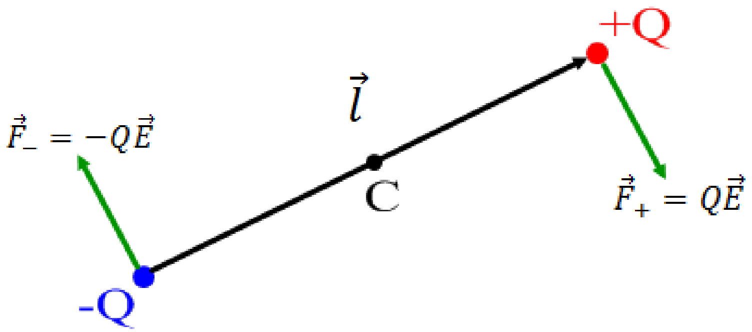
Elektromos dipólus

Egy pozitív és egy negatív töltésből áll melyek egymástól *l* távolságra vannak rögzítve.

<u>Dipólusmomentum:</u> $\vec{p} = Q\vec{l}$



Dipólusra ható eredő erő homogén térben:

$$\vec{F}_e = \vec{F}_- + \vec{F}_+ = -Q\vec{E} + Q\vec{E} = 0$$

Dipólusra ható eredő forgatónyomaték (a C pontra) homogén térben:

$$\vec{M}_C = \vec{M}_{C-} + \vec{M}_{C+} = \vec{r}_- \times \vec{F}_- + \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ = -\frac{\vec{l}}{2} \times \vec{F}_- + \frac{\vec{l}}{2} \times \vec{F}_+$$

$$= -\frac{\vec{l}}{2} \times \left(-Q\vec{E}\right) + \frac{\vec{l}}{2} \times Q\vec{E} = Q\vec{l} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

A dipólust a tér vele egy irányba igyekszik befordítani – stabil egyensúlyi helyzet
Ha a dipólmomentum párhuzamos a térrel, de ellentétes irányú – labilis egyensúly

Polarizáció

<u>Töltés-középpont:</u> $\vec{r}_{tkp} = \frac{\sum Q_i \vec{r}_i}{\sum Q_i}$

Apoláros molekulák: a + és a – tkp. egybeesik (pl. H_2 és O_2)

Poláros molekulák: a + és a – tkp. nem esik egybe (pl. HCl és H_2O)

<u>Indukált polarizáció:</u> Az elektromos tér széthúzza a töltés-középpontokat.

<u>Orientációs polarizáció:</u> Az elektromos tér a poláris molekulák által alkotott dipólusokat a tér irányába beforgatja (alacsonyabb hőmérsékleten számottevőbb a hatás).

<u>Az elektromos polarizáció vektor:</u> Egy dielektrikum *A* pontja körüli kicsiny térfogatban található molekulák dipólnyomatékának eredője.

$$\vec{P}(A) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{p_i}}{\Delta V} \qquad [\vec{P}] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}$$

Az anyagok nagy részére a polarizáció egyenesen arányos a térerősséggel:

$\vec{P} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}$ κ: elektromos szuszceptibilitás

Elektromos indukcióvektor

<u>Elektromos indukcióvektor:</u> felhasználva a térerősséget és a polarizáció vektort

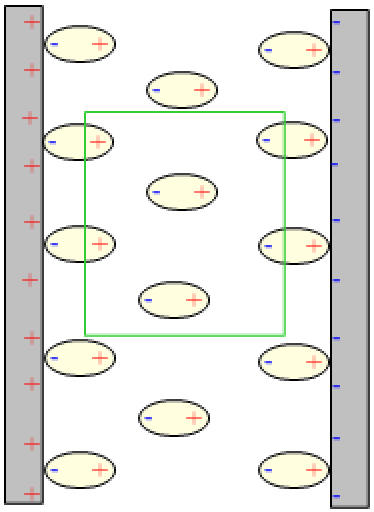
$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ $\quad [\vec{D}] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}$

Lineáris közelítéssel: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \kappa \vec{E} = \varepsilon_0 (1+\kappa) \vec{E}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

