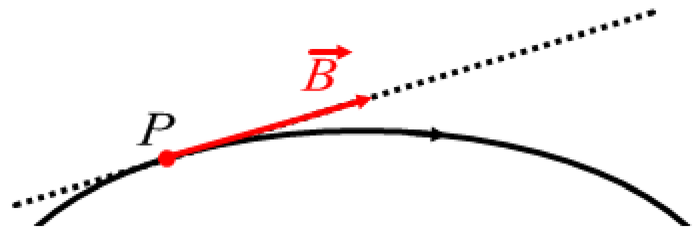
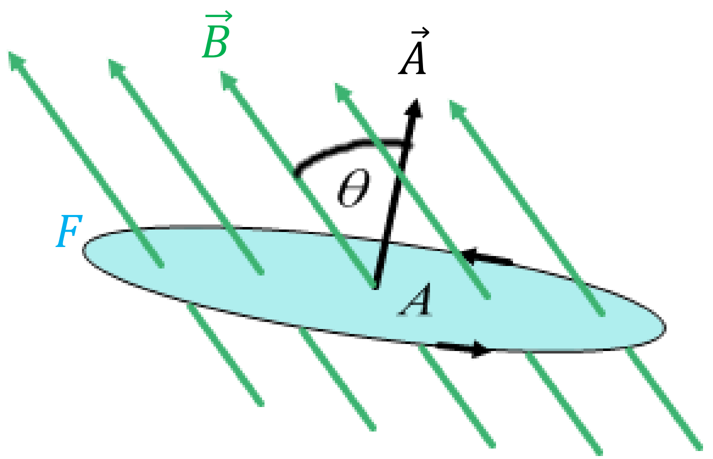
Mágneses-indukciófluxus

A mágneses mező szemléltetésére a mágneses **indukcióvonalakat** használjuk. Ezek olyan irányított görbék, amelyeknek érintője egyirányú az érintési pontbeli mágneses indukcióvektorral.



A mágneses indukció nagyságát az indukcióvonalak sűrűsége jellemzi.
A vonalakra merőlegesen állított egységnyi felületen éppen annyi indukcióvonal halad át, mint amennyi ott az indukció mérőszáma.

Mágneses-indkciófluxus: Megadja a felületet átdöfő indukcióvonalak előjeles számát.



Ha az indukció a felület mentén homogén:

$$\Phi = BA\cos\theta = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

Mértékegysége: $\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}\mathrm{m}^2 = \mathrm{Vs} = \mathrm{Wb}$ (weber)

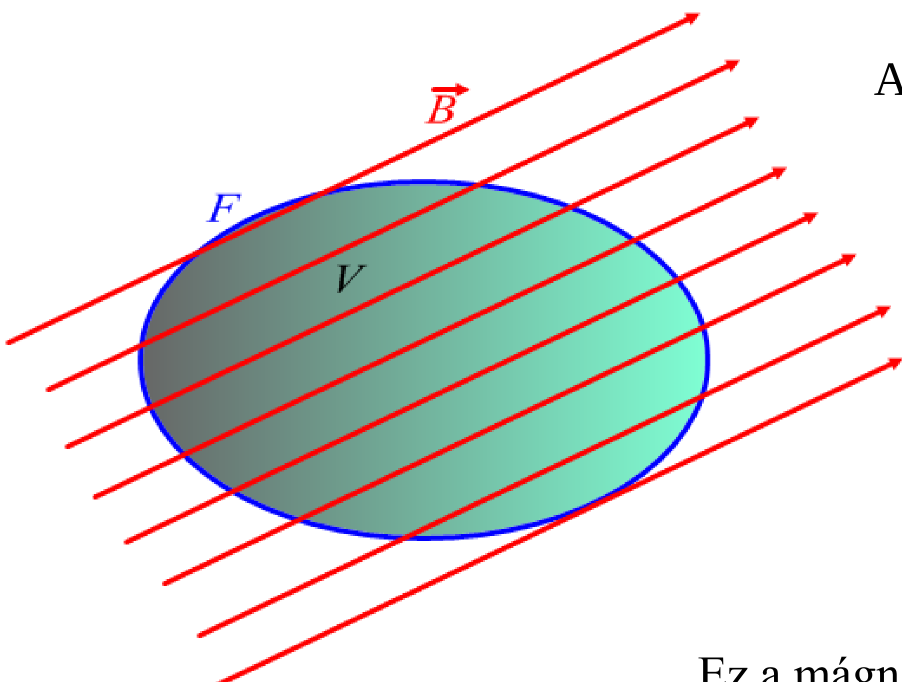
Ha nem homogén az indukció, és/vagy nem sík a felület, akkor a felületet kicsi darabokra bontjuk és a járulékokat összegezzük:

$$\Phi = \int_F \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

Mágneses Gauss-törvény

Mivel mágneses töltések (monopólusok) nem léteznek (a térnek nincsenek forrásai), így a zárt felületre számított mágneses-indukciófluxus zérus. A térfogatba bemenő indukcióvonalak száma megegyezik a kijövő vonalak számával.

A mágneses Gauss-törvény integrális alakja: $$\oint_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



A Gauss-Osztogradszkíj tétel alkalmazásával:

$$0 = \oint_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_V \left(\nabla \cdot \vec{B}\right) dV$$

Mivel ez egy tetszőleges P pont körüli tetszőlegesen kicsi térfogatra igaz, csak úgy teljesülhet, ha a tetszőleges P pontban:

$$\operatorname{div} \vec{B} = \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Ez a mágneses Gauss-tétel differenciális (lokális) alakja.
A mágneses tér forráserőssége bármely pontban nulla.

A mágneses indukcióvonalaknak nincs kezdetük és nincs végük, önmagukba záródnak.
A mágneses tér forrásmentes, viszont örvényes.

