

Az elektromágneses indukció jelensége

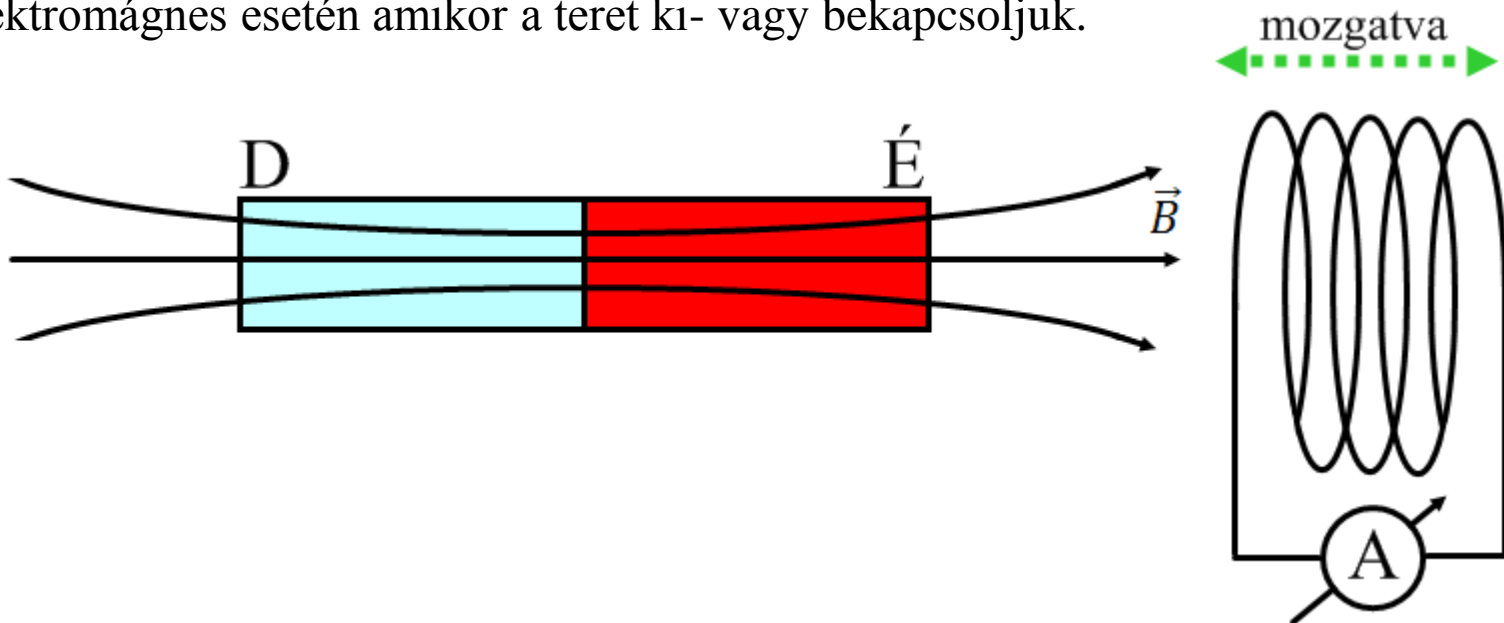
Korábban láttuk, hogy az elektromos áram hatására mágneses tér keletkezik (Ampère-féle gerjesztési törvény)

Kérdés, hogy vajon ez megfordítható-e, és a mágneses tér hatására keletkezhet-e áram:

Ha egy tekercs állandó mágneses térben nyugalomban van akkor semmi nem történik.

Viszont az árammérő kilendül akkor amikor:

- a tekercset vagy a mágnezt mozgatjuk (egymáshoz képest), illetve forgatjuk.
- elektromágnes esetén amikor a teret ki- vagy bekapcsoljuk.



Mozgási indukció

Ha egy vezetőt mágneses térben mozgatunk akkor a benne lévő töltésekre Lorentz-erő hat.