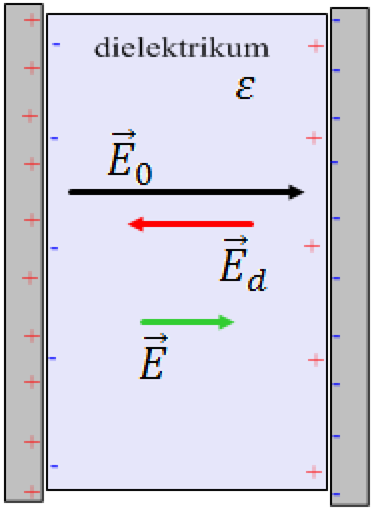
ε_r és ε a relatív, illetve az abszolút permittivitás

<u>Dielektrikumok használata:</u>



$\vec{E}_0$ ilyen tér lenne vákuumban

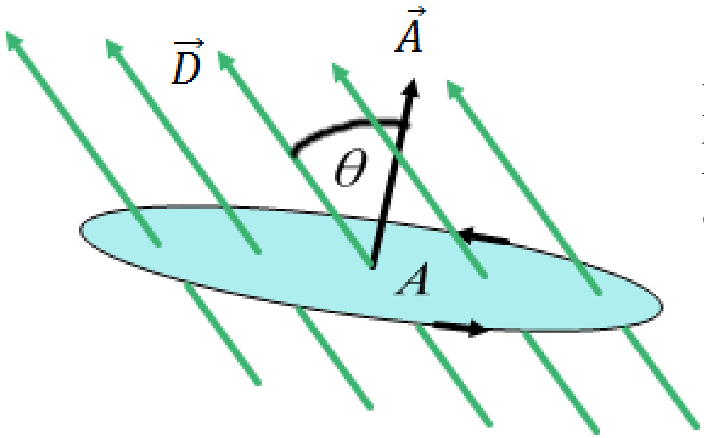
$\vec{E}_d$ ilyen teret okoz a dielektrikum



$\vec{E}$ ez lesz az eredő a dielektrikumban

Elektromos fluxus

Elektromos fluxus: Megadja a felületet átdöfő indukcióvonalak előjeles számát.



Ha az indukció a felület mentén homogén:

$$\psi = DA\cos\theta = \vec{D}\cdot\vec{A}$$

Ha nem homogén az indukció akkor a felületet kicsi darabokra bontjuk és a járulékokat összegezzük:

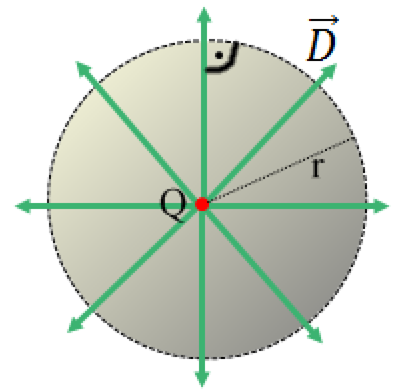
$$\psi = \int_F \vec{D}\cdot d\vec{A}$$

Az elektrosztatika második alaptörvénye

Zárt felületre vett fluxus a ponttöltéstől *r* távolságban:

vákuum esetén: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}\vec{e}_r$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{Q}{r^2}\vec{e}_r$$



$$\psi = \oint_F \vec{D} \cdot d\vec{A} = \oint_F \frac{1}{4\pi}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r \cdot d\vec{A} = \oint_F \frac{1}{4\pi}\frac{Q}{r^2} dA =$$

$$= \frac{1}{4\pi}\frac{Q}{r^2}\oint_F dA = \frac{4\pi r^2}{4\pi}\frac{Q}{r^2} = Q$$

Bármilyen felületre igaz: zárt felületre vett elektromos fluxus egyenlő a felületben foglalt töltéssel.

<u>Elektrosztatika II. alaptörvénye (Gauss törvény):</u> $\oint_F \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$

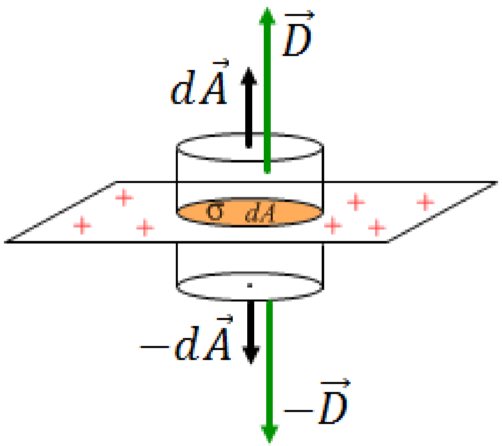
Dielektrikumok esetén is igaz, a kémiai anyag jelenléte az elektromos indukciót nem befolyásolja, mert annak forrásai csak a valódi (szabad) töltések.

