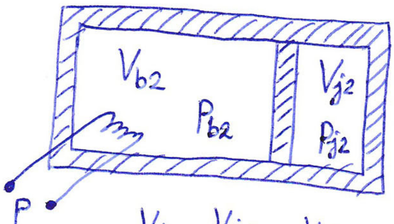
$p_{b1} = p_{j1} = 10^5\,Pa$ $V_{j2} = \frac{V_{j1}}{2}$



$V_{b1} = V_{j1} = \frac{V_ö}{2}$

$p_{b1} = p_{j1} = p_1$

(egyensúly)



$V_{j2} = \frac{V_{j1}}{2} = \frac{V_ö}{4}$

$V_{b2} = V_ö - V_{j2} = \frac{3}{4} V_ö$

$p_{b2} = p_{j2} = p_2$

(egyensúly)

Teljesítmény definíciójával a kapott hőt írhatjuk:

$Q_b = P \cdot t$ (P állandó) $Q_j = 0$ (hőszigetelt)

A két oldalon lévő gáz egymáson végez munkát, ezért:

$W_b = -W_j$

$W_ö = W_b + W_j = 0$ összességében a munka nulla, mert a teljes térfogat nem változik meg! $\underline{W_ö = 0}$

A belső energiára:

$$E_b = \frac{f}{2} nRT = \frac{f}{2} pV$$ de most $f = 3$

$E_b = \frac{3}{2} pV$, a változás pedig $\Delta E_b = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$

Az ebben a formában felírt ΔE_b-vel írjuk fel a hőtan I. főtételét a teljes tartályra ($W_{ö} = 0$):

$$\Delta E_{bö} = Q_{ö} + W_{ö}$$

$$\Delta E_{bb} + \Delta E_{bj} = Q_b = P \cdot t \qquad (Q_j = 0)$$

$$\frac{3}{2}\left(p_2 V_{b2} - p_1 V_{b1}\right) + \frac{3}{2}\left(p_2 V_{j2} - p_1 V_{j1}\right) = P \cdot t$$ (bal és jobb oldal nyomása ugyanaz)

$$\frac{3}{2}\left(p_2 \frac{3}{4} V_{ö} - p_1 \frac{V_{ö}}{2} + p_2 \frac{V_{ö}}{4} - p_1 \frac{V_{ö}}{2}\right) = P \cdot t$$

$$\frac{3}{2}\left(p_2 V_{ö} - p_1 V_{ö}\right) = P \cdot t$$

$$t = \frac{\frac{3}{2} V_{ö} (p_2 - p_1)}{P} = *$$

Tudjuk, hogy $p_1 = 10^5\,Pa$, de p_2-t még ki kell számolni.
A jobb oldalra $Q_j = 0$, tehát adiabatikus állapotváltozás.

$$V_{j2} = \frac{V_{j1}}{2}$$

Első Poisson-egyenlet: $p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa}$

ahol $\kappa = \frac{c_p}{c_V} = \frac{f+2}{f} = \frac{5}{3}$ adiabatikus kitevő.

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_{j1}}{V_{j2}}\right)^{\kappa} = 10^5\,Pa \cdot 2^{5/3} = \underline{3{,}175 \cdot 10^5\,Pa}$$

$$* = \frac{\frac{3}{2} \cdot 0{,}0448\,m^3 \,(3{,}175 - 1) \cdot 10^5\,Pa}{200\,W} = \underline{\underline{73{,}1\,s}}$$