

106. Milyen nyomásra kell a 10 dm^3 térfogatú $0,1 \text{ MPa}$ nyomású gázt izotermikusan komprimálni, hogy $3,14 \text{ kJ}$ hőt adjon le? (2,31 MPa)

$$V_1 = 10 \text{ dm}^3 = 0,01 \text{ m}^3$$

$$Q_{le} = 3,14 \text{ kJ} = 3140 \text{ J}$$

$$P_1 = 0,1 \text{ MPa} = 10^5 \text{ Pa} \quad P_2 = ?$$

$$Q = -Q_{le} = -3140 \text{ J}$$

$T_1 = T_2 = T$ izoterm folyamat $n_1 = n_2 = n$ (mennyiség állandó)

Mivel $T = \text{áll}$: $\Delta T = 0$, ezért a $\Delta E_b = \frac{f}{2} n R \Delta T = 0$ (belső energia állandó)

Ezzel a hőtan I. főtételével: $\Delta E_b = Q + W$

$$0 = Q + W$$

$$-Q = Q_{le} = W \rightarrow W = 3140 \text{ J}$$

Az elemi munka: $\delta W = -p dV$

Mivel p változik, integrálni kell V_1 és V_2 között:

$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

kell a nyomás a térfogat függvényében!

Allapotegyenlet:

$$pV = \underline{nRT} \rightarrow p = \frac{nRT}{V} = \frac{p_1 V_1}{V}$$

Beírva az integrálba:

$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1}{V} dV = -p_1 V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -p_1 V_1 [\ln V]_{V_1}^{V_2} =$$

$$= -p_1 V_1 (\ln V_2 - \ln V_1) = p_1 V_1 (\ln V_1 - \ln V_2) = p_1 V_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

Még kell oldani ezt V_2 -re:

$$W_{12} = p_1 V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,01 \text{ m}^3 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2} = 3140 \text{ J}$$

$$1000 \text{ J} \cdot \ln \frac{V_1}{V_2} = 3140 \text{ J}$$

$$\ln \frac{V_1}{V_2} = 3,14 / e^1$$



Felémelve az e-adra mindkét oldalt:

$$\frac{V_1}{V_2} = e^{3,14}$$

$$V_2 = \frac{V_1}{e^{3,14}} = \frac{10 \text{ dm}^3}{e^{3,14}} = 0,433 \text{ dm}^3 = 4,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Most már csak az izoterm állapotváltozóra érvényes Boyle - Mariott törvényt kell használni:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 0,1 \text{ MPa} \cdot \frac{10 \text{ dm}^3}{0,433 \text{ dm}^3} = \underline{\underline{2,31 \text{ MPa}}}$$

* Mivel itt a térfogatok aránya van, mindegy a mértékegység, csak ugyanaz legyen!
A nyomás is lehet MPa, és a végén is MPa lesz.