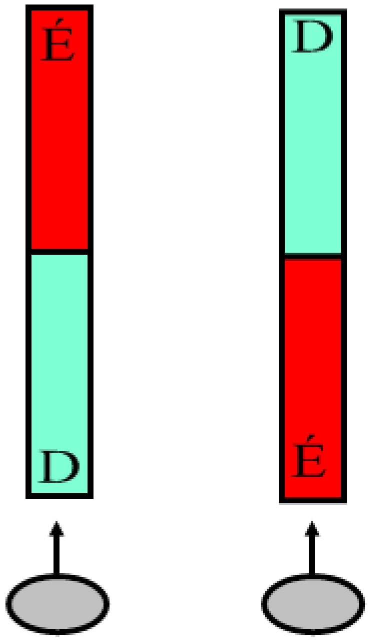
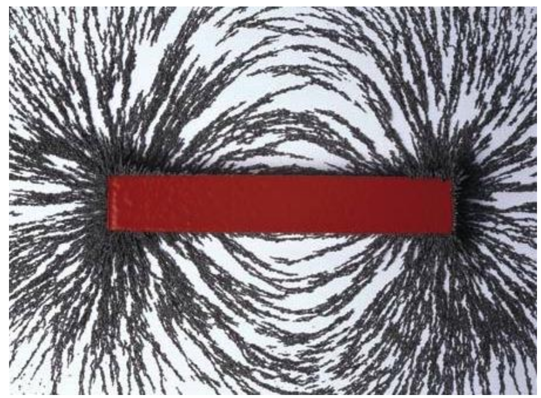
Mágneses alapjelenségek

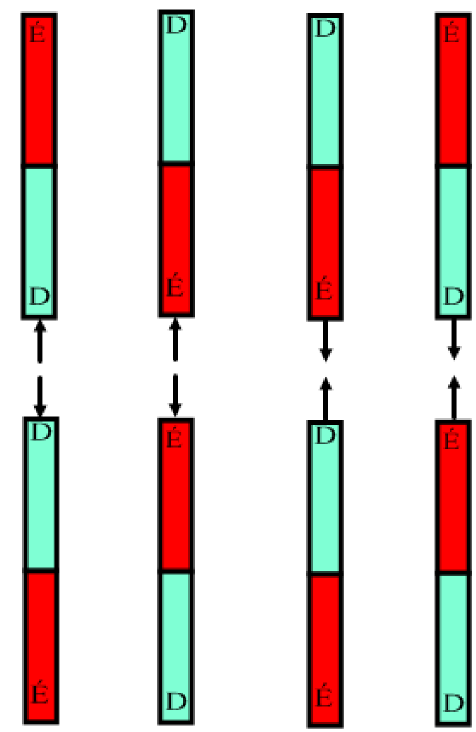
Bizonyos vasércek képesek apró vasdarabokat magukhoz vonzani: **permanens mágnes**



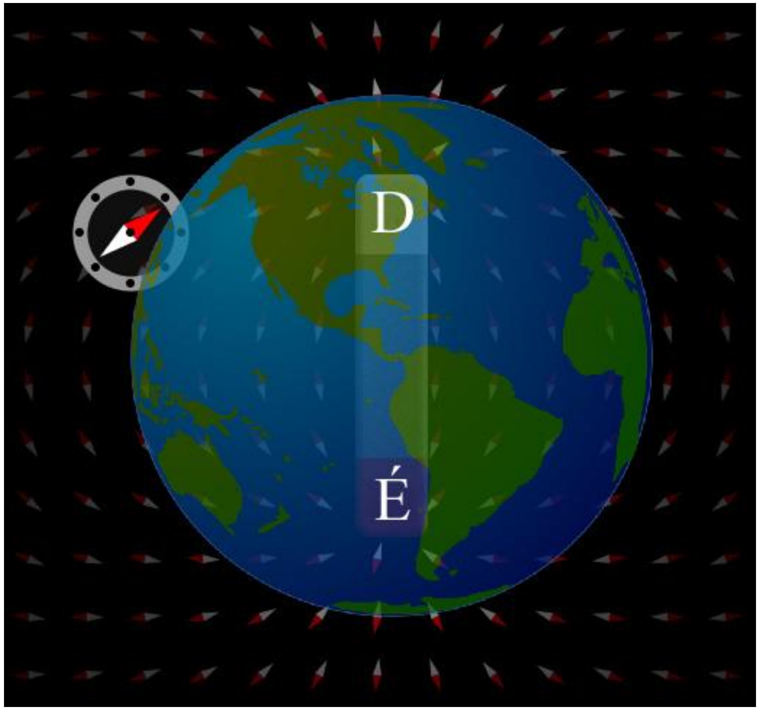
Az acélrúd felmágnesezhető ilyen ércek segítségével.
Rúd két vége: **pólusok** (a vasreszelék csak ide tapad)



Kétféle pólus - azonosak között taszítás,
ellentétesek között vonzás:



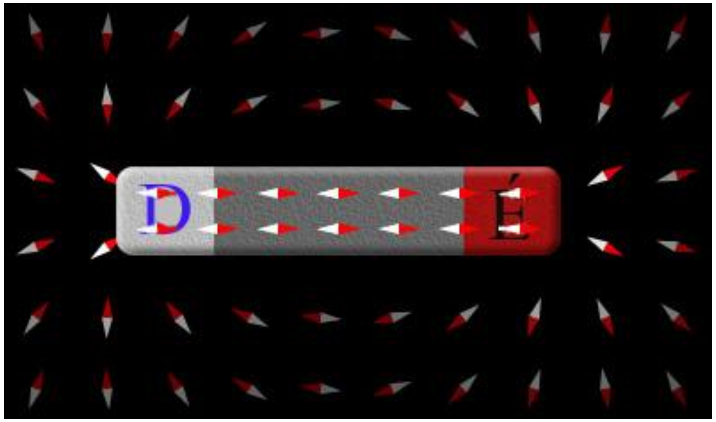
A Föld mágneses tere



Mágnestű északi pólusa észak felé fordul a Föld mágneses tere miatt.
(a Föld mágneses terének **déli** pólusa irányába)

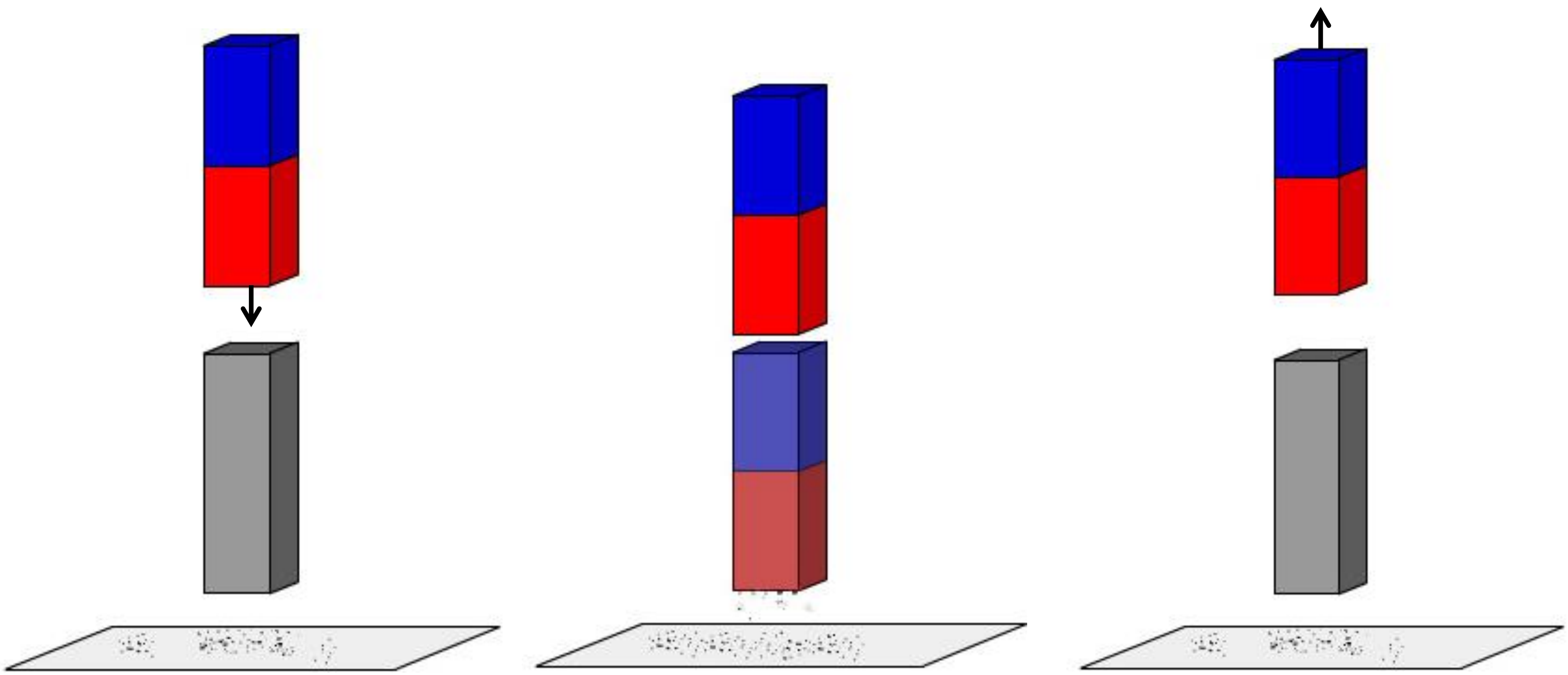
Szimulációk idekattitva!

Északi és Déli pólusok mindig együtt vannak jelen, magányos pólusok nem fordulhatnak elő.
Rúd mágnest kettévágva a kisebb daraboknak is lesz két pólusa.