Mágnesezettség és mágneses térerősség

Az anyagok mágneses tulajdonságai túlnyomó részben az elektronok mágneses dipólmomentumára vezethetők vissza:

1. Az atommag körül mozgó elektron kicsiny köráramnak tekinthető
2. Saját mágneses momentuma is van ami a spinből adódik

A mágneses polarizáció során ezek az atomi dipólmomentumok igyekeznek egy irányba (külső tér irányába) beállni és ezáltal erősíteni egymás hatását.

A **mágnesezettség** vektor a *P* pontban megadja az egységnyi térfogatra jutó mágneses dipólmomentumot:

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i}{\Delta V} \qquad [M] = \frac{\mathrm{Am}^2}{\mathrm{m}^3} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

A **mágneses térerősség** a $\vec{B}$ és az $\vec{M}$ vektorok lineáris kombinációjaként definiált:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad [H] = [M] = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

ahol $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$ a vákuum permeabilitása.

Anyagegyenlet

Az anyagegyenlet megadja az $\vec{M}$ mágnesezettség és a mágnesező tér $\vec{B}$ indukciója közötti kapcsolatot. Első közelítésben lineáris kapcsolatot feltételezünk.

Amennyiben $\vec{B} \sim \vec{M}$ akkor $\vec{H} \sim \vec{M}$ is igaz. Legtöbb izotróp közegben a lineáris

anyagegyenlet teljesül, vagyis $\vec{H} \parallel \vec{M}$ és $\vec{H} \sim \vec{M}$

Az arányossági tényező a χ mágneses szuszceptibilitás: $\vec{M} = \chi \vec{H}$

Ezt felhasználva a mágneses indukcióra:

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right) = \mu_0\left(\vec{H} + \chi\vec{H}\right) = \mu_0(\chi + 1)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H}$$

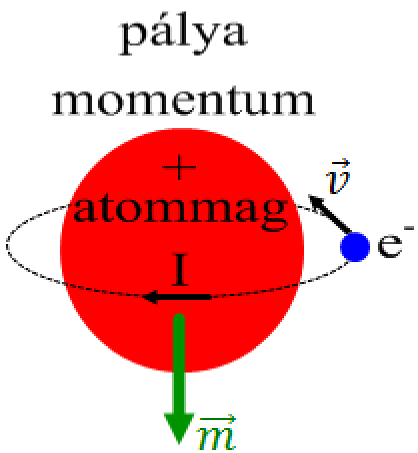
Ahol $\mu_r = \chi + 1$ a relatív permeabilitás, és

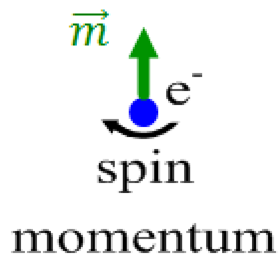
a $\mu = \mu_0\mu_r$ az abszolút permeabilitás.

Anyagok mágneses tulajdonsága

Három fő csoportba sorolhatók:
- diamágnesek
- paramágnesek
- ferromágnesek

Az atomok mágneses tulajdonságaiért főleg az elektronok felelősek:

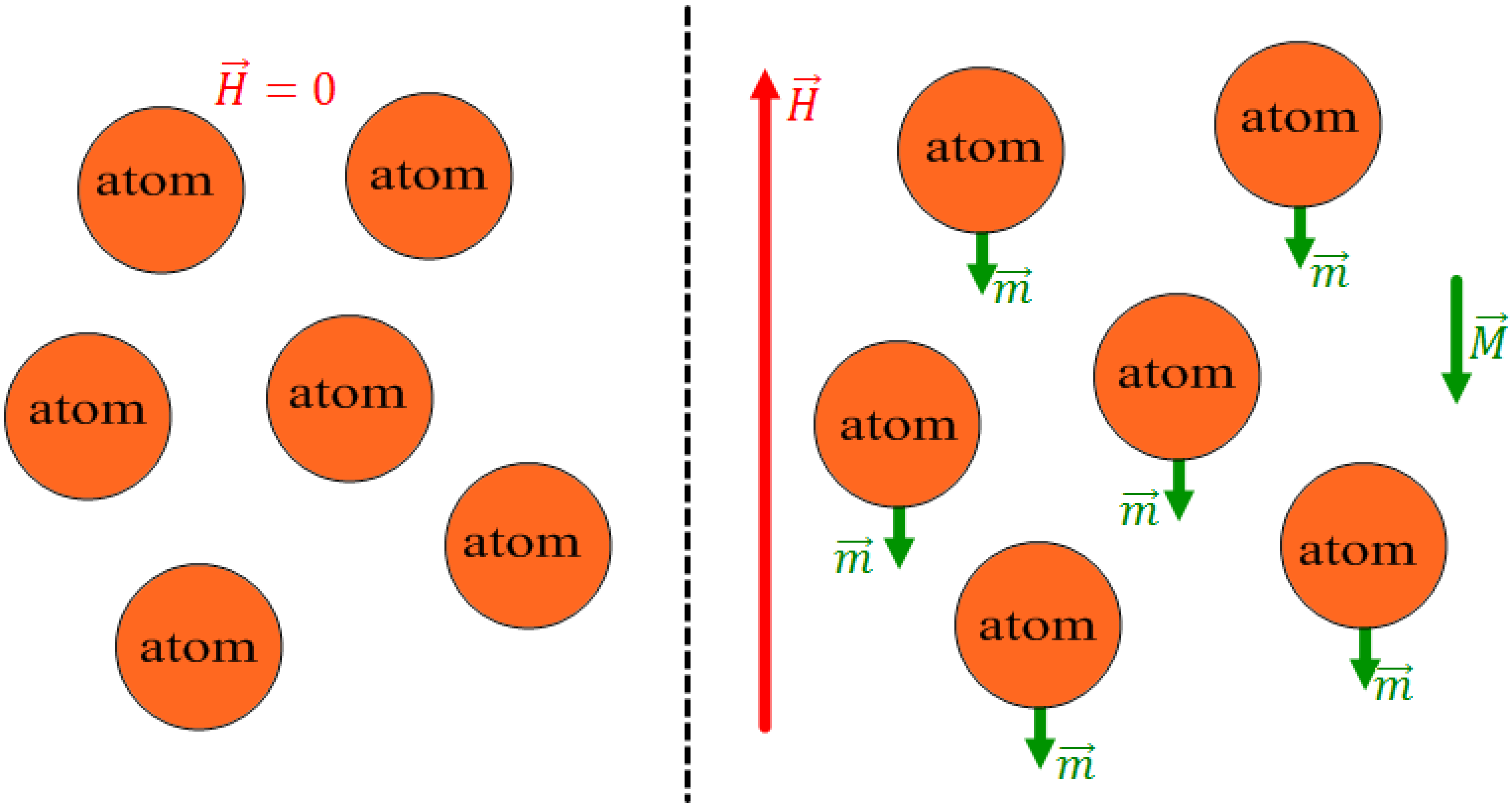




Speciális esetben (zárt elektronhéj esetén) ezek kiejthetik egymást, és ekkor az atom nem rendelkezik saját mágneses momentummal.

Diamágnesek

Diamágneses anyagok atomjai nem rendelkeznek saját mágneses momentummal.



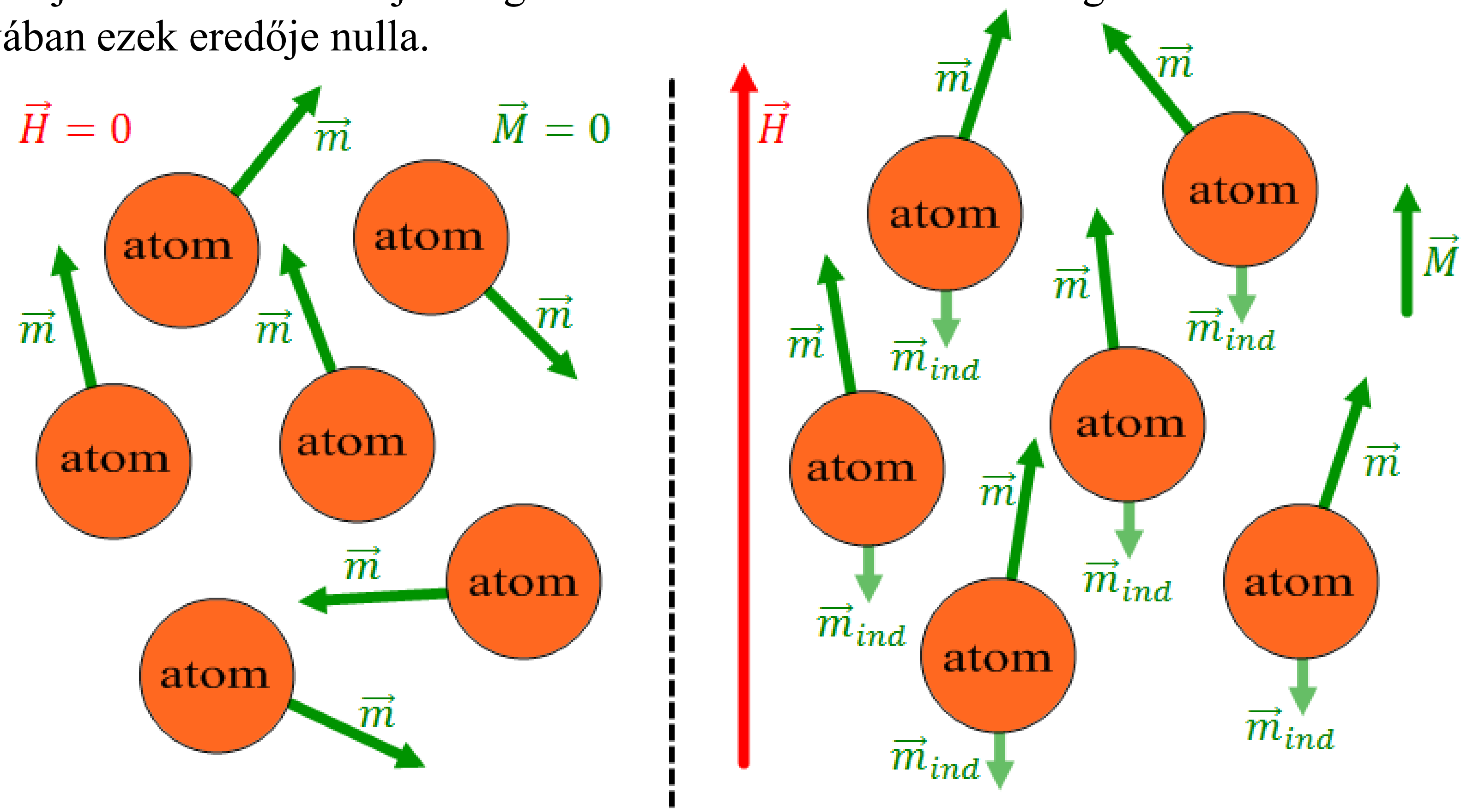
Külső mágneses tér hatására az atomokban mágneses momentum indukálódik.
Ezek iránya ellentétes a külső térrel (annak hatását gyengíteni igyekszik – Lenz törvény)

$\vec{M} = \chi \vec{H}$ $\quad \chi < 0 \quad \chi \approx -10^{-4} \quad \mu_r = 1 + \chi \approx 0.9999$ BÉKA VIDEÓ!

Tehát a közegbeli indukció kisebb, mint a vákuumbeli $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ indukció.

Paramágnesek

Az atomjai rendelkeznek saját mágneses momentummal. A hőmozgásuk miatt külső tér hiányában ezek eredője nulla.