Ez az az idegen erő amely a töltések mozgatásáért felelős: $\vec{F}_* = \vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

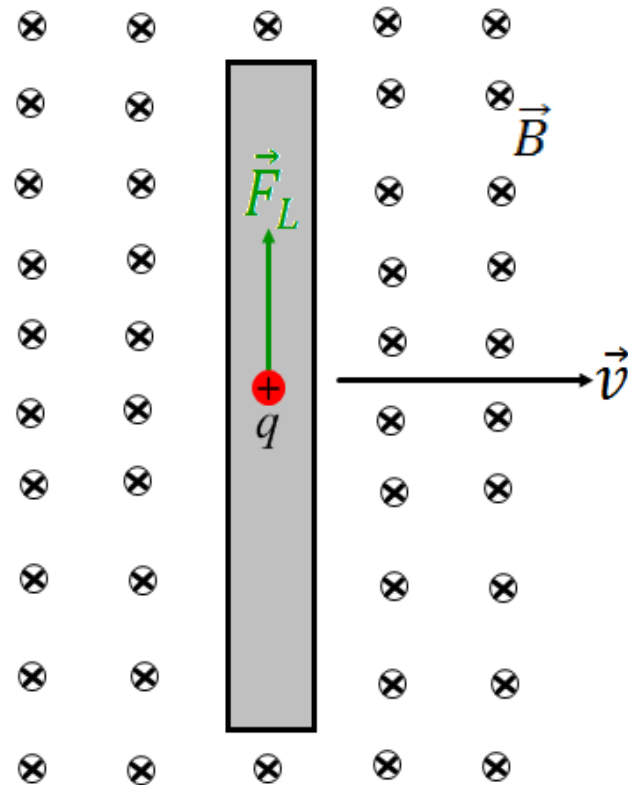
Tehát az idegen térerősség: $\vec{E}_* = \frac{\vec{F}_*}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$

A **Neumann-törvény** megadja a mozgó vezető A és B pontja között indukálódó elektromotoros erőt amint az a mágneses térben mozog:

$$\varepsilon_{AB} = \int_A^B \vec{E}_* \cdot d\vec{s} = \int_A^B (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}$$

Ebben a jobbra látható egyszerű esetben, ha a rúd hossza l , az elektromotoros erő:

$$\varepsilon = vBl$$



Alkalmazás: Lineáris generátor

Ha a mágneses térben mozgó vezető végeit összekötjük egy párhuzamos sín párral egy R ellenálláson keresztül, akkor a körben áram folyik.

Az áramerősség:
$$I = \frac{\varepsilon_{AB}}{R} = \frac{vBl}{R}$$

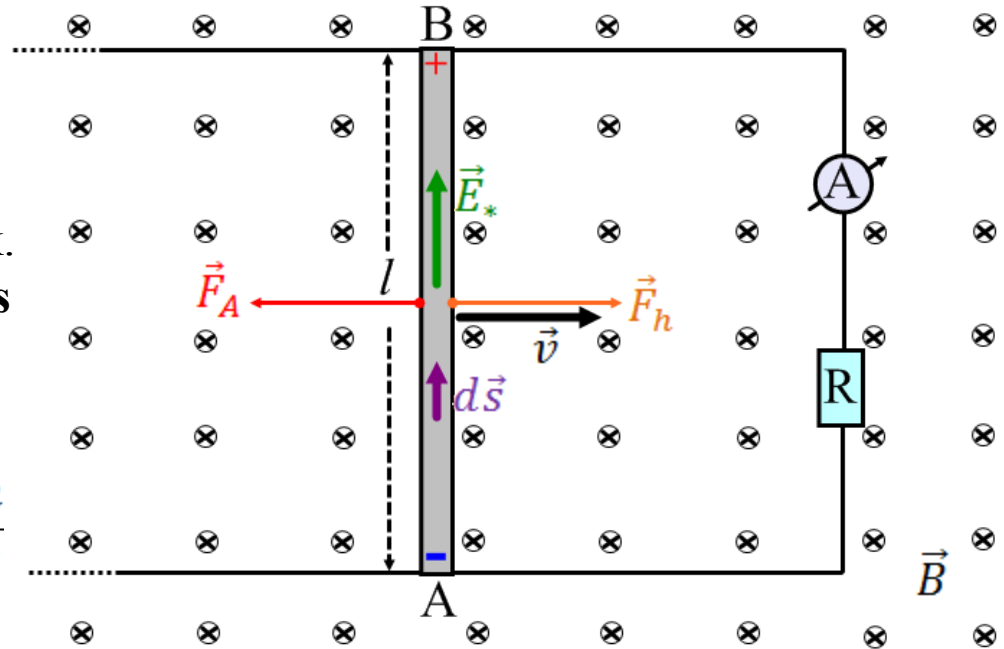
Az áramjárta vezetőre hat az Ampère-erő amit egy húzóerővel kell kompenzálnunk.
Mechanikai teljesítményből elektromos teljesítmény a fogyasztón.