Mágneses polarizáció

Közelbe helyezett mágnes rúd hatására a lágyvas mágnesessé válik. Eltávolítva a mágnest a mágneses tulajdonság megszűnik.

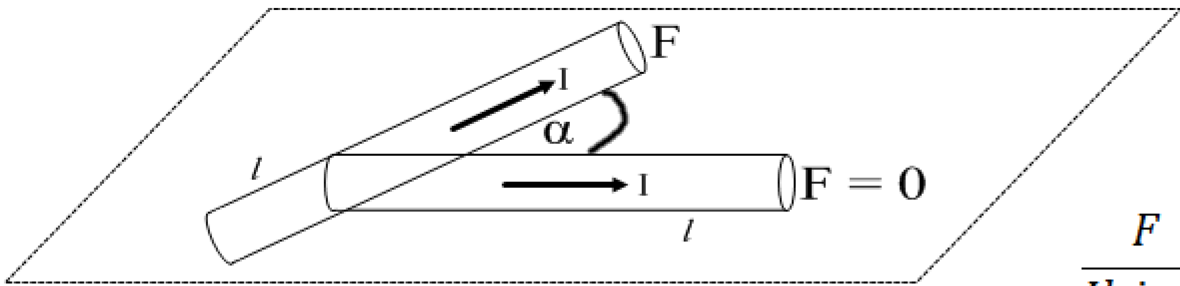


Animáció idekattintva!

Ampere-erő, a mágneses indukcióvektor

Árammal átjárt vezető közelébe helyezett mágnestű elfordul. A mozgó töltés tehát nemcsak elektromos, hanem mágneses teret is kelt. A mágneses tér pedig a mozgó töltésekre (Lorenz-erő) illetve áramjárta vezetőkre erőt fejt ki (Ampere-erő).

Homogén mágneses térben egy bizonyos irányban a vezetőre ható erő nulla.



Egyébként: $F \sim I$

$F \sim l$

$F \sim \sin\alpha$

$\dfrac{F}{Il\sin\alpha}$ már csak a mágneses térre jellemző.

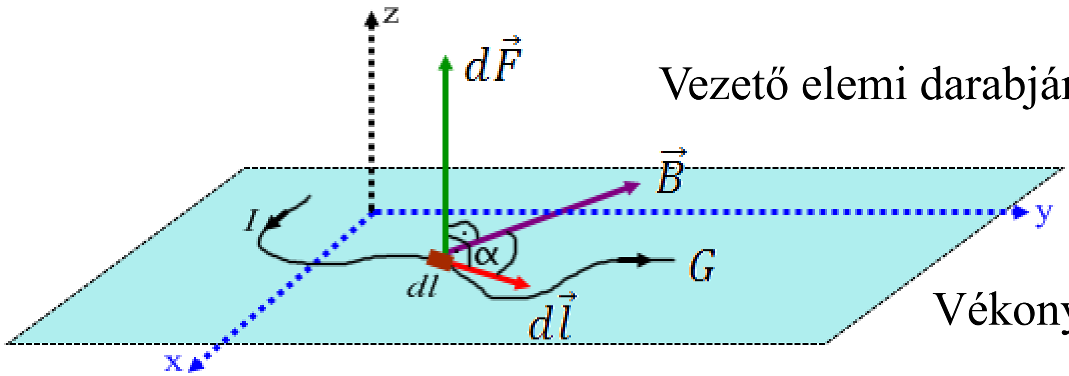
A **mágneses indukció** nagyságát tehát definiálhatjuk mint: $B = \dfrac{F}{Il\sin\alpha}$

Iránya párhuzamos a vezetővel az F = 0 esetben, és úgy mutat, hogy az $\{\vec{l}, \vec{B}, \vec{F}\}$ vektorok jobbsodrású rendszert alkossanak.

Homogén térben lévő egyenes vezetőre: $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$

Az indukció mértékegysége: $[B] = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}} = \dfrac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{Am^2}} = \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{Am^2}} = \dfrac{\mathrm{VAs}}{\mathrm{Am^2}} = \dfrac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m^2}} = \mathrm{T(tesla)}$

Ampere- és Lorentz-erő általánosan

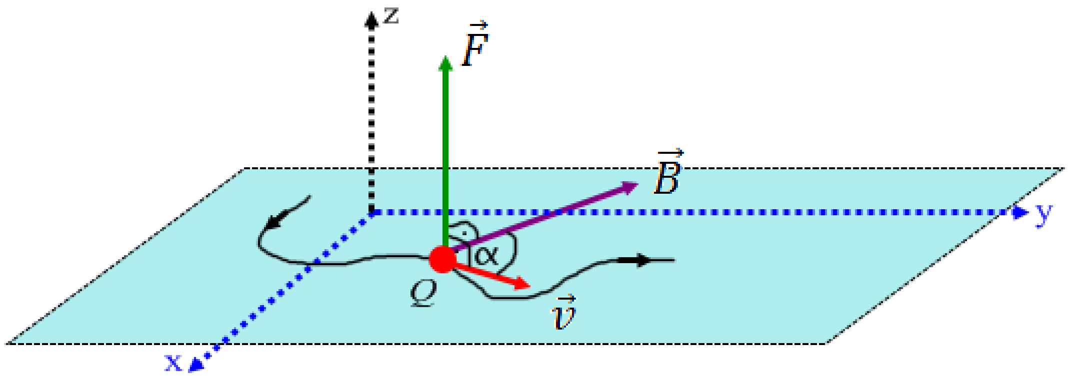


Vezető elemi darabjára ható erő: $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

Vékony vonalas vezetőre: $\vec{F} = I \int_G \left(d\vec{l} \times \vec{B} \right)$

Az Ampere-erőt egy darabka egyenes vezetőre felírva:

$$\Delta\vec{F} = I\Delta\vec{l} \times \vec{B} = \frac{Nq}{\Delta t}(\vec{v}\Delta t) \times \vec{B}$$



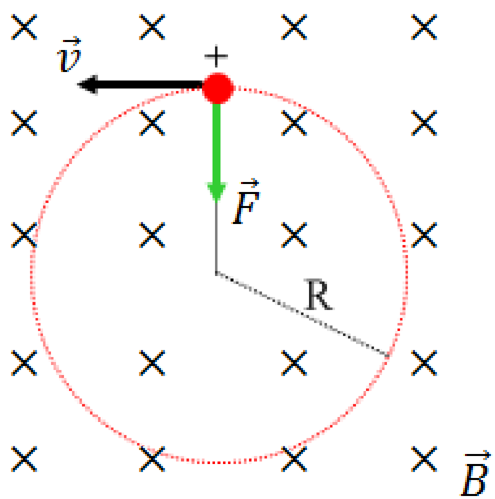
Innen egy töltött részecskére a Lorentz erő: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

1. feladat

$\vec{F} \perp \vec{v}$ tehát a Lorentz-erő munkája nulla. A töltött részecske sebességének nagysága homogén mágneses térben állandó.

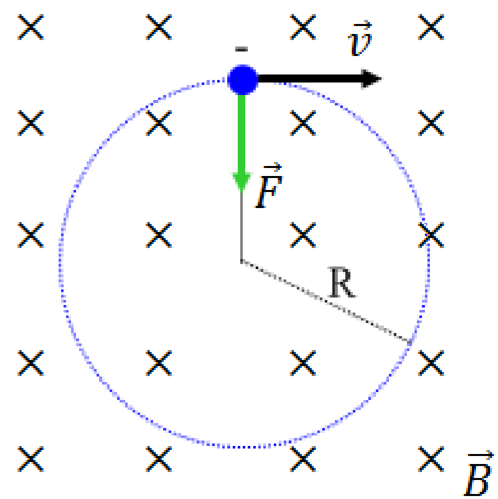
Töltött részecske mozgása homogén mágneses térben

Amennyiben $\vec{v} \perp \vec{B}$, a részecske körmozgást végez állandó sebességgel.



$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$



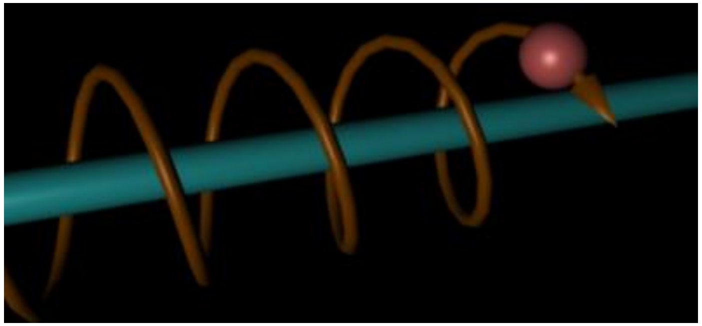
2. feladat

Ha a sebesség nem merőleges a térre, akkor felbontjuk a térrel párhuzamos és arra merőleges részekre:

$v_{\parallel}$ állandó

$v_{\perp}$ nagysága állandó, körmozgás

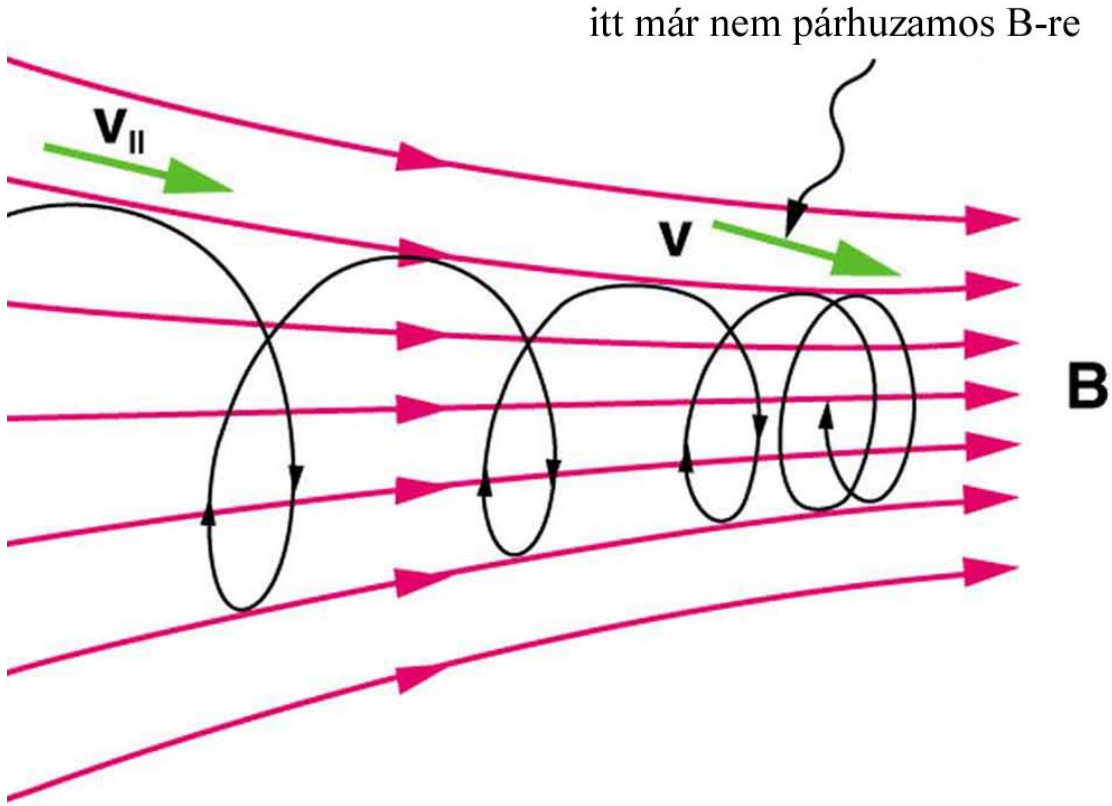
Eredmény: spirális mozgás a mágneses tér indukcióvonalai körül.



Mágneses palack*

Inhomogén mágneses térben spirálalakban mozgó töltött részecskére a csökkenő tér irányába mutató komponense is van az erőnek.

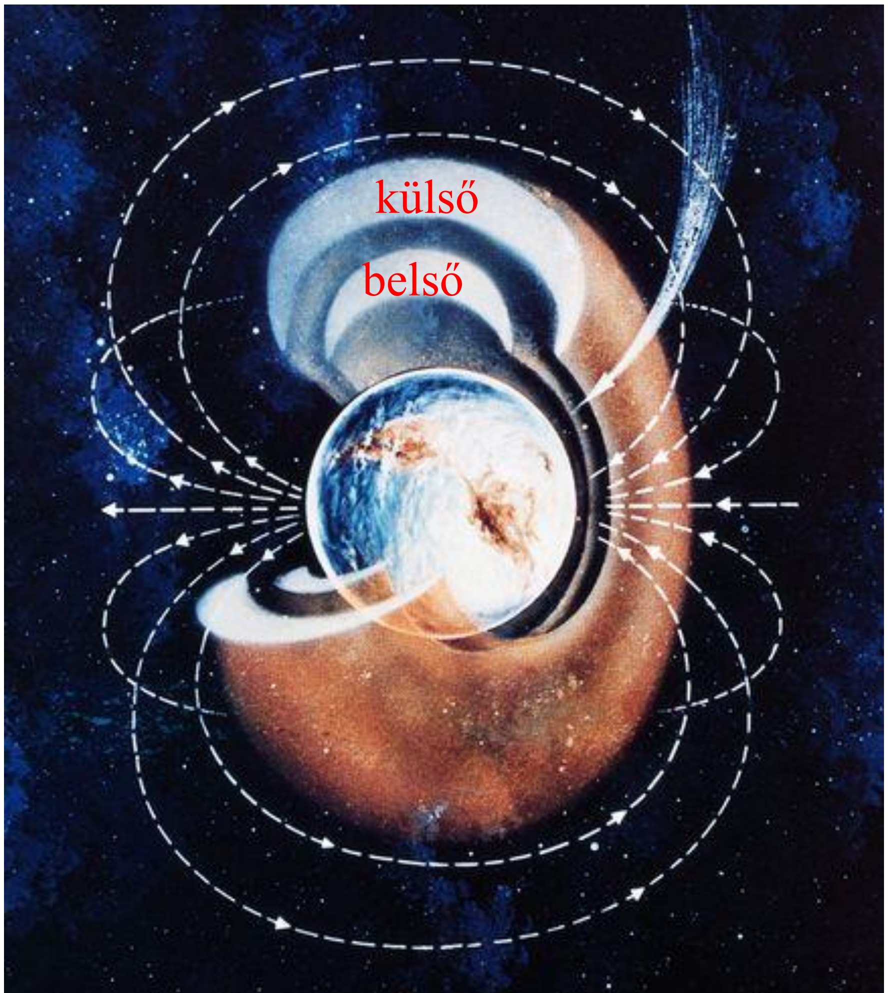
A töltött részecskék csapdába ejthetők egy térrészben melyet erősebb tér zár be mindkét irányból. Ilyen pl. a Föld mágneses tere bizonyos helyeken.



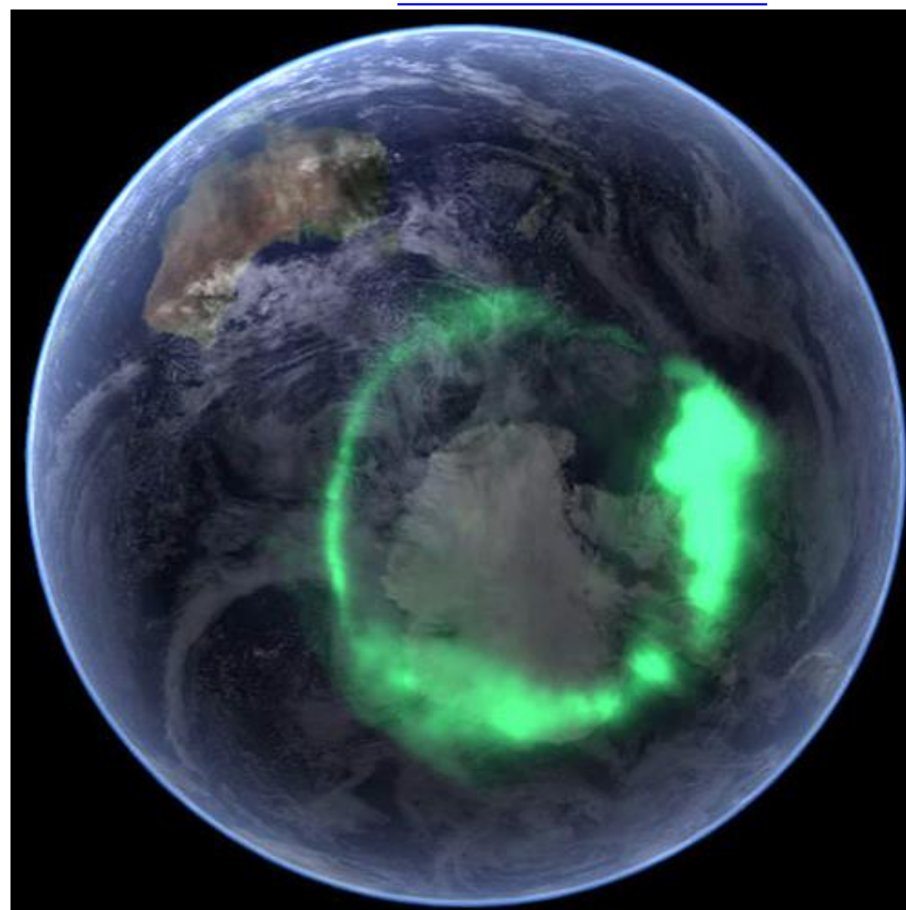
Van Allen övek*

A Napból érkező töltött részecskék a Föld mágneses terében spirál mozgást végeznek és nagyrészük a sarkok közelében lép be a Föld légkörébe jellegzetes **sarki fény**t okozva.

A részecskék egy része felhalmozódik az úgynevezett Van Allen övekben.



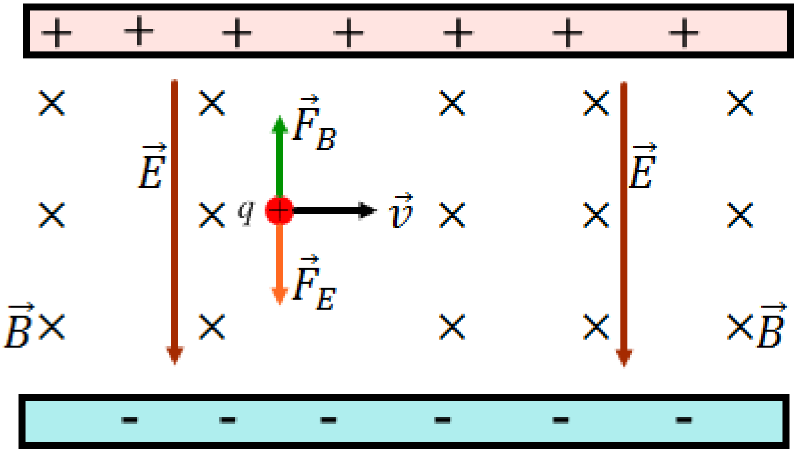
Videó idekattintva!



Részecske elektromos és mágneses térben

Amennyiben elektromos és mágneses tér is jelen van: $\vec{F}_e = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$

Speciális eset: $\vec{B} \perp \vec{E}$ ekkor a Coulomb- és a Lorentz-erő kiejtheti egymást.