<u>Külső tér két hatás</u>: indukált mágneses momentum; saját momentumokat a tér irányába igyekszik befordítani a hőmozgás ellenében. Magasabb hőmérsékleten kevésbé tudja.

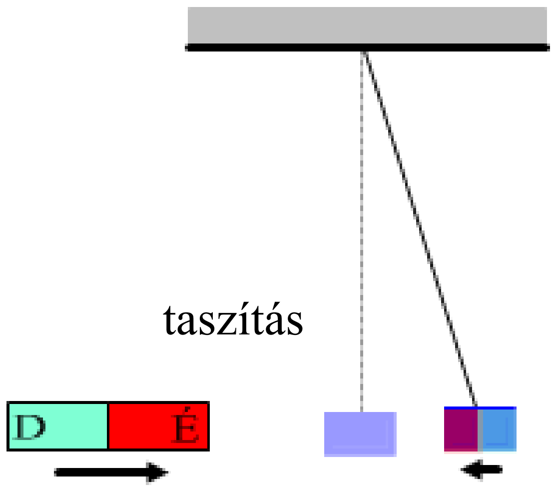
$\chi \approx 10^{-6} - 10^{-3}$

<u>Curie-törvény</u>: $\chi \sim \frac{1}{T}$

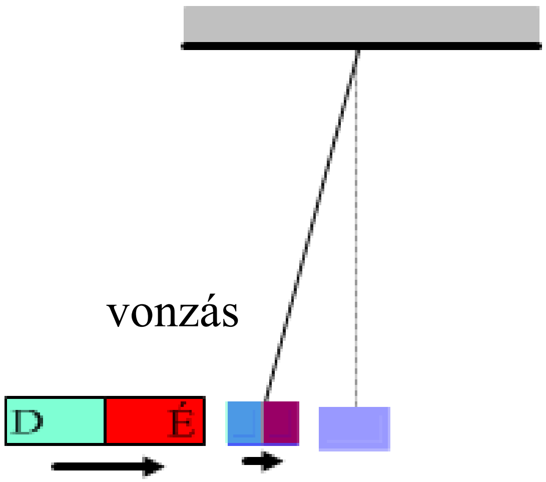
$\mu_r = 1 + \chi \approx 1.000001 - 1.001$

Dia- és Paramágnesek

Diamágnesek:
nemesgázok, víz, ezüst, arany, réz



Paramágnesek:
alkálifémek, alumínium, volfrám, oxigén



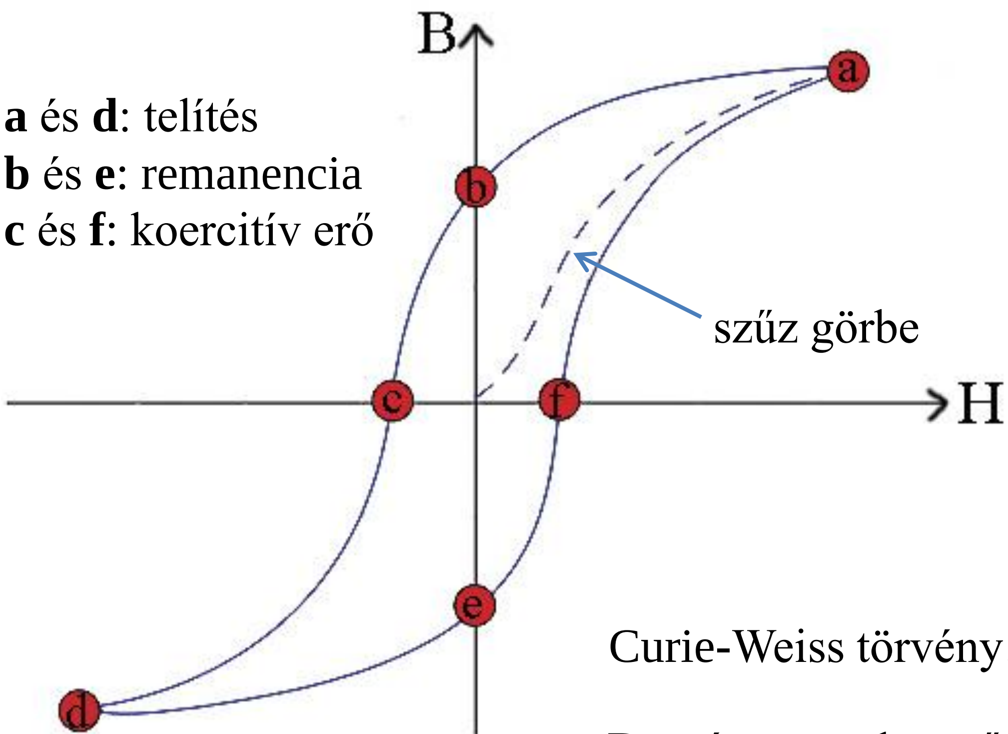
Ferromágnesek

Erősen mágnesezhető anyagok, többé-kevésbé megőrzik mágnesességüket.
pl. vas, kobalt, nikkel
A szuszceptibilitás értéke függ a külső tértől, a lineáris anyagegyenletek nem érvényesek.

$$\mu_r \approx 100 - 1000000$$

Jellemző rájuk a hiszterézis:

a és **d**: telítés
b és **e**: remanencia
c és **f**: koercitív erő



Nagy remanenciájú anyagok (kemény) használhatók permanens mágnesnek.

Kis remanenciájú (lágy) anyagok használhatók elektromágnesben és transzformároban.

A Curie-hőmérséklet fölött a ferromágneses anyagok para-mágnesessé válnak. Visszahűtve a szuszceptibilitás egyre növekszik.

