

80. Egy 10 cm sugarú szigetelő gömb legalsó pontján 1 μC töltésű golyócska van rögzítve. A gömb sima belső felületén egy 0,048 μC töltésű, 1,125 g tömegű pont mozoghat. Egyensúly esetén mekkora szöget zár be a második töltéshez húzott sugár a függőlegesen fölfelé mutató iránnyal?

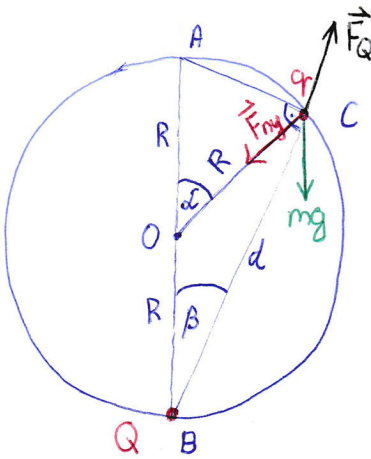
$$R = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$Q = 1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$$

$$m = 1,125 \text{ g} = 1,125 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$q = 0,048 \mu\text{C} = 4,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$d = ? \text{ egyensúlynál}$$



It q töltésre 3 db erő hat:

\vec{F}_Q : Coulomb-erő a Q töltés által

\vec{F}_{Ny} : nyomóerő a gömbfelület által a felületre (érintő irány) merőlegesen, tehát sugár mentén.

\vec{F}_g : gravitációs erő (mg nagysággal)

$$\text{Egyensúly esetén } \vec{F}_e = \vec{F}_Q + \vec{F}_{Ny} + \vec{F}_g = 0$$

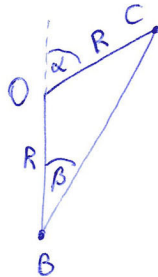
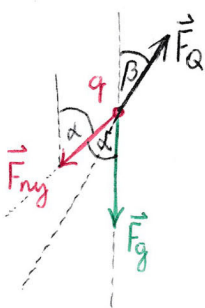
A β szög α fele, mert az kerületi szög, az α pedig középponti szög.

Az $ABC \Delta$ C csúcánál derékszög van Thalesz-tétele miatt.

Tehát az átfogó az átmérő $2R$.

$$\frac{d}{2R} = \cos \beta = \cos \frac{\alpha}{2} \rightarrow d = 2R \cos \frac{\alpha}{2} \rightarrow \text{A Coulomb-erő:}$$

$$F_Q = k \frac{qQ}{d^2} = k \frac{qQ}{4R^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$$



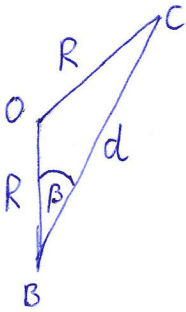
látható, hogy a vektorok párhuzamosak az $OBC \Delta$ oldalaiival.

Tehát a vektorokat egymásba fűzve a Δ hasonló az $OBC \Delta$ -höz

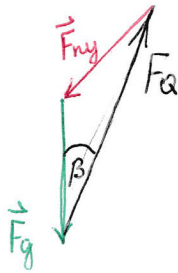
Azért zárulnak össze a vektorok, mert az összegük nullvektor

$$\vec{F}_e = \vec{F}_g + \vec{F}_Q + \vec{F}_{Ny} = 0.$$

Tehát a két hasonló Δ :



$$\begin{aligned} d &\rightarrow F_Q \\ R &\rightarrow F_{ny} \\ R &\rightarrow mg \end{aligned}$$



Látjuk, hogy ezek egyenlő
szárúak: $R=R \rightarrow F_g = F_{ny}$
 $mg = F_{ny}$

Továbbá igaz volt, hogy
 $d = 2R \cos \beta = 2R \cos \frac{\alpha}{2}$

$$\downarrow$$

$$F_Q = 2mg \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{k \frac{qQ}{4R^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}}{4R^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = 2mg \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos^3 \frac{\alpha}{2} = \frac{kqQ}{8R^2 mg}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt[3]{\frac{8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot 4,8 \cdot 10^8 \text{C} \cdot 10^{-6} \text{C}}{8 \cdot (0,1 \text{m})^2 \cdot 1,125 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,788$$

$$\frac{\alpha}{2} = \arccos 0,788 = 38^\circ$$

$$\alpha = \underline{\underline{76^\circ}}$$