$\vec{v} \perp \vec{E}$ és $\vec{v} \perp \vec{B}$

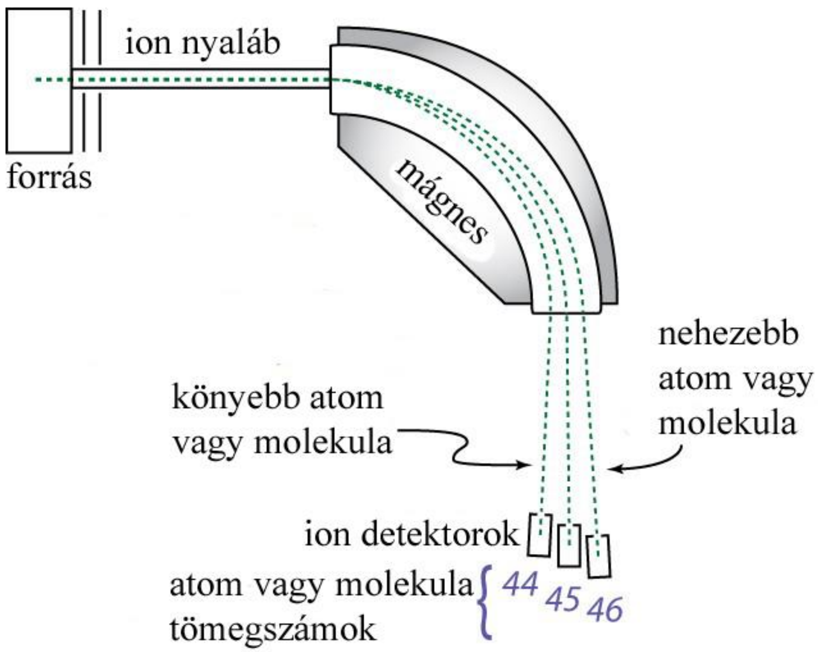
<u>Sebességkiválasztó</u>: csak azok a részecskék tudnak eltérülés nélkül keresztülmenni amelyekre

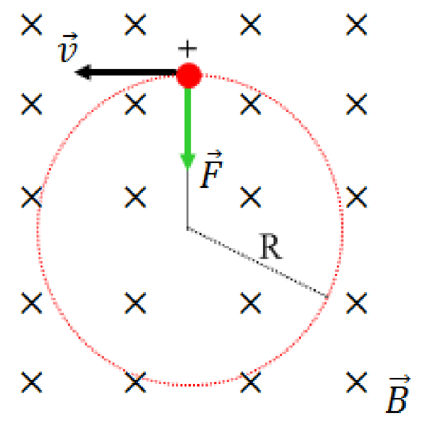
$$qvB = qE$$

Tehát: $v = \dfrac{E}{B}$

Az eltérülő részecskéket egy lemezzel felfogják, ezért csak a kiválasztott sebességű részecskék maradnak a nyalábban. E és B állításával bármilyen sebességű részecskék kiválaszthatók.

Tömegspektrométer*



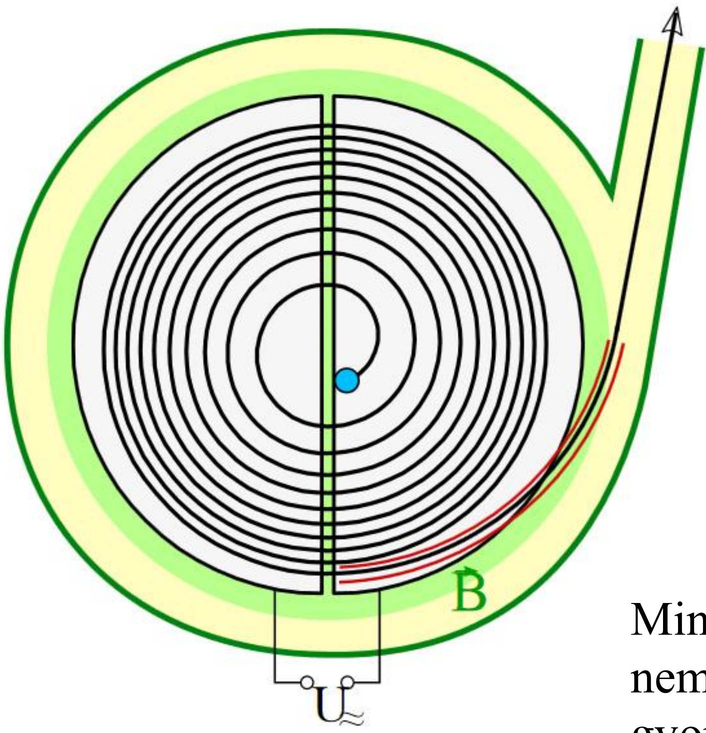


$$R = \frac{mv}{qB}$$

Amennyiben az ionok töltése és sebessége azonos (sebesség kiválasztás után), akkor az eltérülésük mértéke csak tömegüktől függ. Minden egyes atomtömeg eltérülési helyére tett ion detektorok jele megmondja a vizsgált anyag összetevőinek arányát (spektrum).

Ciklotron*

A duánsok közötti feszültség minden áthaladáskor gyorsítja a töltött részecskét.
Ahogy nő a részecske sebessége (energiája), úgy nő a körpálya sugara.
Végül a felgyorsított részecske kilép a ciklotronból néhányszor 10 MeV energiával.



$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

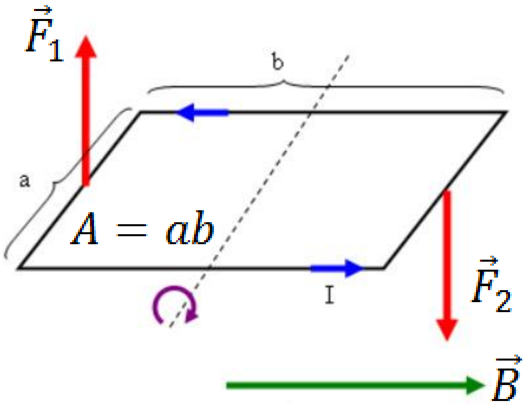
$$R = \frac{mv}{qB}$$

A periódusidő: $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$

Mint látható a periódusidő állandó, tehát
nem kell változtatni a feszültség frekvenciáját
gyorsítás közben.

Videó idekattintva!

Áramhurokra ható forgatónyomaték

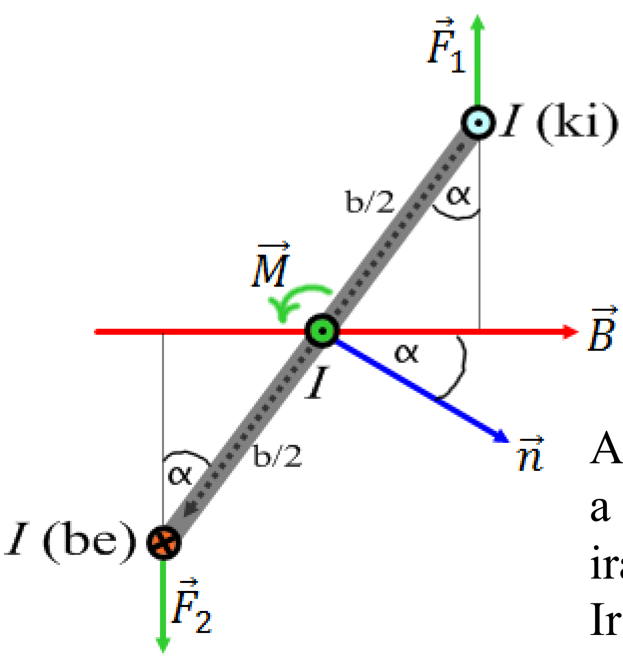


Homogén mágneses térben lévő egyenes vezetőre, amikor a tér a hurok síkjában van: $F_1 = F_2 = F = IaB$

Az eredő erő nulla, de a forgatónyomaték nem.

$$M = 2F\frac{b}{2} = IaBb = IAB$$

Tetszőleges orientáció esetén a forgatónyomaték: $M = F_1\frac{b}{2}\sin\alpha + F_2\frac{b}{2}\sin\alpha$



$$F_1 = F_2 = F$$

$$M = Fb\sin\alpha = IaBb\sin\alpha = IAB\sin\alpha$$

Az irányokat is figyelembe véve:

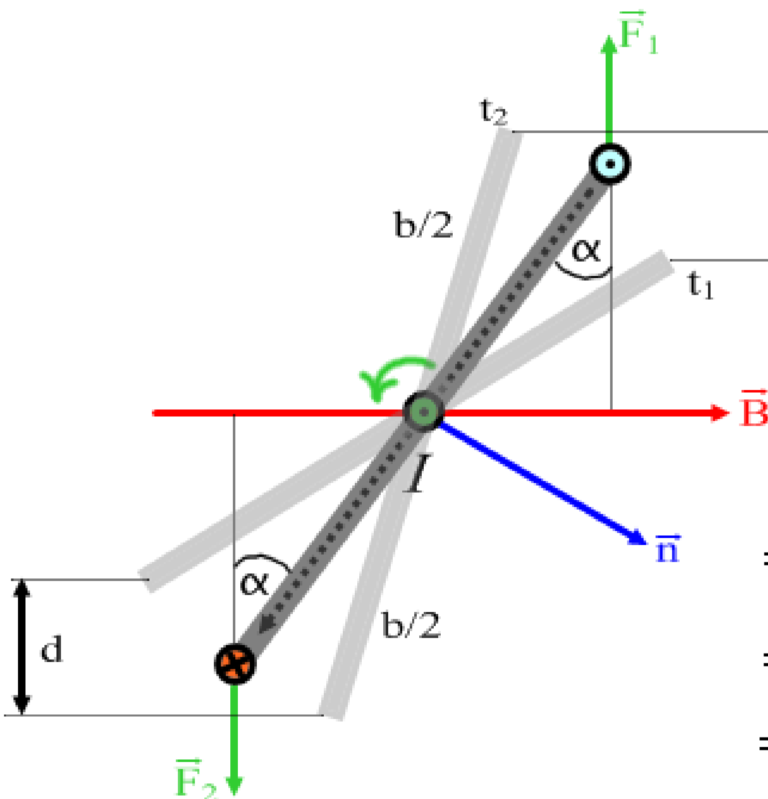
$$\vec{M} = IA\vec{n} \times \vec{B} = I\vec{A} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$\vec{m} = I\vec{A}$ a **mágneses dipólmomentum** $[m] = \mathrm{Am}^2$

A forgatónyomaték akkor szűnik meg ha a dipól befordult a mágneses indukció irányába (stabil egyensúly, ellenkező irányban pedig labilis egyensúly!).