Curie-Weiss törvény: $\chi \sim \dfrac{1}{T - T_C}$

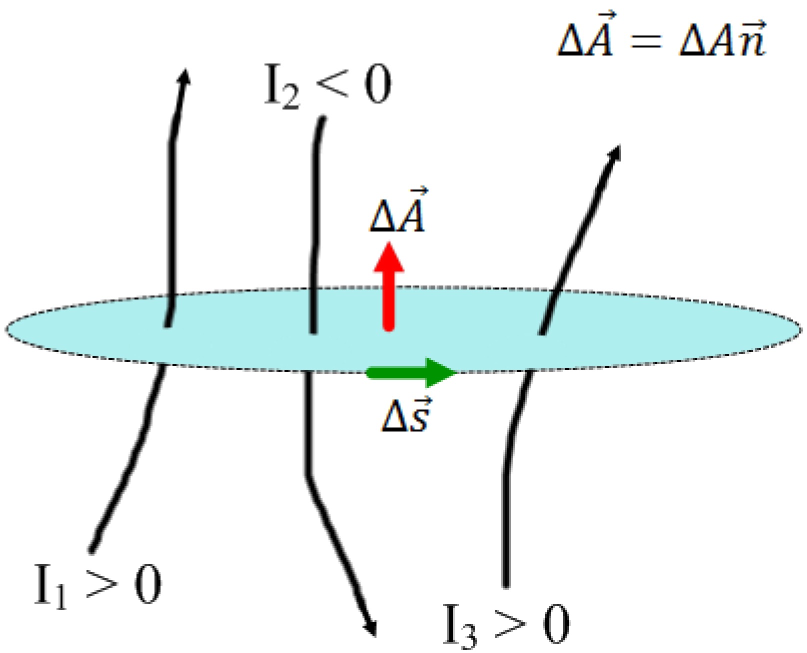
Doménes szerkezetűek, a **domén**en belül a saját mágneses dipólmomentumok egy irányba állnak.

Az Ampère-féle gerjesztési törvény

Mozgó töltések (áramok) mágneses teret hoznak létre.

Vékony vonalas vezetőkre a mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő a görbe által határolt tetszőleges felületen áthaladó áramok előjeles összegével.

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_i I_i$$



A normális irányába átfolyó áram **pozitív**.

$\Delta\vec{s}$ és $\vec{n}$ irányát a jobbcsavar szabály kapcsolja össze.

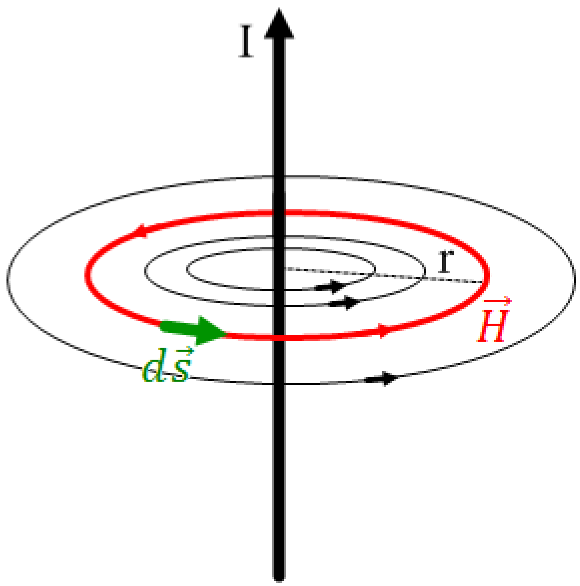
A felületen átfolyó áram általánosan:

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_F \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

Innen az Ampère-féle gerjesztési törvény differenciális (lokális) alakja:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j}$$

Alkalmazás: végtelen egyenes vezető tere

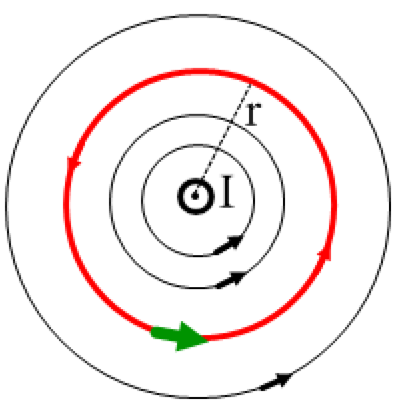


$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$$

Hengerszimmetria miatt: A térerősség nagysága csak az r távolságtól függ, iránya pedig tangenciális.

$$d\vec{s} \parallel \vec{H}$$

Tehát: $\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \oint_G ds = H2r\pi$

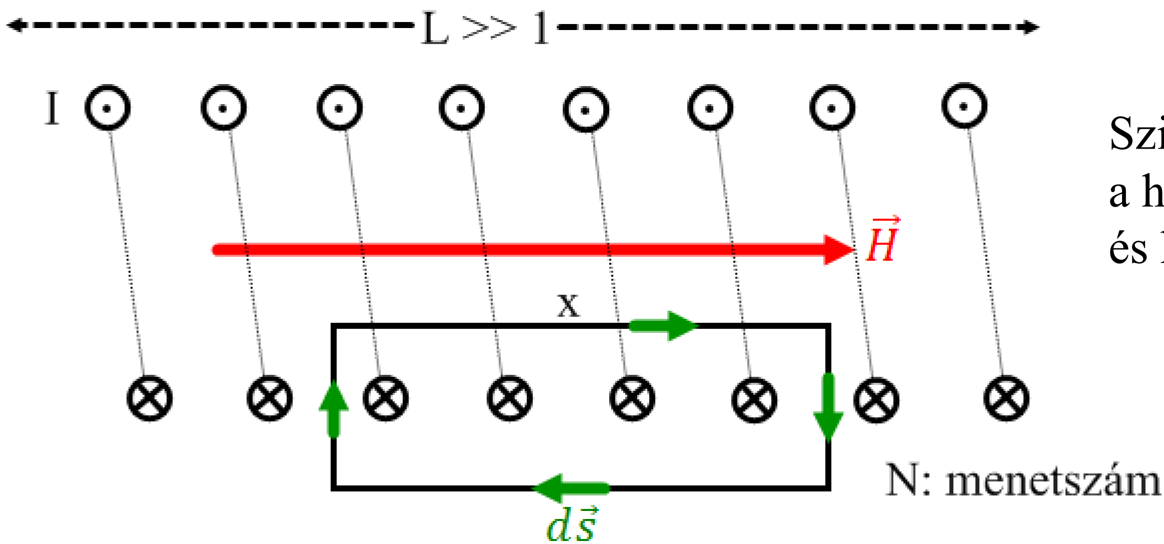


$$H2r\pi = I$$

$$H = \frac{I}{2r\pi}$$

Vákuumban vagy levegőben pedig: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2r\pi}$