A Gauss törvény differenciális (lokális alakja): $\mathrm{div}\vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \rho$ (bármely pontban)

Példák a Gauss törvény használatára

Végtelen töltött membrán σ felületi töltéssűrűséggel:

$$\oint_F \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$$



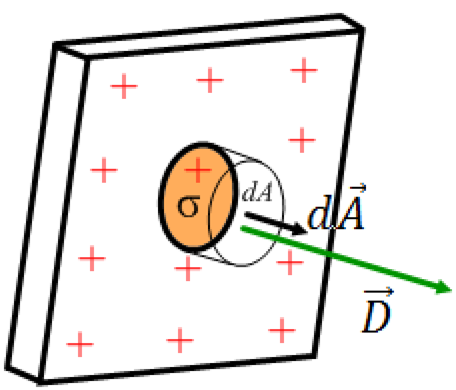
$$\left.\begin{aligned} \oint_F \vec{D} \cdot d\vec{A} = DdA + (-D)(-dA) = 2DdA \\ Q = \sigma dA \end{aligned}\right\} =$$

$$2DdA = \sigma dA$$

$$D = \frac{\sigma}{2} \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$$

Végtelen töltött felület σ felületi töltéssűrűséggel:

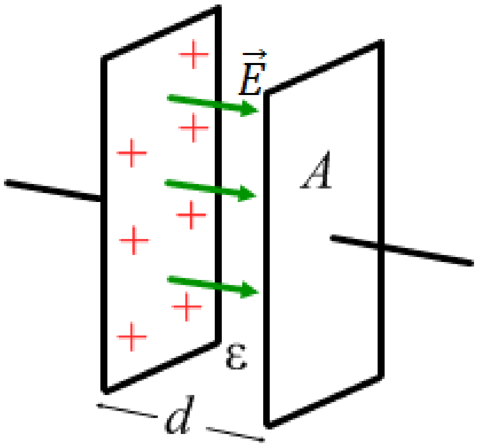
$$\oint_F \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$$



$$\left.\begin{aligned} \oint_F \vec{D} \cdot d\vec{A} = DdA \\ Q = \sigma dA \end{aligned}\right\} =$$

$$D = \sigma \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Síkkondenzátor kapacitása



$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\sigma A}{Ed} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma}{\varepsilon} d} = \varepsilon \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

<u>Elektromos mező energiája:</u> A kondenzátor annyi energiát tárol, mint amennyi a feltöltéséhez kell.
Tegyük fel már van rajta $q(t)$ töltés és a feszültség $u(t)$.
Ekkor további dq töltés szétválasztásához végzendő munka:

$$dW = u(t)dq = \frac{q(t)}{C} dq$$

A teljes feltöltésre $q = 0$ és $q = Q$ között:

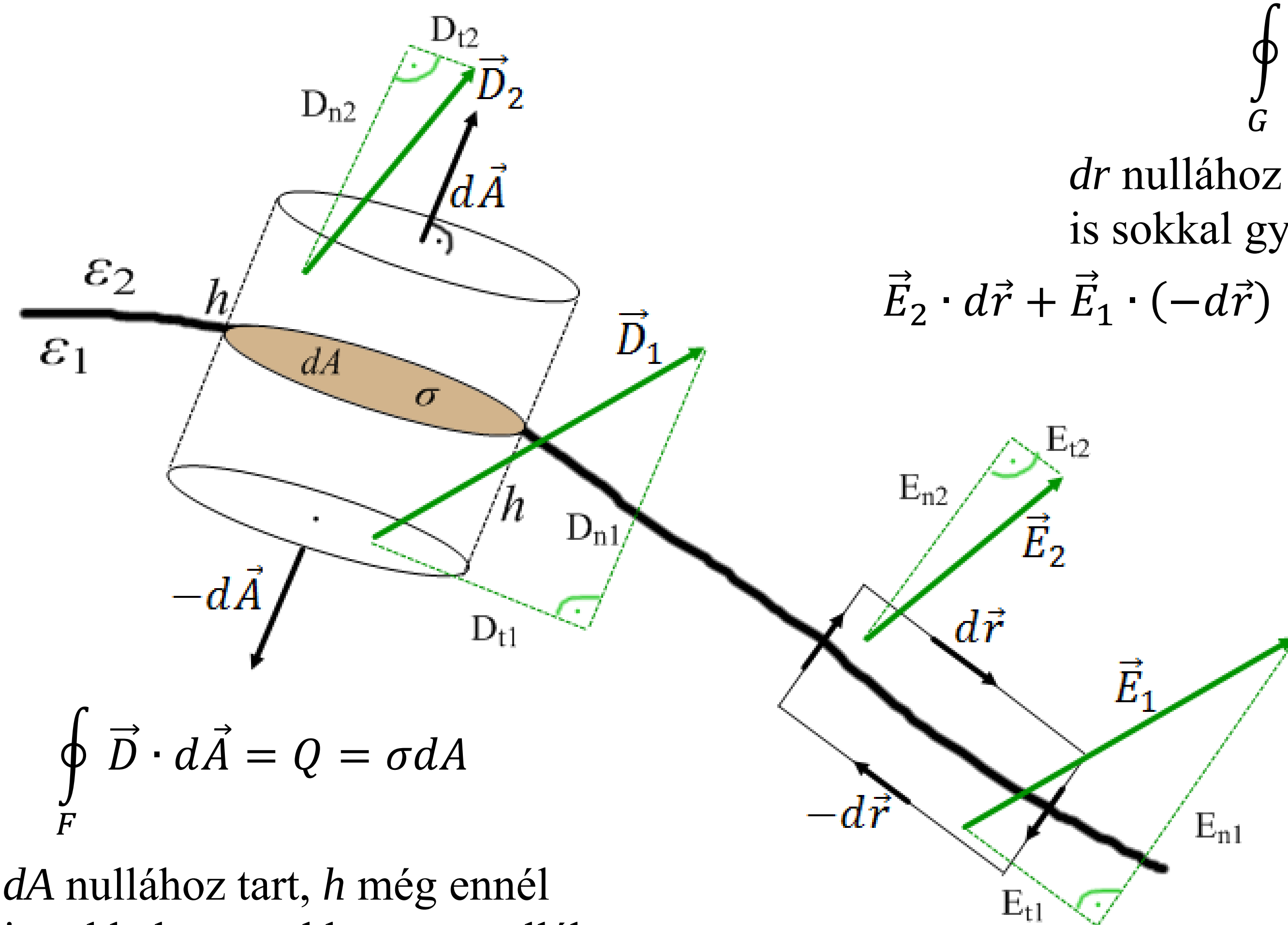
$$W = \int_0^Q u(t)dq = \int_0^Q \frac{q(t)}{C} dq = \left[\frac{q^2}{2C}\right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \frac{C^2 U^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

A térfogati energiasűrűség:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\frac{CU^2}{2}}{Ad} = \frac{\frac{\varepsilon A}{d} \frac{E^2 d^2}{2}}{Ad} = \frac{1}{2} \varepsilon E \cdot E = \frac{1}{2} D \cdot E$$

Általános esetben: $w = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$ ha a közeg anizotrop, így akkor is érvényes

Határfeltételek



$$\oint_G \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$$

dr nullához tart, *h* még ennél
is sokkal gyorsabban tart nullához.

$$\vec{E}_2\cdot d\vec{r} + \vec{E}_1\cdot(-d\vec{r}) = E_{2t}dr - E_{1t}dr = 0$$

