

**extra 2.** Az ábra szerinti félgömb alakú, ideális vezetőnek tekinthető földelőbe  $I = 10$  kA erősségű áram folyik be. A föld fajlagos vezetőképessége  $\sigma = 0,01 (\Omega\text{m})^{-1}$ ,  $a = 10$  cm,  $r_0 = 10$  m és  $l = 75$  cm.

a) Milyen potenciálon van a földelő?

b) Mekkora az elrendezés ellenállása?

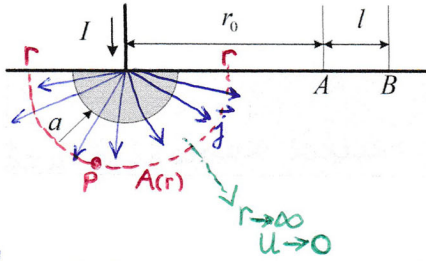
c) Számítsuk ki az  $A$  és  $B$  pontok közötti feszültséget (lépésfeszültség egy ember két lába között).

$$I = 10 \text{ kA} = 10000 \text{ A}$$

$$a.) U_f = ?$$

$$b.) R = ?$$

$$c.) U_{AB} = ?$$



$$\sigma = 0,01 \frac{1}{\Omega\text{m}}$$

$$a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$r_0 = 10 \text{ m} \quad l = 75 \text{ cm}$$

$$l = 0,75 \text{ m}$$

Mivel az elrendezés gömbszimmetrikus, az áram egyenletesen oszlik el egy félgömb mentén, és sugárirányba folyik szét a végtelenbe. A félgömb alakú ideális vezető minden pontja azonos potenciálon van egészen  $r = a$  távolságig a félgömb közepétől (szatlakozás). A potenciál számolásához szükség van az elektromos térerősségre, hogy ki tudjuk azt integrálni a végtelenig.

Az áramsűrűség nagysága valamilyen  $r$  távolságban a szatlakozástól ( $r = 0$ ):

$$j(r) = \frac{I}{A(r)} = \frac{I}{2r^2\pi}$$

$A(r)$ : egy  $r$  sugarú félgömb felzíne.

Felhasználva a differenciális Ohm-törvényt:  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$   
Tehát a térerősség is sugárirányú, és a nagysága csak a távolságtól függ:

$$E = \frac{j}{\sigma} = \frac{I}{2r^2\pi\sigma}$$

Tetszőleges  $r \geq a$  távolságban a potenciál  $U(r)$  az  $\vec{E}$  integrálja onnan a végtelenig:

$$U(r) = \int_P^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_P^\infty E \vec{e}_r \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty E(r') dr' = \frac{I}{2\pi\sigma} \int_r^\infty \frac{dr'}{r'^2} =$$

$$= \frac{I}{2\pi\sigma} \left[ -\frac{1}{r'} \right]_r^\infty = \frac{I}{2\pi\sigma} \left( 0 + \frac{1}{r} \right) = \frac{I}{2\pi\sigma r}$$

Tehát tetszőleges  $r$  távolságra tudjuk a potenciált:

$$U(r) = \frac{I}{2\pi\epsilon r}$$

a.) A földelő potenciálja  $r=0$  és  $r=a$  között ugyanaz, mert az ideális vezető.

Így aztán ha  $r=a$  értékkel számolunk, akkor megkapjuk a földelő potenciálját:

$$U_f = U(a) = \frac{I}{2\pi\epsilon a} = \frac{10000 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,01 \frac{1}{\text{Jm}} \cdot 0,1 \text{ m}} = \underline{\underline{1591549 \text{ V}}}$$

b.) Az ellenállást így kapjuk meg, hogy a földelő és végtelen közötti feszültséget elosztjuk az árammal.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_f}{I} = \frac{1591549 \text{ V}}{10000 \text{ A}} = \underline{\underline{159,155 \Omega}}$$

c.) Az  $U_{AB}$  feszültség az A és B pontok potenciálja közti különbség. A két pont távolsága:  $r_A = r_0$  és  $r_B = r_0 + l$

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_A - U_B = U(r_A) - U(r_B) = \frac{I}{2\pi\epsilon r_0} - \frac{I}{2\pi\epsilon (r_0 + l)} = \\ &= \frac{I}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0 + l} \right) = \frac{10000 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,01 \frac{1}{\text{Jm}}} \left( \frac{1}{10 \text{ m}} - \frac{1}{10,75 \text{ m}} \right) = \\ &= \underline{\underline{1110 \text{ V}}} \end{aligned}$$

Emiatt nem jó egy fa alá/mellé állni, amikor vihar van és villámlik.