

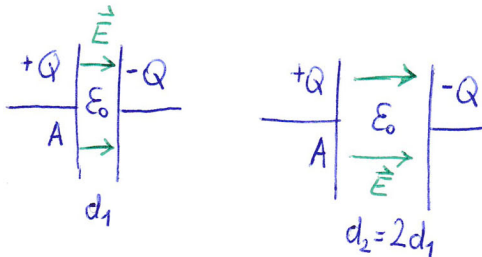
93. Egy síkkondenzátor lemezei $A = 0,5 \text{ m}^2$ területűek. A kondenzátorra $U = 100 \text{ V}$ feszültséget kapcsolunk, ekkor az egyes lemezekben a töltés $Q = 50 \text{ nC}$. Hogyan változik a lemezek közti térerősség és a kondenzátor kapacitása, ha a lemezek közötti távolságot kétszeresére növeljük? Legalább mennyi munkát végeztünk e művelet közben, ha

- (a) a lemezekben lévő töltés maradt állandó,
 (b) a lemezek közti potenciálkülönbség maradt állandó?

$$A = 0,5 \text{ m}^2 \quad U_1 = 100 \text{ V} \quad Q_1 = 50 \text{ nC} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C} \quad \begin{array}{l} \text{a.) } Q = \text{'állandó'} \\ \text{b.) } U = \text{'állandó'} \end{array}$$

$$d_2 = 2d_1 \quad E_2 = ? \quad C_2 = ? \quad W = ?$$

a.)



$$Q_1 = Q_2 = Q$$

állandó

Síkkondenzátor kapacitása:

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{A}{d_1} = \frac{Q}{U} = \frac{5 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{100 \text{ V}} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{d_2} = \epsilon_0 \frac{A}{2d_1} = \frac{C_1}{2} = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

$$d_1 = \frac{\epsilon_0 A}{C_1} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \cdot 0,5 \text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-10} \text{ F}} = 8,85 \text{ mm}$$

Ha d_1 és d_2 is sokkal kisebb, mint a lemezek mérete, akkor igaz a végtelen töltött sík közelítés. Mivel a töltés nem változik, így az elektromos tér sem. $E_1 = E_2 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{100 \text{ V}}{0,00885 \text{ m}} = 11300 \frac{\text{V}}{\text{m}}$
 Ez más módon is belátható a $Q = C \cdot U$ és $U = E \cdot d$ képletekből.

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} \quad \text{és} \quad U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{\frac{C_1}{2}} = 2U_1 \quad E_1 = \frac{U_1}{d_1} \quad \text{és} \quad E_2 = \frac{U_2}{2d_1} = \frac{2 \cdot U_1}{2 \cdot d_1} = E_1$$

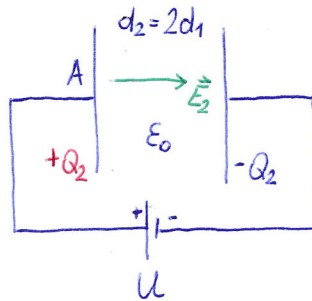
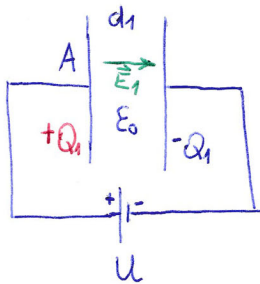
annyi munkát kell minimum végezni, amennyivel nő a lemezek közötti tér energiája: $W = W_2 - W_1$

$$W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 - \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} \frac{C_1}{2} (2U_1)^2 - \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = C_1 U_1^2 - \frac{1}{2} C_1 U_1^2$$

$$W = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-10} \text{ F} \cdot (100 \text{ V})^2 = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Tehát a kezdeti energia megduplázódik. Világos, mert a térerősség ugyanaz, tehát ugyanaz az energiasűrűség, viszont kétszer akkora a térfogat.

b.) $U_1 = U_2 = U = 100V$ állandó



A kapacitásokra továbbra is igaz:

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{A}{d_1} \text{ és } C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{d_2}$$

Tehát: $C_2 = \frac{C_1}{2}$ most is

$$C_1 = 5 \cdot 10^{-10} F \text{ és } C_2 = 2,5 \cdot 10^{-10} F$$

Mivel a feszültség ugyanaz, de a kapacitás fele:

$$Q_1 = C_1 \cdot U \text{ és } Q_2 = C_2 \cdot U = \frac{C_1}{2} \cdot U = \frac{Q_1}{2}$$

Valamint a feszültség ugyanaz, de a távolság kétszeres:

$$E_1 = \frac{U}{d_1} = 11300 \frac{V}{m} \text{ (előző oldal)} \quad E_2 = \frac{U}{d_2} = \frac{U}{2d_1} = \frac{E_1}{2} = \underline{\underline{5650 \frac{V}{m}}}$$

A munka számításánál ha csak az elektromos tér energiájának változását néznénk az negatív lenne! Viszont a töltés most nem állandó, hanem a fele visszáramlik eredeti helyére az $U=100V$ feszültségen keresztül, tehát a telep ellenében végzünk munkát!

$$W = W_2 - W_1 + \frac{Q_1}{2} \cdot U = \frac{1}{2} C_2 U^2 - \frac{1}{2} C_1 U^2 + \frac{Q_1}{2} U$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{C_1}{2} U^2 - \frac{1}{2} C_1 U^2 + \frac{1}{2} C_1 U^2 = \frac{1}{4} C_1 U^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} C_1 U^2 \right) = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 10^6 J = \underline{\underline{1,25 \cdot 10^6 J}}$$

Tehát most csak fele annyi munkát kell végezni.

Az (a) részben lecsatlakoztattuk a telepet, megszaladt a kör, ezért nem tudott visszáramolni a töltés. $Q_1 = Q_2$ volt akkor. Most zárva maradt az áramkör, és így a feszültség maradt ugyanaz.