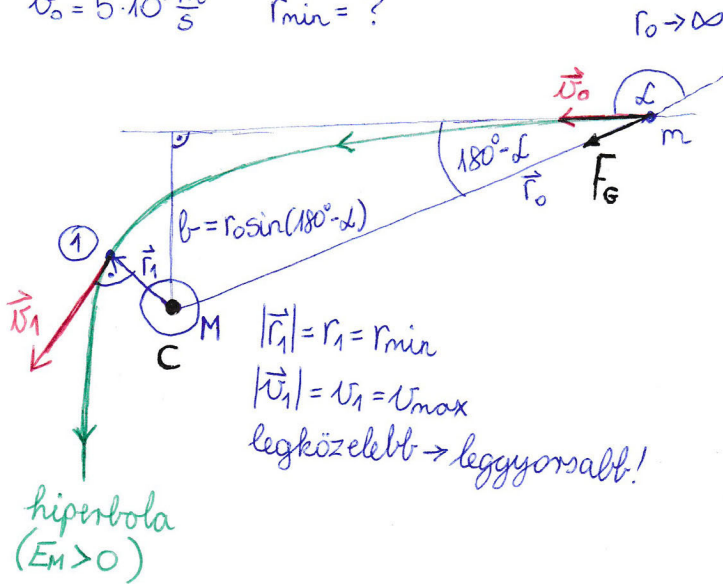


A $6 \cdot 10^{29}$ kg tömegű állócsillaghoz üstökös közeledik. Amikor még nagyon messze van a csillagtól, pályasebessége $5 \cdot 10^3$ m/s, és a sebességvektor hatásvonalának a csillagtól mért távolsága $6,67 \cdot 10^{11}$ m. Mennyire közelíti meg az üstökös az állócsillagot? (A gravitációs állandó $6,67 \cdot 10^{-11}$ m³/kgs².) (1,334 · 10¹¹ m)

$$M = 6 \cdot 10^{29} \text{ kg} \quad b = 6,67 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$v_0 = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad r_{\text{min}} = ?$$



Az üstökös az ① pontban lesz legközelebbt. Mivel a mechanikai energia pozitív, a pálya hiperbol. $\vec{v}_1 \perp \vec{r}_1$, mert a sebességnek nincs sugár irányú komponense, amikor legközelebbt van. Se nem közeledik, se nem távolodik.

(1) egyenlet: konzervatív erőterben a mechanikai energia megmarad:

$$E_{M0} = E_{M1}$$

$$E_{p0} + E_{k0} = E_{p1} + E_{k1}$$

$$0 + \frac{1}{2} m v_0^2 = -\gamma \frac{Mm}{r_1} + \frac{1}{2} m v_1^2 \quad /: m, \times 2$$

$$(1) \quad v_0^2 + \frac{2\gamma M}{r_1} = v_1^2$$

(2) egyenlet: centrális erőterben (erő végig a C pontba mutat) a perdület (C-re vonatkozóan) állandó, mert a forgatónyomaték zéró:

$$\vec{L}_0 = \vec{L}_1 \quad (\text{C-re nézve})$$

$$\vec{r}_0 \times \vec{p}_0 = \vec{r}_1 \times \vec{p}_1$$

$$\vec{r}_0 \times (m \vec{v}_0) = \vec{r}_1 \times (m \vec{v}_1) \quad /: m$$

$$r_0 v_0 \sin \alpha = r_1 v_1 \sin 90^\circ \quad / \sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)!$$

$$v_0 \cdot r_0 \sin(180^\circ - \alpha) = r_1 v_1$$

$$v_0 \cdot b = r_1 v_1 \rightarrow v_1 = \frac{v_0 b}{r_1} \quad (2)$$

Beírva a (2) egyenletet az (1) egyenletbe v_1 helyett:

$$v_0^2 + \frac{2\gamma M}{r_1} = \frac{v_0^2 \ell^2}{r_1^2} \quad | \cdot r_1^2$$

$$v_0^2 r_1^2 + 2\gamma M r_1 = v_0^2 \ell^2 \quad | : v_0^2$$

$$r_1^2 + \frac{2\gamma M}{v_0^2} r_1 - \ell^2 = 0$$

$$\frac{2\gamma M}{v_0^2} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6 \cdot 10^{29} \text{kg}}{(5000 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = 3,2 \cdot 10^{12} \text{m}$$

$$\ell^2 = (6,67 \cdot 10^{11} \text{m})^2 = 4,45 \cdot 10^{23} \text{m}^2$$

$$r_1^2 + 3,2 \cdot 10^{12} r_1 - 4,45 \cdot 10^{23} = 0$$

$$r_{\min} = r_1 = \frac{-3,2 \cdot 10^{12} \pm \sqrt{(3,2 \cdot 10^{12})^2 + 4 \cdot 4,45 \cdot 10^{23}}}{2} \begin{cases} < 0 \quad \text{↯} \\ \underline{\underline{1,335 \cdot 10^{11} \text{m}}} \end{cases}$$

$$v_1 = \frac{v_0 \ell}{r_1} = \frac{5000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6,67 \cdot 10^{11} \text{m}}{1,335 \cdot 10^{11} \text{m}} = 24981 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{amígy ez a max sebesség}$$