68. 5 mol, kezdetben 2 liter térfogatú nitrogénnel három szakaszból álló körfolyamatot végeztetünk. Először állandó hőmérsékleten összenyomjuk az eredeti térfogatának a felé-re, majd a gáz állandó nyomáson eredeti térfogatára tágul, miközben hőmérséklete $T = 300$ K-re emelkedik. Ezután a gáz állandó térfogat mellett lehűl a kezdeti hőmérsékletre.

(a) Mekkora ez a kezdeti hőmérséklet? (150K)

(b) Rajzoljuk fel a körfolyamatot a pV, a pT és a VT síkon.

(c) Mennyivel változik az egyes részfolyamatokban a gáz belső energiája és entrópiája, mekkora munkát végzett, mennyi hőt adott le a gáz?

(d) Mekkora a gáz nettó munkavégzése az egész ciklusra és mennyi a nettó hőfelvétel?

(e) Mekkora lenne ennek a hőerőgépnek a hatásfoka, ha munkavégzésre használnánk ezt a körfolyamatot?

$n = 5\,\text{mol}$

$$\begin{matrix} V_1 = 2\,l = 0{,}002\,m^3 \\ T_1 = ? \\ p_1 \end{matrix} \xrightarrow[\text{izoterm}]{T=\text{áll}} \begin{matrix} V_2 = \frac{V_1}{2} = 0{,}001\,m^3 \\ T_2 = T_1 \\ p_2 \end{matrix} \xrightarrow[\text{izobár}]{p=\text{áll}} \begin{matrix} V_3 = V_1 = 0{,}002\,m^3 \\ T_3 = 300\,K \\ p_3 \end{matrix} \xrightarrow[\text{izochor}]{V=\text{áll}} \begin{matrix} V_1 \\ T_1 \\ p_1 \end{matrix}$$

a.) Felhasználva a 2→3 izobár folyamatot:

$$p_2 = p_3 = p \qquad \left.\begin{matrix} pV_2 = nRT_2 \\ pV_3 = nRT_3 \end{matrix}\right\} \rightarrow \frac{V_2}{V_3} = \frac{T_2}{T_3} \qquad (T_1 = T_2)$$

$$T_2 = \frac{V_2}{V_3} \cdot T_3 = \frac{1}{2} \cdot 300\,K = \underline{\underline{150\,K}}$$

b.) Kellenek még akkor a hiányzó nyomások.

$pV = nRT$ használatával

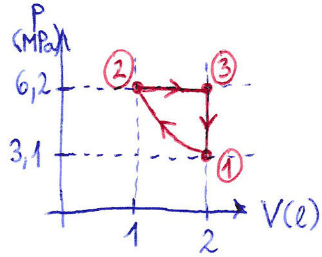
$$p_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{5\,mol \cdot 8{,}31\,\frac{J}{mol \cdot K} \cdot 150\,K}{0{,}002\,m^3} = 3\,116\,250\,Pa$$

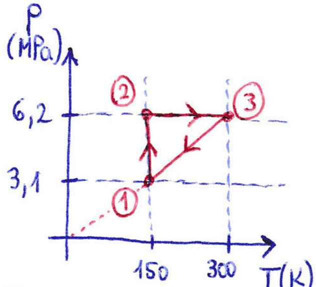
Az izoterm folyamat:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

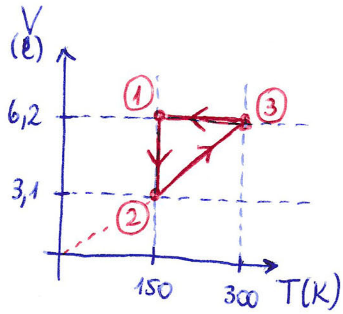
$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = p_1 \cdot 2$$

$$p_2 = 6\,232\,500\,Pa$$





3→1
V=áll
$p\underline{V} = \underline{nR}T$



2→3
p=áll

origóból induló egyenes → $p = \frac{nR}{V} \cdot T = \text{konst} \cdot T$

$\underline{p}V = \underline{nR}T$

origóból induló egyenes → $V = \frac{nR}{p} \cdot T = \text{konst} \cdot T$

c.) $\underset{\sim\sim}{1 \to 2}$ izoterm $T = \text{áll}$ $n = 5\ \text{mol}$

$$\Delta E_{b12} = \frac{f}{2} nR\Delta T_{12} = \underline{\underline{0}} \qquad pV = \underline{nRT} = \text{állandó} \to p = \frac{nRT}{V} = \frac{\text{konst}}{V}$$

$$\delta W = -p\,dV = -\frac{nRT_1}{V}\,dV$$

$$W_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{V}\,dV = -nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT_1 \left[\ln V\right]_{V_1}^{V_2} = -nRT_1 (\ln V_2 - \ln V_1) =$$

$$= nRT_1 (\ln V_1 - \ln V_2) = nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = 5\,\text{mol} \cdot 8{,}31\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 150\,\text{K} \cdot \ln 2 = 4320\,\text{J}$$