Iránytűként használható egy áramjárta hurok is. 3. feladat

Áramhurok potenciális energiája*



Számítsuk ki a kereten végzett munkát a t_1 és t_2 időpontok között, miközben a normális és a mágneses indukció közötti szög α_1-ről α_2-re változik (csökken):

$$F = F_1 = F_2 = IaB$$

$$W_{12} = 2Fd = 2IaB\left(\frac{b}{2}\cos\alpha_2 - \frac{b}{2}\cos\alpha_1\right) =$$

$$= 2IaB\frac{b}{2}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) = IabB(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) =$$

$$= IAB(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) = mB(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) =$$

$$= -mB\cos\alpha_1 + mB\cos\alpha_2$$

Látható, hogy amennyiben: $E_P = -mB\cos\alpha = -\vec{m}\cdot\vec{B}$

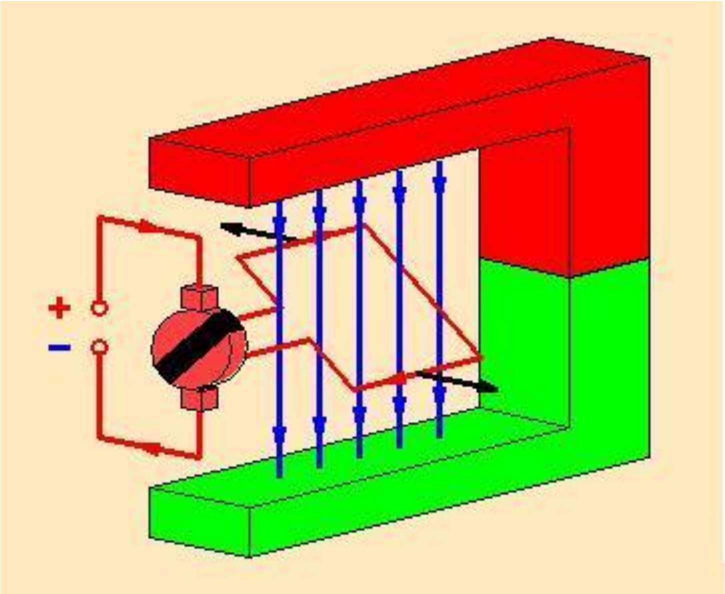
akkor a végzett munka felírható a konzervatív erőterekre jellemző formában:

$$W_{12} = E_{P1} - E_{P2}$$

Kétfázisú elektromotor*

A forgó hurok két kivezetése a szigetelővel elválasztott fél-hengerhez csatlakoznak.

Az egyenfeszültség alá helyezett kefék minden félfordulatnál a másik fél-hengerhez csatlakoznak.



A homogén mágneses tér az áramjárta hurkot a stabil egyensúlyi helyzetbe igyekszik beforgatni.

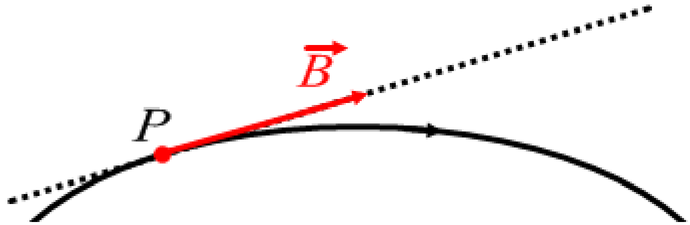
Amire azonban a hurok elérné a stabil egyensúlyi helyzetet a polaritás megfordul.

Mivel az áram ellenkező irányba folyik, a stabil egyensúlyi helyzet a labilis egyensúlyi helyzetté válik.

A labilis egyensúlyi helyzeten a lendület miatt túlfordulva a hurok igyekszik tovább-fordulni a stabil egyensúlyi helyzetbe, azonban ott ismét felcserélődik a polaritás…

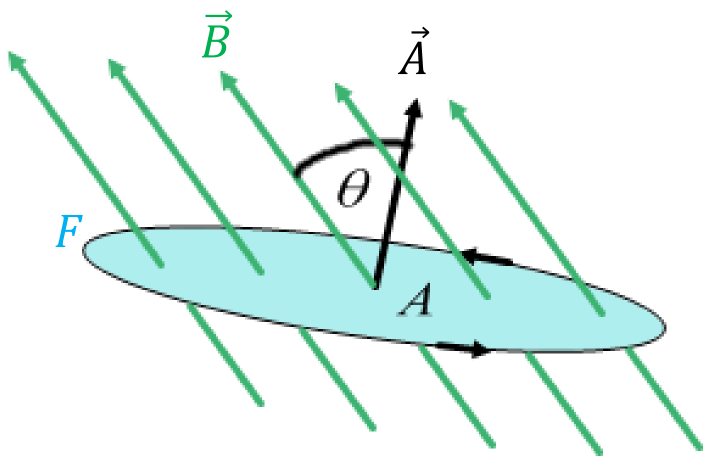
Mágneses-indukciófluxus

A mágneses mező szemléltetésére a mágneses indukcióvonalakat használjuk. Ezek olyan irányított görbék, amelyeknek érintője egyirányú az érintési pontbeli mágneses indukcióvektorral.



A mágneses indukció nagyságát az indukcióvonalak sűrűsége jellemzi.
A vonalakra merőlegesen állított egységnyi felületen éppen annyi indukcióvonal halad át, mint amennyi ott az indukció mérőszáma.

<u>Mágneses-indkciófluxus:</u> Megadja a felületet átdöfő indukcióvonalak előjeles számát.



Ha az indukció a felület mentén homogén:

$$\Phi = BA\cos\theta = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

Mértékegysége: $\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}\mathrm{m}^2 = \mathrm{Vs} = \mathrm{Wb}$ (weber)

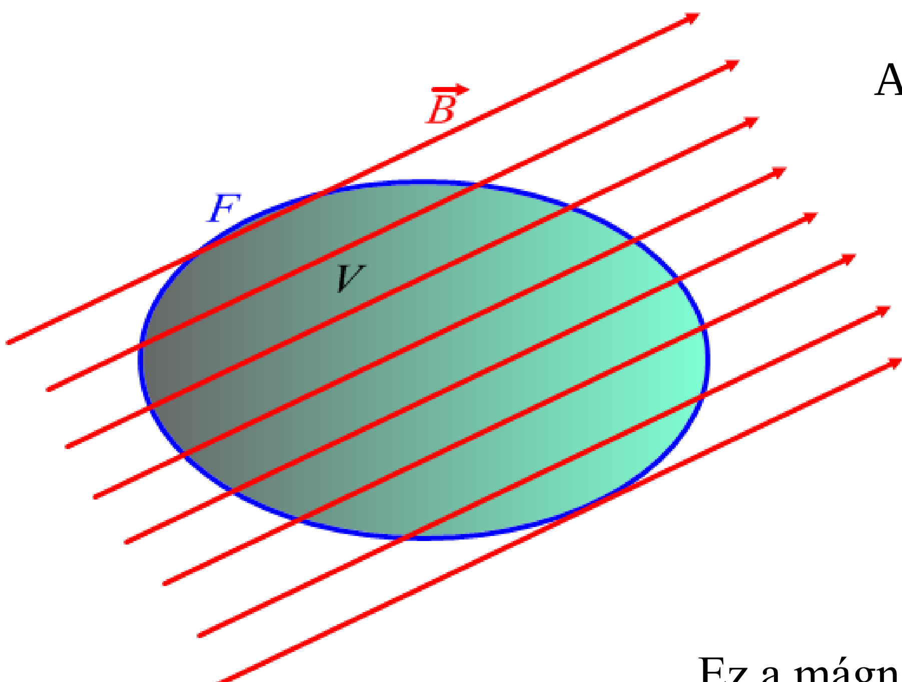
Ha nem homogén az indukció, és/vagy nem sík a felület, akkor a felületet kicsi darabokra bontjuk és a járulékokat összegezzük:

$$\Phi = \int_F \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

Mágneses Gauss-törvény

Mivel mágneses töltések (monopólusok) nem léteznek (a térnek nincsenek forrásai), így a zárt felületre számított mágneses-indukciófluxus zérus. A térfogatba bemenő indukcióvonalak száma megegyezik a kijövő vonalak számával.

A mágneses Gauss-törvény integrális alakja: $$\oint_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



A Gauss-Osztogradszkíj tétel alkalmazásával:

$$0 = \oint_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_V \left(\nabla \cdot \vec{B}\right) dV$$

Mivel ez egy tetszőleges P pont körüli tetszőlegesen kicsi térfogatra igaz, csak úgy teljesülhet, ha a tetszőleges P pontban:

$$\operatorname{div} \vec{B} = \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Ez a mágneses Gauss-tétel differenciális (lokális) alakja. A mágneses tér forráserőssége bármely pontban nulla.