Alkalmazás: „végtelen” hosszú egyenes tekercs tere



Szimmetria miatt: A térerősség a hossztengellyel párhuzamos, és homogén. Kívül nulla.

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = Hx$$

$$\sum_i I_i = \frac{NI}{L} x$$

$$Hx = \frac{NIx}{L} \qquad H = \frac{NI}{L}$$

Vákuumban vagy levegőben pedig: $B = \mu_0 \frac{NI}{L}$

Ha a tekercsben valamilyen más anyag van: $B = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{L}$

Elektromágneses indukció

Az elektromágneses indukció jelensége

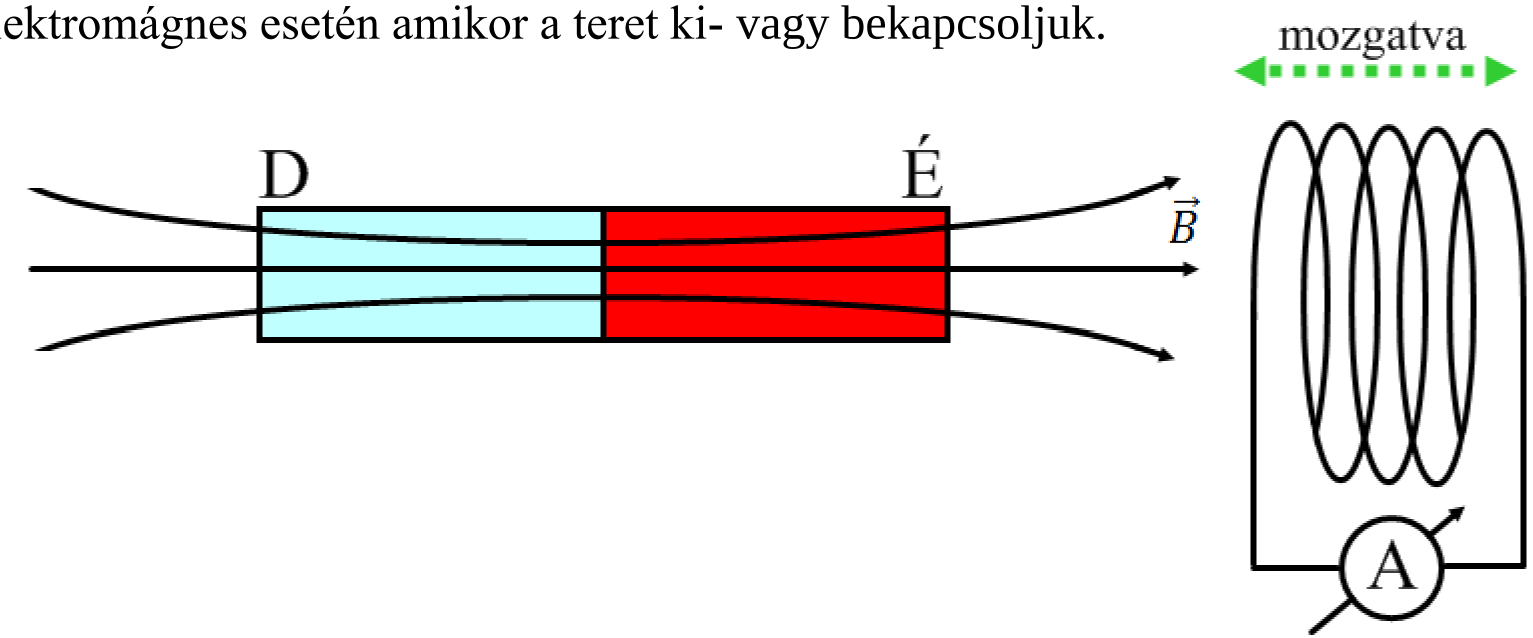
Korábban láttuk, hogy az elektromos áram hatására mágneses tér keletkezik (Ampère-féle gerjesztési törvény)

Kérdés, hogy vajon ez megfordítható-e, és a mágneses tér hatására keletkezhet-e áram:

Ha egy tekercs állandó mágneses térben nyugalomban van akkor semmi nem történik.

<u>Viszont az árammérő kilendül akkor amikor</u>:

- a tekercset vagy a mágnest mozgatjuk (egymáshoz képest), illetve forgatjuk.
- elektromágnes esetén amikor a teret ki- vagy bekapcsoljuk.



Mozgási indukció

Ha egy vezetőt mágneses térben mozgatunk akkor a benne lévő töltésekre Lorentz-erő hat.