Legyen h a mozgó rúd és az ellenállás közötti távolság. Ekkor: $v = -\frac{dh}{dt}$

A **mágneses indukciófluxus** ebben az egyszerű esetben: $\Phi = BA = Blh$

A mágneses indukciófluxus időderiváltja pedig:
$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = B \frac{dA}{dt} = -Blv = -\varepsilon_{AB}$$

Faraday és Lenz törvénye: $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$



Zárt vezetőhurokban indukált elektromotoros erő egyenlő a hurok által körülfogott mágneses indukciófluxus változási gyorsaságának ellentettjével (másképpen az Ampère-erő segítene!)

Alkalmazás: Váltakozó áramú generátor

Vezető keret állandó ω szögsebességgel forog egy homogén mágneses térben.

Ha kezdetben $\vec{n} \parallel \vec{B}$ akkor: $\alpha = \omega t$

A mágneses indukciófluxus az idő függvényében:

$$\Phi = \int_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = BA \cos \alpha = BA \cos \omega t$$

A Faraday-Lenz törvényt felhasználva:

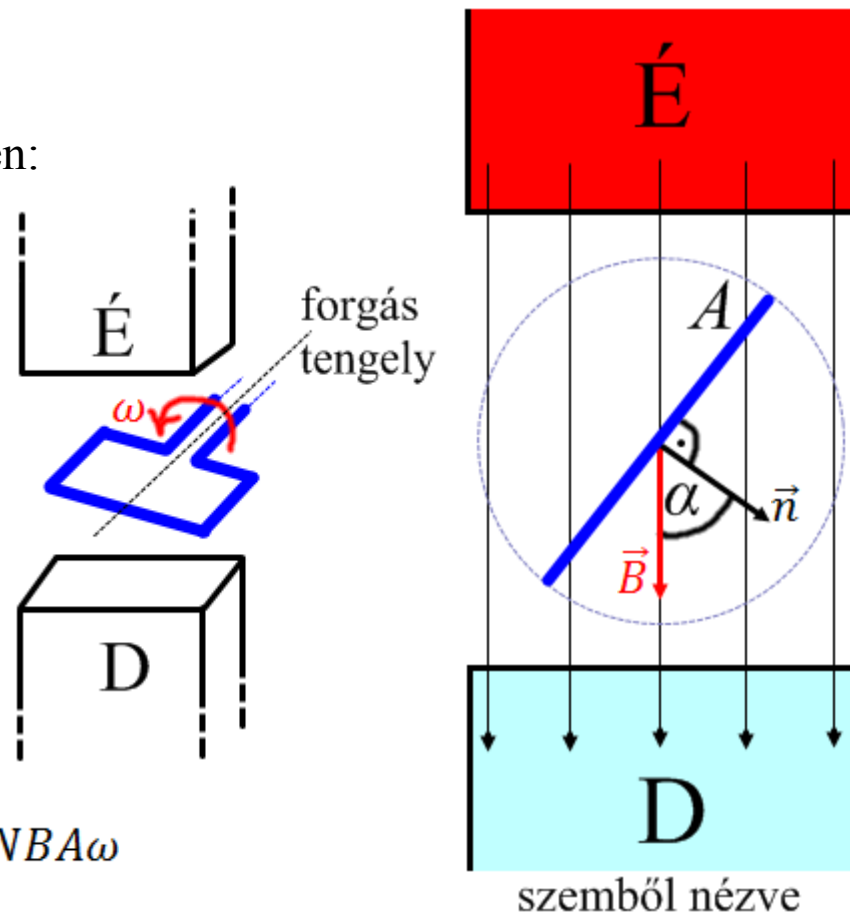
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = NBA\omega \sin \omega t$$

Ha a keret N menetből áll:

$$\varepsilon = NBA\omega \sin \omega t$$

Az elektromotoros erő maximális értéke: $\varepsilon_0 = NBA\omega$

Tehát az indukált elektromotoros erő: $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$



A feszültség és áramerősség effektív értéke

A váltakozó áram effektív értéke a hőhatás szempontjából egyenértékű stacionárius (egyen-) áramot jelenti.