A mágneses indukcióvonalaknak nincs kezdetük és nincs végük, önmagukba záródnak. A mágneses tér forrásmentes, viszont örvényes.

Mágnesezettség és mágneses térerősség

Az anyagok mágneses tulajdonságai túlnyomó részben az elektronok mágneses dipól-momentumára vezethetők vissza:

1. Az atommag körül mozgó elektron kicsiny köráramnak tekinthető
2. Saját mágneses momentuma is van ami a spinből adódik

A mágneses polarizáció során ezek az atomi dipólmomentumok igyekeznek egy irányba (külső tér irányába) beállni és ezáltal erősíteni egymás hatását.

A **mágnesezettség** vektor a *P* pontban megadja az egységnyi térfogatra jutó mágneses dipólmomentumot:

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i}{\Delta V} \qquad [M] = \frac{\mathrm{Am}^2}{\mathrm{m}^3} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

A **mágneses térerősség** a $\vec{B}$ és az $\vec{M}$ vektorok lineáris kombinációjaként definiált:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad [H] = [M] = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

ahol $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$ a vákuum permeabilitása.

Anyagegyenlet

Az anyagegyenlet megadja az $\vec{M}$ mágnesezettség és a mágnesező tér $\vec{B}$ indukciója közötti kapcsolatot.

Amennyiben $\vec{B} \sim \vec{M}$ akkor $\vec{H} \sim \vec{M}$ is igaz. Legtöbb izotróp közegben a lineáris

anyagegyenlet teljesül, vagyis $\vec{H} \parallel \vec{M}$ és $\vec{H} \sim \vec{M}$

Az arányossági tényező a χ mágneses szuszceptibilitás: $\vec{M} = \chi \vec{H}$

Ezt felhasználva a mágneses indukcióra:

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M}\right) = \mu_0 \left(\vec{H} + \chi \vec{H}\right) = \mu_0 (\chi + 1) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Ahol $\mu_r = \chi + 1$ a relatív permeabilitás, és

a $\mu = \mu_0 \mu_r$ az abszolút permeabilitás.

Az elektromágneses tér energiája

Az elektromos tér energiasűrűsége korábbról: $w_E = \frac{1}{2}\vec{D} \cdot \vec{E}$

Hasonlóképpen, a mágneses tér energiája: $w_M = \frac{1}{2}\vec{B} \cdot \vec{H}$

A tér egy adott pontjában az elektromos és mágneses terek együttes energiasűrűsége tehát (amennyiben mindkettő jelen van):

$$w_{EM} = \frac{1}{2}\left(\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}\right)$$

A pont egy (elegendően) kicsiny ΔV térfogatú környezetében lévő energia:

$$\Delta W_{EM} = \frac{1}{2}\left(\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}\right)\Delta V$$

Amennyiben az energiasűrűség nem homogén, egy véges térfogatban lévő energiát térfogati integrállal számolhatjuk:

$$W_{EM} = \frac{1}{2}\int_V \left(\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}\right) dV$$

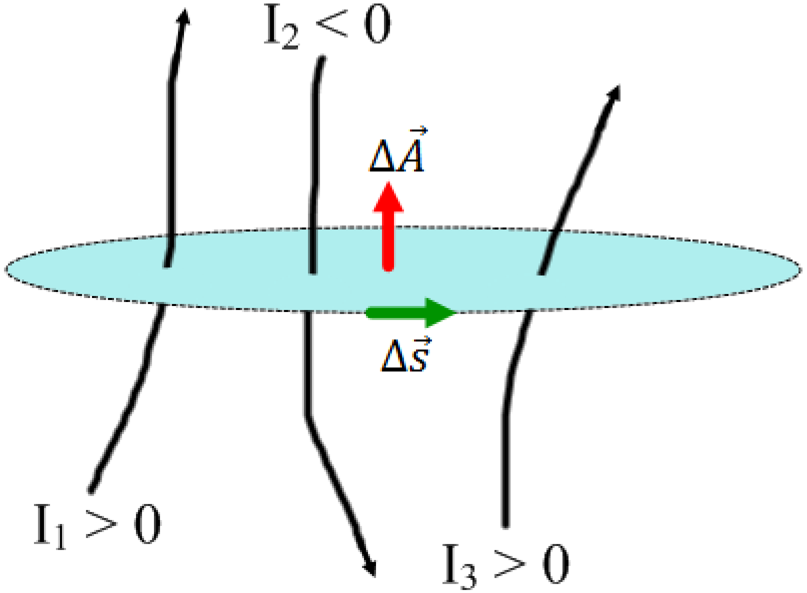
Az Ampère-féle gerjesztési törvény

Mozgó töltések (áramok) mágneses teret hoznak létre.

Vékony vonalas vezetőkre a mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő a görbe által határolt tetszőleges felületen áthaladó áramok előjeles összegével.

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_i I_i$$

$$\Delta\vec{A} = \Delta A\vec{n}$$



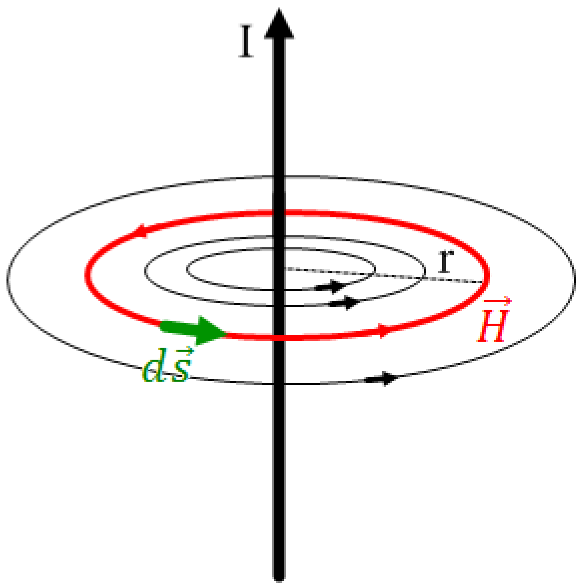
A normális irányába átfolyó áram **pozitív**.

$\Delta\vec{s}$ és $\vec{n}$ irányát a jobbcsavar szabály kapcsolja össze.

Az Ampère-féle gerjesztési törvény differenciális (lokális) alakja:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j}$$

Alkalmazás: végtelen egyenes vezető tere

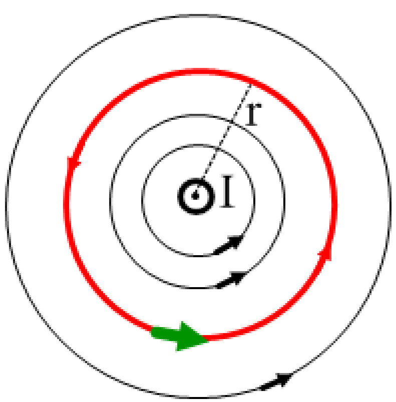


$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$$

Hengerszimmetria miatt: A térerősség nagysága csak az r távolságtól függ, iránya pedig tangenciális.

$$d\vec{s} \parallel \vec{H}$$

Tehát: $\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \oint_G ds = H2r\pi$



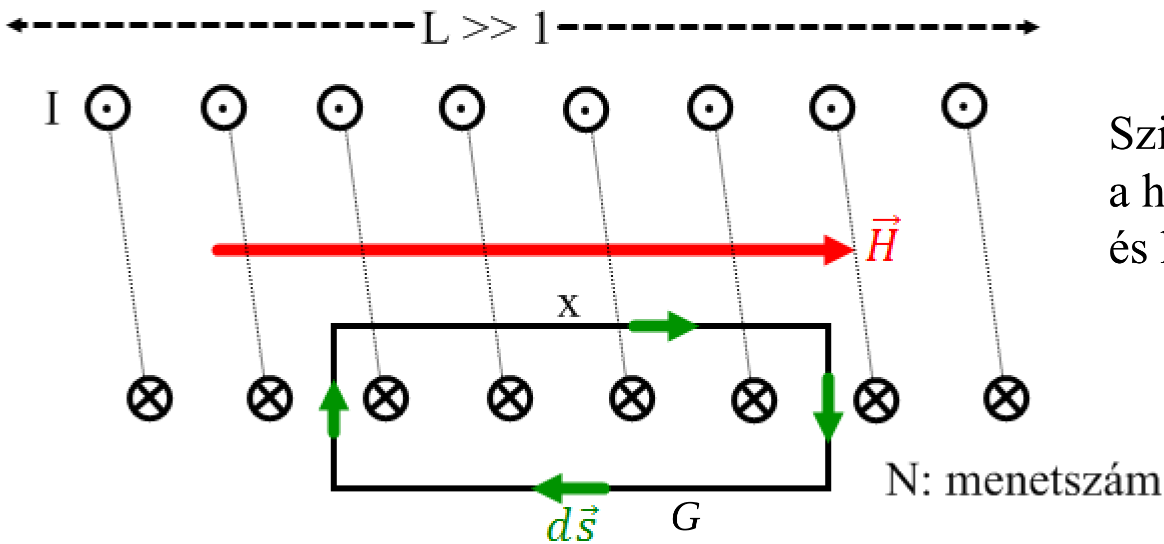
$$H2r\pi = I$$

$$H = \frac{I}{2r\pi}$$

Vákuumban vagy levegőben pedig: $B = \frac{\mu_0 I}{2r\pi}$

4. feladat

Alkalmazás: „végtelen” hosszú egyenes tekercs tere



Szimmetria miatt: A térerősség a hossztengellyel párhuzamos, és homogén. Kívül „nulla”.

