

75. Ideális gáznak tekinthető CO₂-vel három szakaszból álló körfolyamatot végeztünk. Először i) adiabatikusan összenyomjuk abba az állapotba, ahol $p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_2 = 0,6 \text{ m}^3$, $T_2 = 400 \text{ K}$. Majd ii) a gáz állandó hőmérsékleten eredeti V_1 térfogatára tágul, miközben nyomása $p_3 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ -ra csökken. Végül iii) a gáz állandó térfogat mellett lehűl a kezdeti hőmérsékletre.

(a) Mekkora a kezdeti V_1 térfogat és T_1 hőmérséklet?

(b) Mekkora munkát végzett és mennyi hőt adott le a gáz a ii) és a iii) szakaszban?

(c) Mennyi az entrópia-változás az izoterm szakaszban?

$$(0,8 \text{ m}^3, 356,5 \text{ K}, W_{ii}^* = 34,5 \text{ kJ} = Q_{ii}, W_{iii}^* = 0, Q_{iii}^* = 32,6 \text{ kJ}, 86,3 \text{ J/K})$$

$$\begin{array}{l} V_1 = ? \\ T_1 = ? \\ p_1 \end{array} \xrightarrow[\text{i)}]{\text{adiab.}} \begin{array}{l} V_2 = 0,6 \text{ m}^3 \\ T_2 = 400 \text{ K} \\ p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{array} \xrightarrow[\text{ii)}]{\text{izoterm}} \begin{array}{l} V_3 = V_1 = ? \\ T_3 = T_2 = 400 \text{ K} \\ p_3 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{array} \xrightarrow[\text{iii)}]{\text{izochor}} \begin{array}{l} V_1 \\ T_1 \\ p_1 \end{array}$$

Az CO₂ lineáris molekula, ezért $f = 5$ és $\kappa = \frac{f+2}{f} = \frac{7}{5} = 1,4$

a.) Az izoterm folyamatra $T_3 = T_2 = T$, tehát

$$\left. \begin{array}{l} p_2 V_2 = nRT \\ p_3 V_3 = nRT \end{array} \right\} \rightarrow p_2 V_2 = p_3 V_3 \quad (\text{Boyle-Mariott tv.})$$

$$V_3 = \frac{p_2}{p_3} V_2 = \frac{2}{1,5} \cdot 0,6 \text{ m}^3 = \underline{\underline{0,8 \text{ m}^3}}$$

Az adiabatikus folyamatra pedig felírhatjuk a második

Poisson egyenletet: $T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}$

$$T_1 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1} = 400 \text{ K} \left(\frac{0,6}{0,8} \right)^{0,4} = \underline{\underline{356,5 \text{ K}}}$$

b.) $\delta W_g = p dV$

Az ii) az izoterm folyamat, itt integrálni kell, az iii) folyamat izochor, tehát $\Delta V = 0$ miatt a munka is nulla.

$$pV = nRT = \text{állandó} = p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow p = \frac{p_2 V_2}{V}$$

$$W_{g23} = p_2 V_2 \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} = p_2 V_2 [\ln V]_{V_2}^{V_3} = p_2 V_2 \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)$$

$$(\Delta T = 0) \quad W_{23} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,6 \text{ m}^3 \cdot \ln \left(\frac{0,8}{0,6} \right) = \underline{\underline{34522 \text{ J}}}$$

$$\Delta E_{b23} = 0 = Q_{23} + W_{23} \rightarrow Q_{b23} = -Q_{23} = W_{23} = \underline{\underline{34522 \text{ J}}}$$

Az izochor szakaszban tehát a munka nulla:

$$W_{31} = 0 \rightarrow \Delta E_{b31} = Q_{31} \text{ a hőtan I. főtételéből}$$

Először még ki kell számolni p_1 -et az izochor $3 \rightarrow 1$ folyamatból:

$$\left. \begin{aligned} V_3 = V_1 = V &\rightarrow p_3 V = nRT_3 \\ p_1 V = nRT_1 &\end{aligned} \right\} \cdot \frac{p_1}{p_3} = \frac{T_1}{T_3}$$

$$p_1 = p_3 \cdot \frac{T_1}{T_3} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{356,5 \text{ K}}{400 \text{ K}}$$

$$\underline{\underline{p_1 = 1,337 \cdot 10^5 \text{ Pa}}}$$

A belső energia változása: ($V_1 = V_3$)

$$\Delta E_{b31} = E_{b1} - E_{b3} = \frac{f}{2} p_1 V_1 - \frac{f}{2} p_3 V_3 = \frac{f}{2} V_1 (p_1 - p_3) = \frac{5}{2} \cdot 0,8 \text{ m}^3 (1,337 - 1,5) \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Delta E_{b31} = -32600 \text{ J} = Q_{31} = -Q_{e31}$$

$$\text{Tehát: } \underline{\underline{Q_{e31} = 32600 \text{ J}}}$$

c.) Az entrópia változás: $ds = \frac{\delta Q}{T}$

Izoterm folyamatra $T = \text{állandó}$, így nem kell integrálni, írhatjuk a teljes entrópiaváltozást: $\Delta S_{23} = \frac{Q_{23}}{T_2} \quad (T_2 = T_3)$

$$\text{Tehát } \Delta S_{23} = \frac{-34522 \text{ J}}{400 \text{ K}} = \underline{\underline{-86,31 \frac{\text{J}}{\text{K}}}}$$