$$E_{2t} = E_{1t}$$

$$\frac{D_{2t}}{\varepsilon_2} = \frac{D_{1t}}{\varepsilon_1}$$

$$\oint_F \vec{D}\cdot d\vec{A} = Q = \sigma dA$$

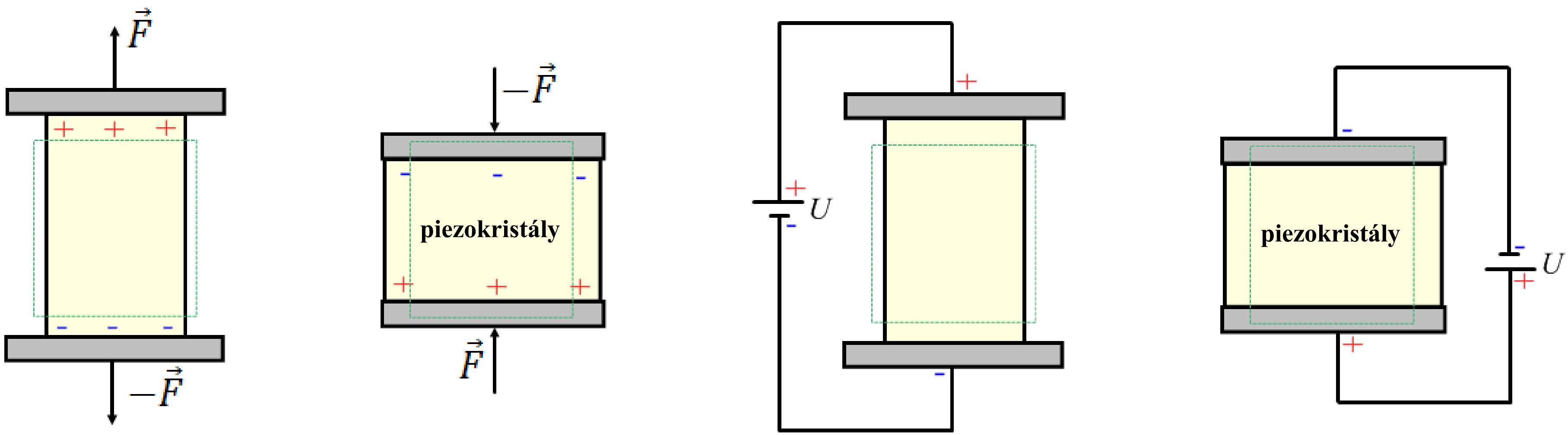
dA nullához tart, *h* még ennél
is sokkal gyorsabban tart nullához.

$$\vec{D}_2\cdot d\vec{A} + \vec{D}_1\cdot\left(-d\vec{A}\right) = D_{2n}dA - D_{1n}dA = \sigma dA$$

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$$

$$\varepsilon_2 E_{2n} - \varepsilon_1 E_{1n} = \sigma$$

Piezoelektromosság



<u>Piezoelektromosság</u>
Mechanikai feszültség hatására elektromos feszültség keletkezik.

Lineáris jelenség – pontos mérés (pl. hengerek terhelésvizsgálata, precíziós gyorsulásmérés, mechanikai rezgések vizsgálata)

<u>Elektrosztrikció</u>
Elektromos feszültség hatására mechanikai feszültség keletkezik, illetve mozgás jön létre.

(pl. ultrahang gerjesztése, precíziós mozgatás, AFM, STM)

Stacionárius áram
(egyenáram)

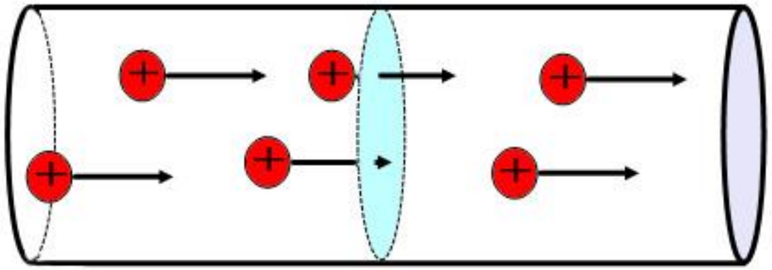
Elektromos áramerősség

Két különböző potenciálon lévő fémet vezetővel összekötve töltések áramlanak amíg a potenciál ki nem egyenlítődik.

Az elektromos áram iránya a pozitív töltéshordozók áramlási iránya.

<u>Áramerősség:</u> Egy vizsgált felület keresztmetszetén időegység alatt átáramló töltés.

$$[I] = \mathrm{A(amper)} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}$$



Amennyiben az áramerősség állandó:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Ha az áramerősség időben változik, a t_1 és t_2 között átáramlott töltés megadható mint:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt$$

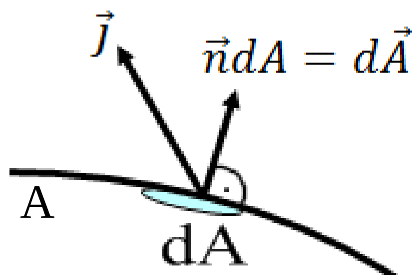
Háztartási gépekben néhány tizedtől néhány amper erősségű áram. Halálos: kb. 0,5 A

Áramsűrűség vektor

Elektromos áramsűrűség vektor: egy pontban értelmezett, nagysága megegyezik az áramlás irányára merőleges egységnyi felületen időegység alatt átáramló töltéssel. Iránya a pozitív töltések áramlási iránya.