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = Hx$$

$$\sum_i I_i = \frac{NI}{L} x$$

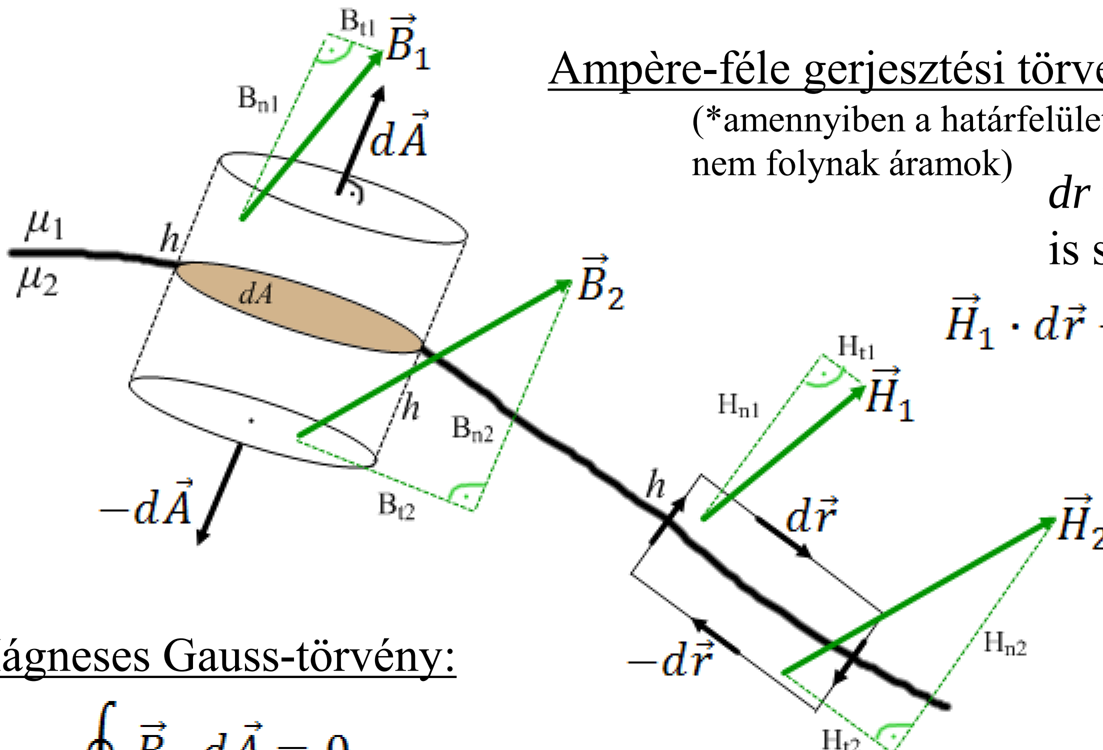
$$Hx = \frac{NIx}{L} \qquad H = \frac{NI}{L}$$

Vákuumban vagy levegőben pedig: $B = \mu_0 \frac{NI}{L}$

Ha a tekercsben valamilyen más anyag van: $B = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{L}$

5. feladat

Határfeltételek*



<u>Ampère-féle gerjesztési törvény:</u> $\oint_G \vec{H}\cdot d\vec{r} = 0^*$

(*amennyiben a határfelületen nem folynak áramok)

dr nullához tart, *h* még ennél is sokkal gyorsabban tart nullához.

$$\vec{H}_1\cdot d\vec{r} - \vec{H}_2\cdot d\vec{r} = H_{1t}dr - H_{2t}dr = 0$$

$$H_{1t} = H_{2t}$$

$$\frac{B_{1t}}{\mu_1} = \frac{B_{2t}}{\mu_2}$$

$$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

<u>Mágneses Gauss-törvény:</u>

$$\oint_A \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$$

dA nullához tart, *h* még ennél is sokkal gyorsabban tart nullához.

$$\vec{B}_1\cdot d\vec{A} - \vec{B}_2\cdot d\vec{A} = 0$$

$$B_{1n} - B_{2n} = 0$$

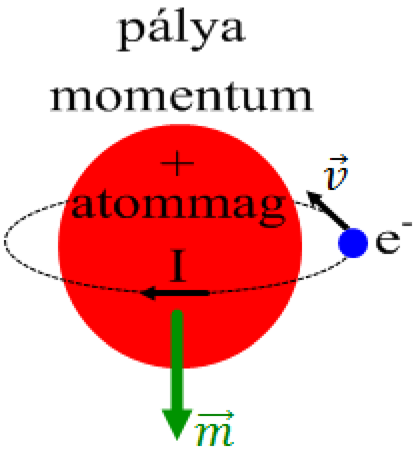
$$B_{1n} = B_{2n} \;\rightarrow\; \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n} \rightarrow \; \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

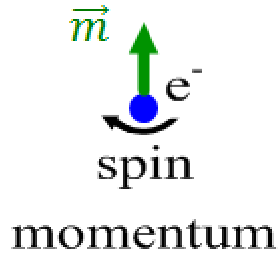
Anyagok mágneses tulajdonsága

Három fő csoportba sorolhatók:

- diamágnesek
- paramágnesek
- ferromágnesek

Az atomok mágneses tulajdonságaiért főleg az elektronok felelősek:

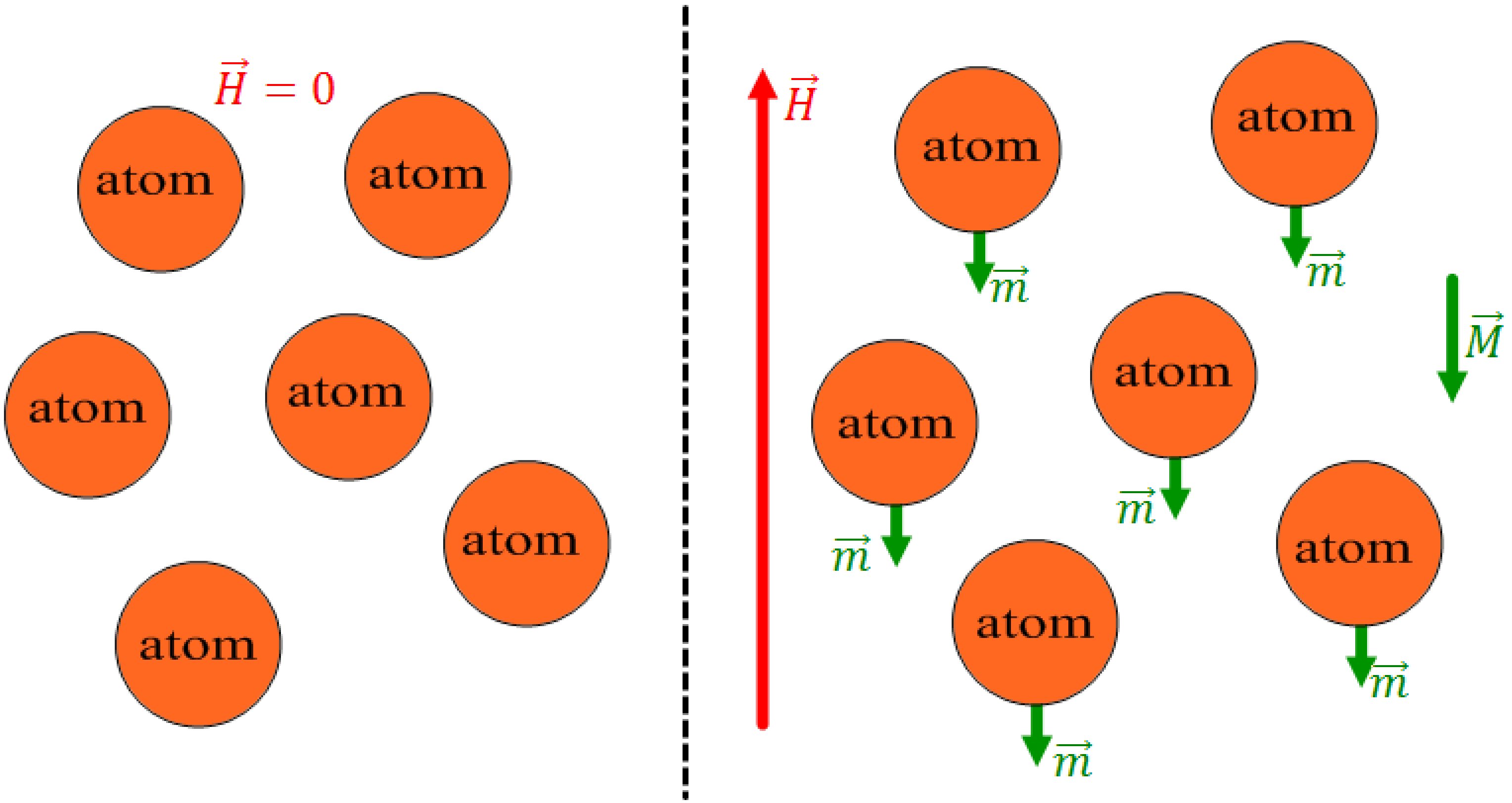




Speciális esetben (zárt elektronhéj esetén) ezek kiejthetik egymást, és ekkor az atom nem rendelkezik saját mágneses momentummal.

Diamágnesek

Diamágneses anyagok atomjai nem rendelkeznek saját mágneses momentummal.