Tehát egy periódusidő alatt a fogyasztón az elektromos munkavégzés megegyezik:

$$I_{eff}^2 RT = \int_0^T I^2 R dt$$

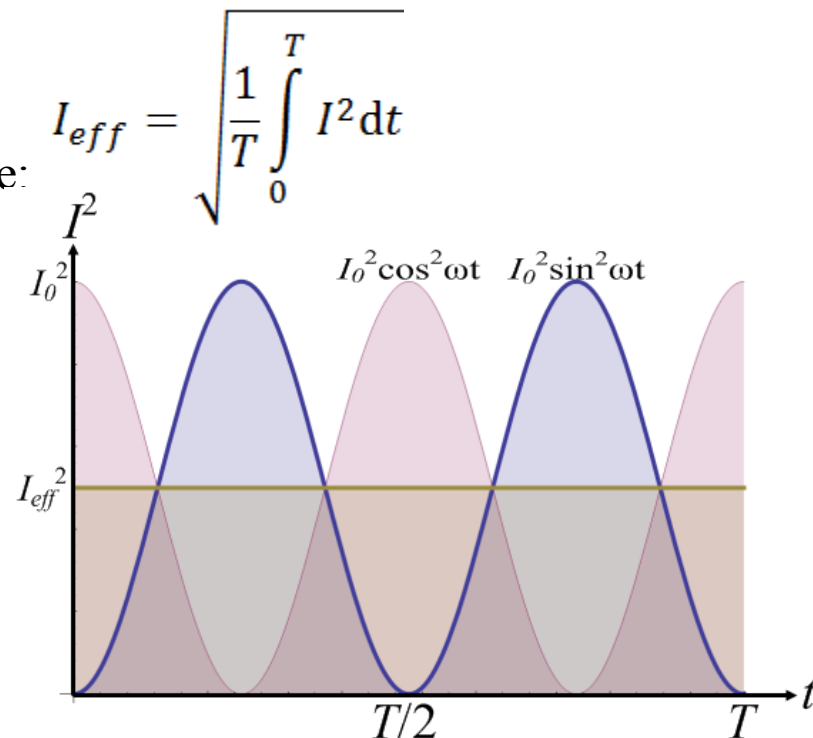
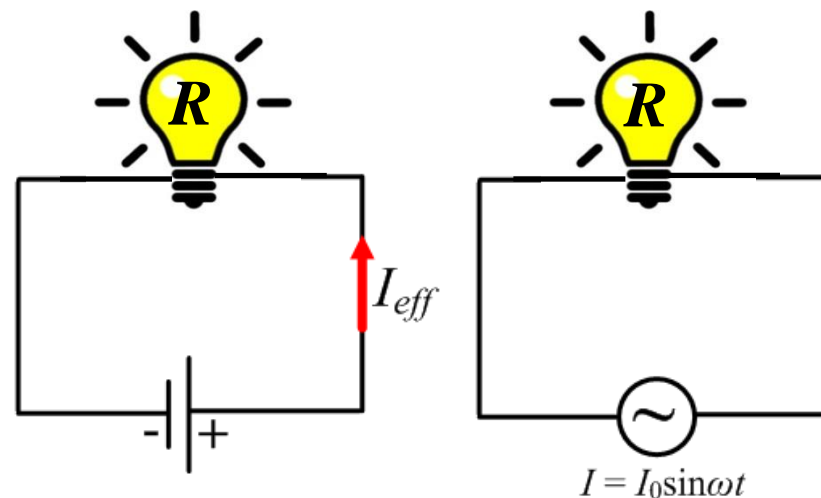
Innen R -el egyszerűsítve az effektív áramerősségre:

Szinuszosan változó áramra:

$$\int_0^T I_0^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{I_0^2}{2} \int_0^T 1 dt = \frac{I_0^2 T}{2}$$

Tehát az effektív értékekre:

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (U = IR)$$



Nyugalmi indukció - Kölcsönös indukció

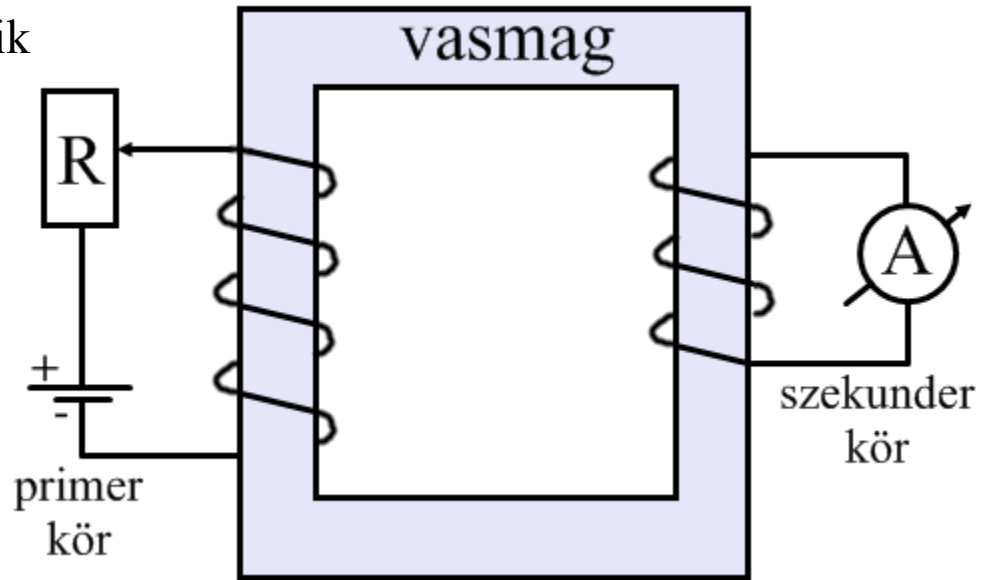
Láttuk, hogy a mágneses indukciófluxus változása elektromotoros erőt indukál.

A fluxus változhat azért, hogy:

- változik vagy elfordul a felület (mozgási indukció)
- a mágneses indukció változik (nyugalmi indukció)

$$\Phi = \int_F \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

A változtatható ellenállást állítgatva változik az áramerősség és ezáltal a mágneses indukció. Tehát változik a mágneses indukciófluxus. A vasmag biztosítja, hogy a kialakuló indukcióvonalakat szinte teljes mértékben körül fogja a szekunder tekercs. Amíg a fluxus változik addig a szekunder körben áram folyik.



A magyarázat most nem a Lorentz-erő, hisz a szekunder kör nem mozog.

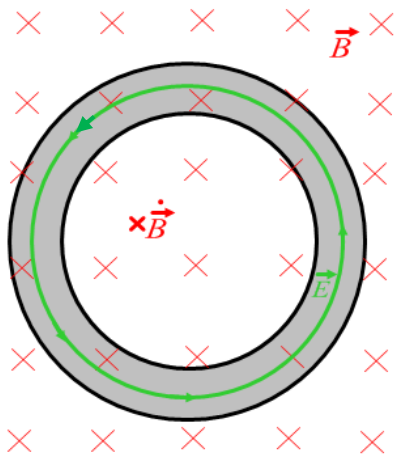
Az **időben változó mágneses tér elektromos teret indukál** és ez mozgatja a szekunder körben a töltéseket.

Ezt a jelenséget **kölcsönös indukciónak** is nevezzük.