Ez az az idegen erő amely a töltések mozgatásáért felelős: $\vec{F}_* = \vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

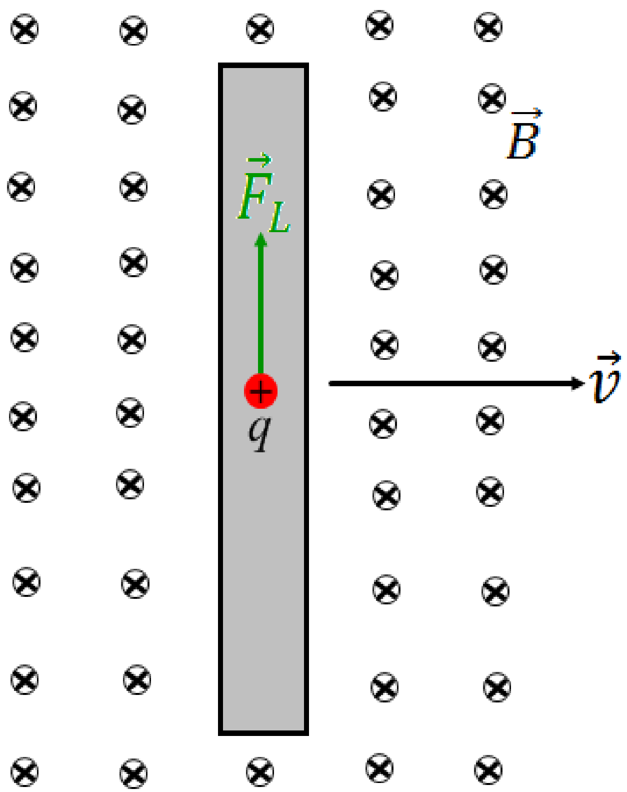
Tehát az idegen térerősség: $\vec{E}_* = \dfrac{\vec{F}_*}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$

A **Neumann-törvény** megadja a mozgó vezető A és B pontja között indukálódó elektromotoros erőt amint az a mágneses térben mozog:

$$\varepsilon_{AB} = \int_A^B \vec{E}_* \cdot d\vec{s} = \int_A^B \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{s}$$

Ebben a jobbra látható egyszerű esetben, ha a rúd hossza l, az elektromotoros erő:

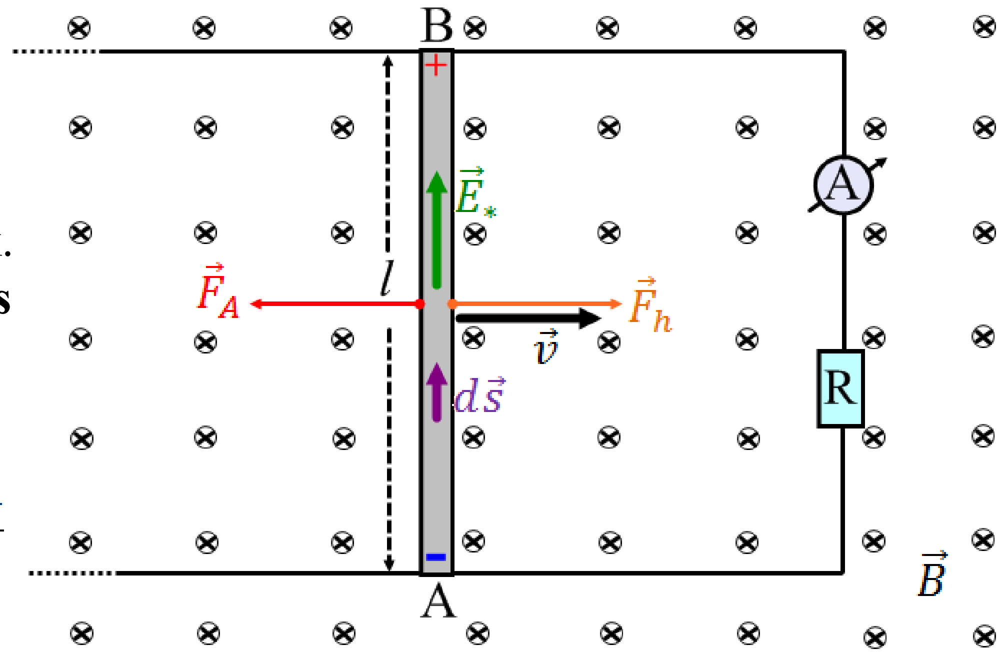
$$\varepsilon = vBl$$



Alkalmazás: Lineáris generátor

Ha a mágneses térben mozgó vezető végeit összekötjük egy párhuzamos sínpárral egy R ellenálláson keresztül, akkor a körben áram folyik.

Az áramerősség: $I = \frac{\varepsilon_{AB}}{R} = \frac{vBl}{R}$



Az áramjárta vezetőre hat az Ampère-erő amit egy húzóerővel kell kompenzálnunk. **Mechanikai teljesítményből elektromos teljesítmény a fogyasztón.**

Legyen h a mozgó rúd és az ellenállás közötti távolság. Ekkor: $v = -\frac{dh}{dt}$

A **mágneses indukciófluxus** ebben az egyszerű esetben: $\Phi = BA = Blh$

A mágneses indukciófluxus időderiváltja pedig: $\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}} = \frac{d(BA)}{dt} = B\frac{dA}{dt} = -Blv = -\varepsilon_{AB}$

Faraday és Lenz törvénye: $\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}}$

Példa: 18

Zárt vezetőhurokban indukált elektromotoros erő egyenlő a hurok által körülfogott mágneses indukciófluxus változási gyorsaságának ellentettjével (másképpen az Ampère-erő segítene!)

Alkalmazás: Váltakozó áramú generátor

Vezető keret állandó ω szögsebességgel forog egy homogén mágneses térben.