Az áramsűrűség vektor nagysága: $j = \lim_{A \to 0} \frac{I}{A}$ Mértékegysége: $[j] = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}$

Egy bármely felületen átáramló áram erőssége általánosan: $I = \int_{\mathrm{A}} \vec{j} \cdot d\vec{A}$



ahol

$$\vec{j} \cdot d\vec{A} = \vec{j} \cdot \vec{n}dA = j_n dA$$

egy felületelemre számolt elemi áramerősség.

Ha az áramsűrűség vektor a felület minden pontjában ugyanakkora, és minden pontban merőleges a felületre, akkor:

$$I = jA$$

Áramforrások

A folyamatos töltésáramlás fenntartásához szükség van olyan idegen (nem elektromos) erőre amely a pozitív töltéshordozókat visszakényszeríti a magasabb potenciálú helyre.

<u>Áramforrások</u> azok a berendezések, melyekben ilyen erők működnek.

Az elektromos energia forrása az áramforrásokban lehet pl.
- mechanikai energia (generátorok, dinamók)
- kémiai energia (galvánelemek, akkumulátorok)
- hőenergia (termoelem)
- fényenergia (fotocella)

A q töltésre ható idegen erő: $\vec{F}^*$ Ebből definiáljuk az idegen térerősséget: $\vec{E}^* = \dfrac{\vec{F}^*}{q}$

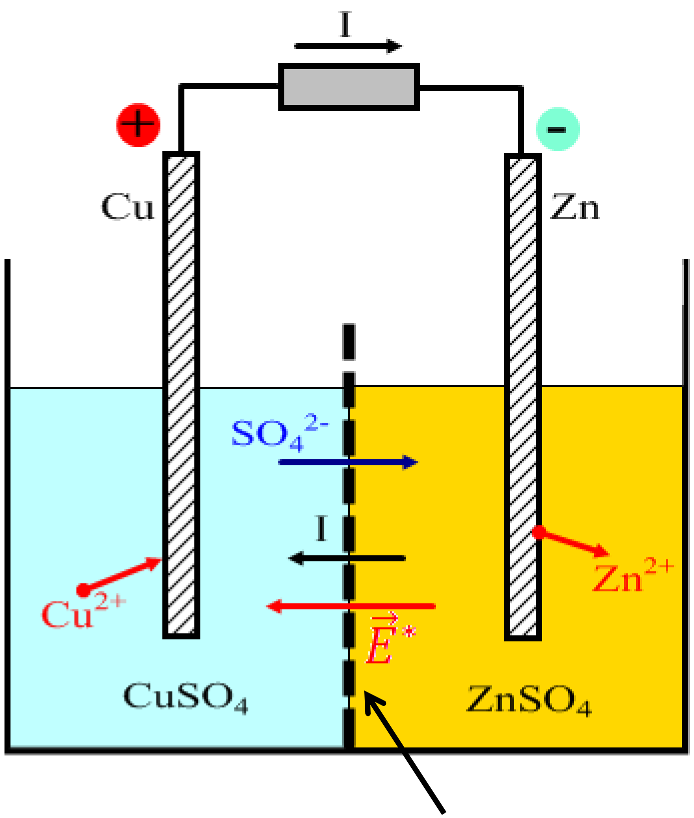
Az elektromotoros erő definíciója: $\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}^* \cdot d\vec{r}$ az áramforrás belsejében a – és + pólusok között integrálva.

Az áramforrásban az idegen erő miatt a negatív pólus felől a pozitív felé folyik az áram.

<u>Fogyasztó</u>: Olyan vezető amelyben idegen erő nincs jelen. Egy fogyasztóban az áram a magasabb potenciálú helyről az alacsonyabb felé folyik.

Elektromos áram galvánelemben

Daniell-elem



diafragma
(csak szulfát-ionok jutnak át)

Kémiai energia alakul át elektromos energiává. Porózus anyaggal elválasztott cink-szulfát és réz-szulfát oldatok, bennük fém elektródákkal.
Cink beoldódik, két elektront hátrahagyva.
Ezek a vezetőn keresztül a rézre kerülnek.
A kiváló réz felveszi az elektronokat.

Az áramforrásban az idegen erő miatt a negatív pólus felől a pozitív felé folyik az áram.

Egy fogyasztóban az áram a magasabb potenciálú helyről az alacsonyabb felé folyik.