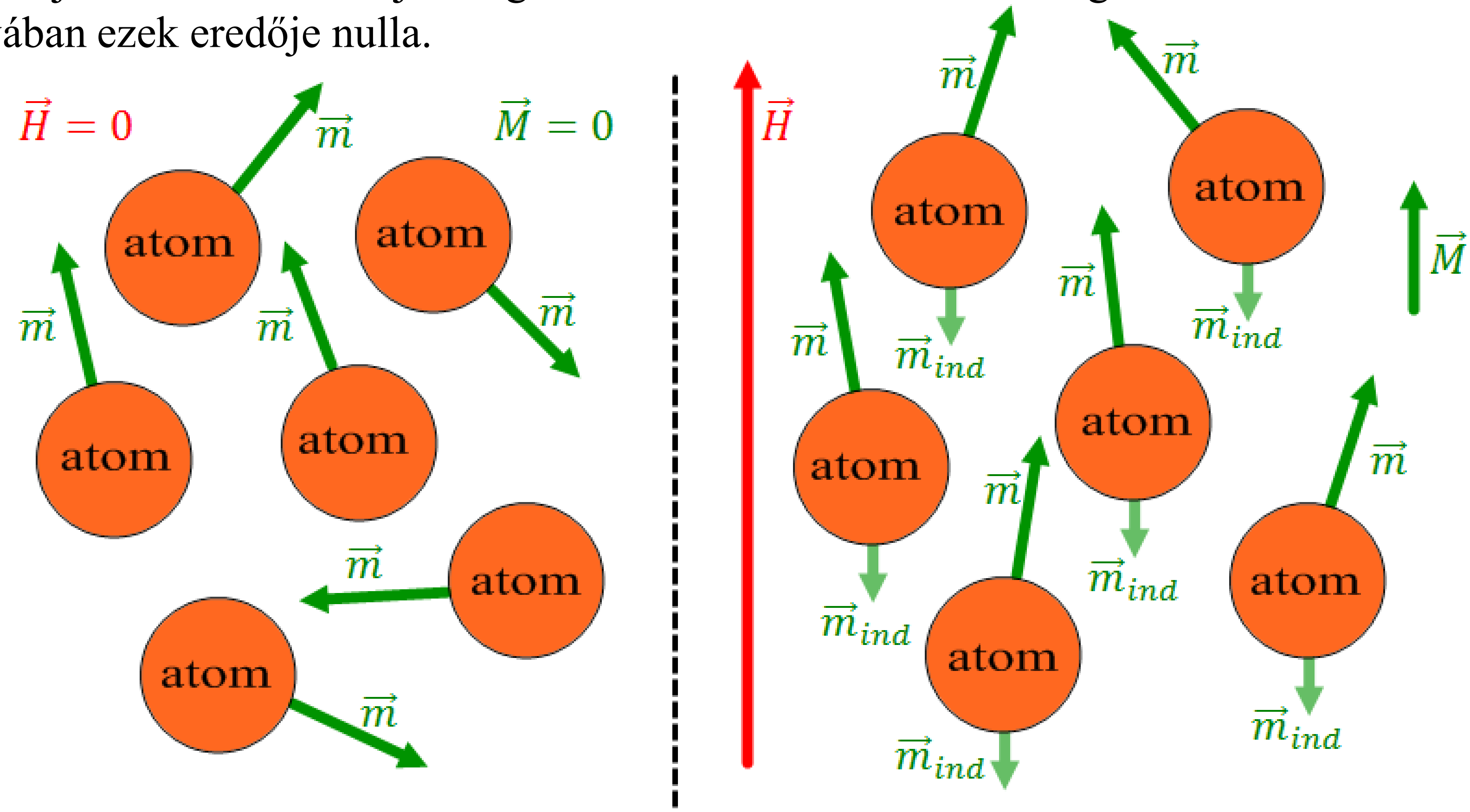
Külső mágneses tér hatására az atomokban mágneses momentum indukálódik.
Ezek iránya ellentétes a külső térrel (annak hatását gyengíteni igyekszik – Lenz törvény)

$\vec{M} = \chi \vec{H}$ $\quad \chi < 0 \quad \chi \approx -10^{-4} \quad \mu_r = 1 + \chi \approx 0.9999$

Tehát a közegbeli indukció kisebb, mint a vákuumbeli $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ indukció.

Paramágnesek

Az atomjai rendelkeznek saját mágneses momentummal. A hőmozgásuk miatt külső tér hiányában ezek eredője nulla.



<u>Külső tér két hatás</u>: indukált mágneses momentum; saját momentumokat a tér irányába igyekszik befordítani a hőmozgás ellenében. Magasabb hőmérsékleten kevésbé tudja.

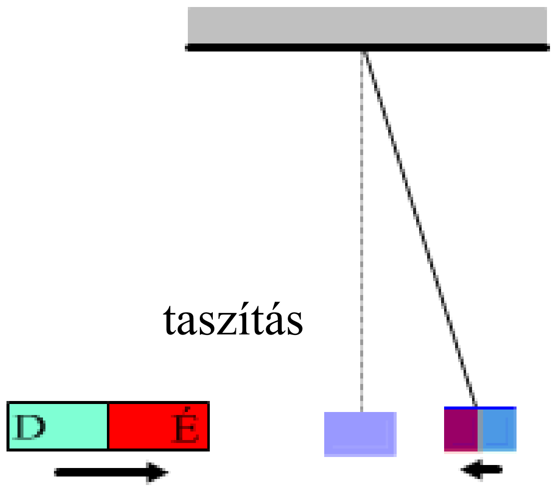
$\chi \approx 10^{-6} - 10^{-3}$

<u>Curie-törvény</u>: $\chi \sim \frac{1}{T}$

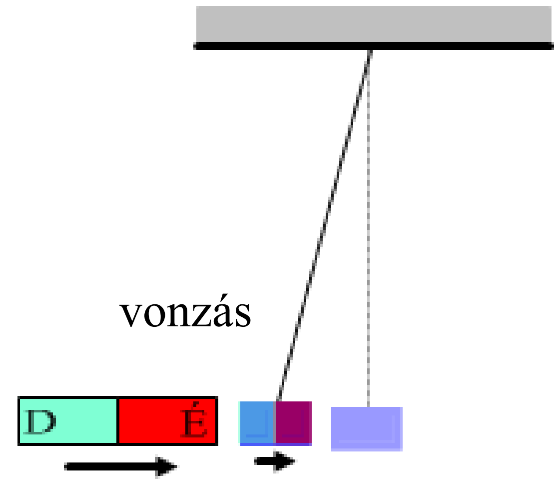
$\mu_r = 1 + \chi \approx 1.000001 - 1.001$

Dia- és Paramágnesek

<u>Diamágnesek</u>:
nemesgázok, víz, ezüst, arany, réz



<u>Paramágnesek</u>:
alkálifémek, alumínium, volfrám, oxigén



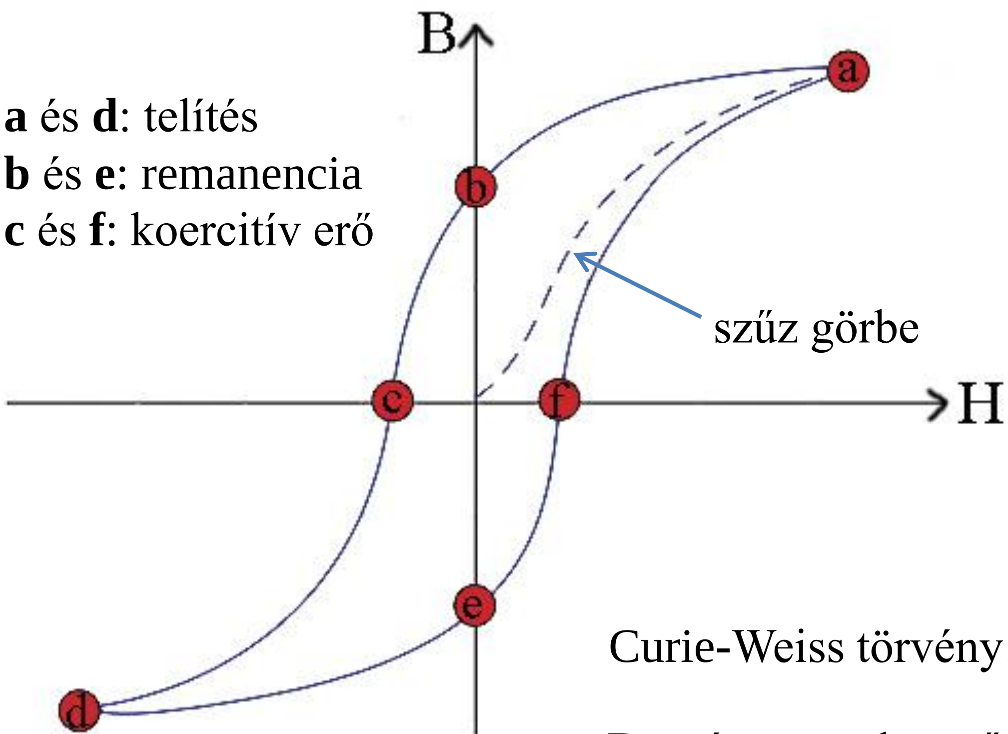
Ferromágnesek

Erősen mágnesezhető anyagok, többé-kevésbé megőrzik mágnesességüket.
pl. vas, kobalt, nikkel
A szuszceptibilitás értéke függ a külső tértől, a lineáris anyagegyenletek nem érvényesek.

$$\mu_r \approx 100 - 1000000$$

Jellemző rájuk a hiszterézis:

a és **d**: telítés
b és **e**: remanencia
c és **f**: koercitív erő



Nagy remanenciájú anyagok (kemény) használhatók permanens mágnesnek.

Kis remanenciájú (lágy) anyagok használhatók elektromágnesben és transzformátorban.

A Curie-hőmérséklet fölött a ferromágneses anyagok para-mágnesessé válnak.
Visszahűtve a szuszceptibilitás egyre növekszik.

Curie-Weiss törvény: $\chi \sim \dfrac{1}{T - T_C}$

Doménes szerkezetűek, a **domén**en belül a saját mágneses dipólmomentumok egy irányba állnak.