Ha kezdetben $\vec{n} \parallel \vec{B}$ akkor: $\alpha = \omega t$

A mágneses indukciófluxus az idő függvényében:

$$\Phi = \int_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = BA\cos\alpha = BA\cos\omega t$$

A Faraday-Lenz törvényt felhasználva:

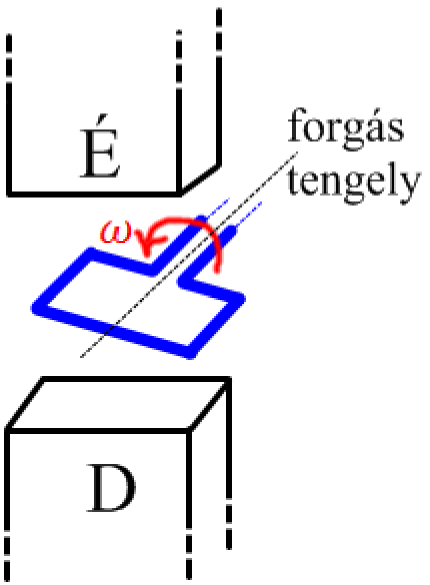
$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}} = BA\omega \sin\omega t$$

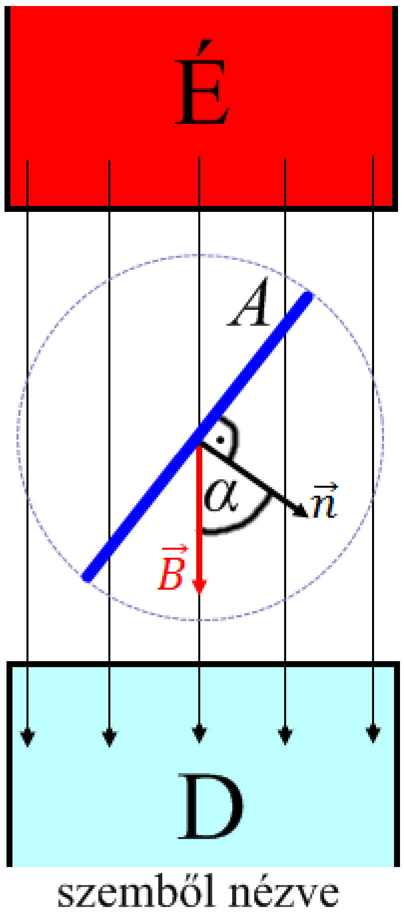
Ha a keret N menetből áll:

$$\varepsilon = NBA\omega \sin\omega t$$

Az elektromotoros erő maximális értéke: $\varepsilon_0 = NBA\omega$

Tehát az indukált elektromotoros erő: $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$



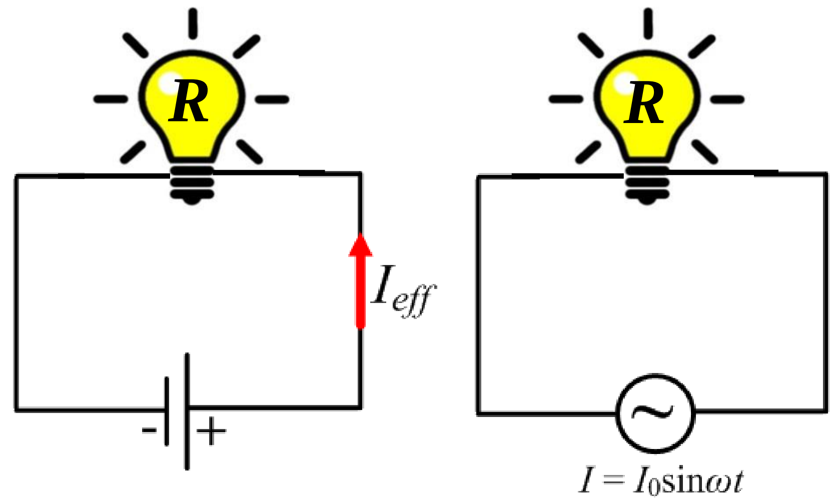


ANIMÁCIÓ!

Példa: 19

A feszültség és áramerősség effektív értéke *

A váltakozó áram effektív értéke a hőhatás szempontjából egyenértékű stacionárius (egyen-) áramot jelenti.



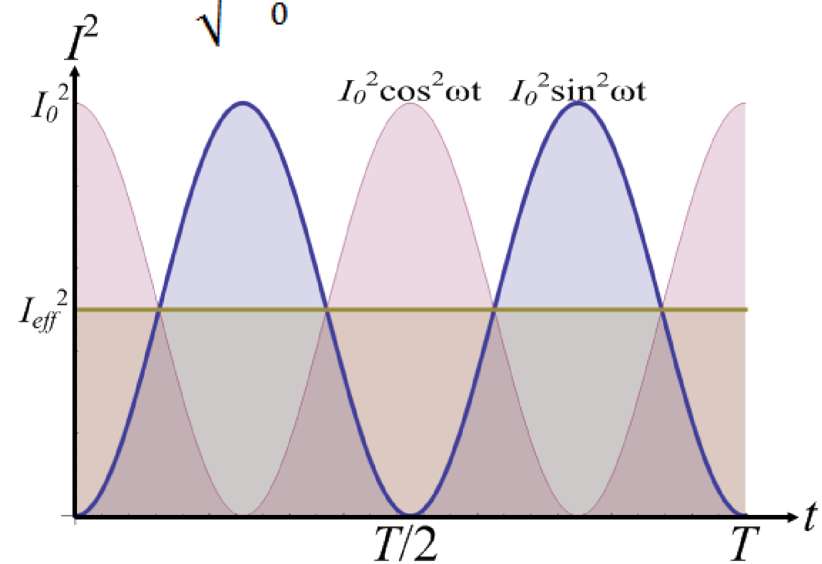
Tehát egy periódusidő alatt a fogyasztón az elektromos munkavégzés megegyezik:

$$I_{eff}{}^2 RT = \int_0^T I^2 R \mathrm{d}t$$

Innen *R*-el egyszerűsítve az effektív áramerősségre: $I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I^2 \mathrm{d}t}$

Szinuszosan változó áramra:

$$\int_0^T I_0{}^2 \sin^2 \omega t \, \mathrm{d}t = \frac{I_0{}^2}{2}\int_0^T 1 \mathrm{d}t = \frac{I_0{}^2 T}{2}$$



Tehát az effektív értékekre:

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \qquad U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad (U = IR)$$