Nyugalmi indukció - Önindukció

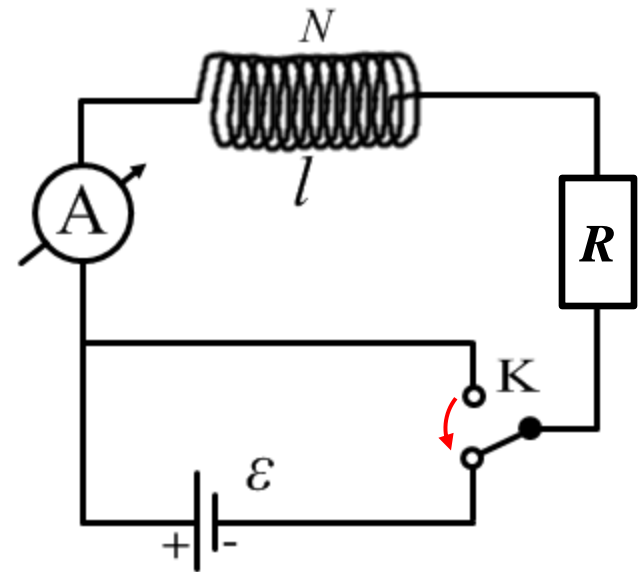
A kapcsoló segítségével a feszültséget ráadhatjuk a tekercsre. Be- és kikapcsolásnál az áramerősség nem ugrásszerűen változik. A változó áram változó mágneses teret kelt, ami egy változó fluxust okoz. Az indukált elektromotoros erő az őt létrehozó hatást próbálja gyengíteni. (**Lenz-törvénye**)

A Faraday-Lenz törvényben az indukált elektromotoros erőt kifejezve az **elektromos térerősség** zárt görbe mentén vett integráljával:



$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\oint_G \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_F \vec{B} \cdot d\vec{A}$$



Az elektromos térerősség integrálját a Stokes-tétel segítségével átalakítva felületi integrállá, majd állandó nagyon kicsi felületet véve egy pont körül megkapjuk a lokális alakot:

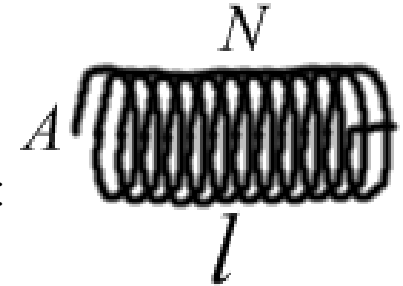
$$\oint_G \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_F \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{A} = - \int_F \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \longrightarrow \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

A változó mágneses tér által indukált elektromos térerősség örvényes (**nem konzervatív**) és forrásmentes, míg a töltések által létrehozott elektromos tér forrásos és örvénymentes.

Szolenoid önindukciós együtthatója

Múlt előadáson láttuk, hogy hosszú egyenes tekercs esetén a mágneses térerősség és indukció:

$$H = \frac{NI}{l} \quad B = \frac{\mu NI}{l}$$



Az N menetes A keresztmetszetű tekercsre a mágneses indukciófluxus:

$$\Phi = BAN = \frac{\mu NI}{l} AN = \frac{\mu N^2 A}{l} I$$

Tehát a fluxus arányos az őt létrehozó árammal. Az arányossági tényező az **önindukciós együttható** (L):

$$\Phi = \frac{\mu N^2 A}{l} I = LI \quad L = \frac{\mu N^2 A}{l} \quad [L] = \frac{Vs}{A} = \text{H(Henry)}$$

A tekercsben indukálódott elektromotoros erő: $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$

A tekercsben lévő mágneses tér energiája:

$$W_M = w_M V = \frac{1}{2} BHA l = \frac{1}{2} \mu H^2 A l = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{NI}{l} \right)^2 A l$$

$$W_M = \frac{1}{2} \frac{\mu N^2 A}{l} I^2 = \frac{1}{2} LI^2$$

Kölcsönös indukciós együttható

Szorosan csatolt szolenoidok esetén a vasmag miatt a menetenkénti mágneses-indukciófluxus ugyanaz, így a fluxusok arányosak a menetszámokkal.

A primer körre váltóáramot csatolva:

$$B_1 = \frac{\mu N_1 I_1}{l_1}$$

A szekunder tekercs fluxusa az primerben folyó áram miatt (A ugyanaz):

$$\Phi_{12} = B_1 N_2 A = \frac{\mu N_1 N_2 A I_1}{l_1} = L_{12} I_1$$

A szekunder körben indukálódott elektromotoros erő: $\varepsilon_{12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}$

Szerepeket megcserélve kapnánk: $\Phi_{21} = B_2 N_1 A = \frac{\mu N_2 N_1 A I_2}{l_2} = L_{21} I_2$

Látható, hogy ha $l_1 = l_2$ akkor $L_{12} = L_{21} = M$ (**kölcsönös indukciós együttható**).