Gáz munkája: $W_{g12} = -W_{12} = \underline{\underline{-4320\,\text{J}}}$

Hőtan I. főtétele: $0 = \Delta E_{b12} = Q_{12} + W_{12}$

$Q_{12} = -W_{12}$ de a leadott hő kell

$Q_{le12} = -Q_{12} = W_{12} = \underline{\underline{4320\,\text{J}}}$

$$\Delta S_{12} = \frac{Q_{12}}{T_1} = \frac{-4320\,\text{J}}{150\,\text{K}} = \underline{\underline{-28{,}8}}\,\frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$\underset{\sim\sim}{2 \to 3}$ izobár $p = \text{áll}$

$$\Delta E_{b23} = \frac{f}{2} nR\Delta T_{23} = \frac{5}{2} \cdot 5\,\text{mol} \cdot 8{,}31\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 150\,\text{K} = \underline{\underline{15581\,\text{J}}}$$

$(p_2 = p_3)$ $W_{23} = -p_2 \Delta V_{23} = -6\,232\,500\,\text{Pa} \cdot 0{,}001\,\text{m}^3 = -6232{,}5\,\text{J}$

$W_{g23} = -W_{23} = \underline{\underline{6232{,}5\,\text{J}}}$

$\Delta E_{b23} = Q_{23} + W_{23} \longrightarrow Q_{23} = \Delta E_{b23} - W_{23} = 15581\,\text{J} + 6232{,}5\,\text{J} = 21813{,}5\,\text{J}$

$Q_{le23} = -Q_{23} = \underline{\underline{-21813{,}5\,\text{J}}}$

Mivel izobár folyamat: $C_{Mp} = \left(\frac{f}{2} + 1\right) R$

$Q_{23} = C_{Mp} \cdot n \cdot \Delta T_{23} \longrightarrow$ közben $\delta Q = C_{Mp} \cdot n \cdot dT$

$\delta Q = \left(\frac{f}{2} + 1\right) R n\,dT = \frac{7}{2} R n\,dT$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{7}{2} Rn \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S_{23} = \frac{7}{2} Rn \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} = \frac{7}{2} Rn \left[\ln T\right]_{T_2}^{T_3} = \frac{7}{2} Rn \ln 2 = \underline{\underline{100{,}8}}\,\frac{\text{J}}{\text{K}}$$

3→1 izochor $V=\text{áll}$

Mivel $\Delta V_{31}=0$, a munka nulla: $W_{31}=W_{g31}=\underline{\underline{0}}$

$$\Delta E_{b31}=-\Delta E_{b12}-\Delta E_{b23}=\underline{\underline{-15581\,J}}$$

mert a teljes ciklusra: $\Delta E_{bO}=0$

$$\Delta E_{bO}=\underset{\substack{\uparrow\\ 0}}{\Delta E_{b12}}+\underset{\substack{\uparrow\\ 15581\,J}}{\Delta E_{b23}}+\underline{\Delta E_{b31}}$$

$$\Delta E_{b31}=Q_{31}+W_{31}=Q_{31}$$

$$Q_{31}=\Delta E_{b31}=-15581\,J \longrightarrow Q_{le31}=\underline{\underline{15581\,J}}$$

Mivel izochor folyamat: $\delta Q=c_{MV}\cdot n\cdot dT=\frac{f}{2}RndT=\frac{5}{2}RndT$

$$dS=\frac{\delta Q}{T}=\frac{5}{2}Rn\frac{dT}{T}$$

$$\Delta S_{31}=\frac{5}{2}Rn\int_{T_3}^{T_1}\frac{dT}{T}=\frac{5}{2}Rn\left[\ln T\right]_{T_3}^{T_1}=\frac{5}{2}Rn\ln\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}Rn\ln 2=\underline{\underline{-72\,\frac{J}{K}}}$$

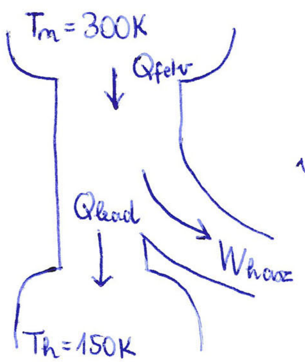
d.)

$$W_{gO}=W_{g12}+W_{g23}+W_{g31}=-4320\,J+6232{,}5\,J+0=\underline{\underline{1912{,}5\,J}}$$

$$Q_O=Q_{12}+Q_{23}+Q_{31}=-4320\,J+21813{,}5\,J-15581\,J=\underline{\underline{1912{,}5\,J}}$$

e.)

$$\eta=\frac{W_{hasz}}{Q_{felv}}=\frac{W_{gO}}{Q_{23}}=\frac{1912{,}5\,J}{21813{,}5\,J}=0{,}0877 \quad \text{vagyis } \underline{\underline{8{,}77\%}}$$



$Q_{felv}=Q_{23}$ mert csak az pozitív

$Q_{lead}=|Q_{12}+Q_{31}|$ mert azok negatívok

vagy $Q_{lead}=-Q_{12}-Q_{31}$

$W_{hasz}=Q_{felv}-Q_{lead}$

energia megmaradás a ciklusra