

Vékonyréteg-interferencia

Konstruktív interferencia: $\Delta\varphi = m \cdot 2\pi$ ($m = 0, 1, \dots$)

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (n_3 > n_2 > n_1)$$

$$\varphi_1 = k_1 \overline{AD} + \pi \quad *$$

$$\varphi_2 = k_2 (\overline{AB} + \overline{BC}) + \pi \quad *$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_2} (\overline{AB} + \overline{BC}) - \frac{2\pi}{\lambda_1} \overline{AC} \sin \theta_1$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi n_2}{\lambda_1 n_1} \left(\frac{2d}{\cos \theta_2} \right) - \frac{2\pi}{\lambda_1} \overline{AC} \sin \theta_1$$

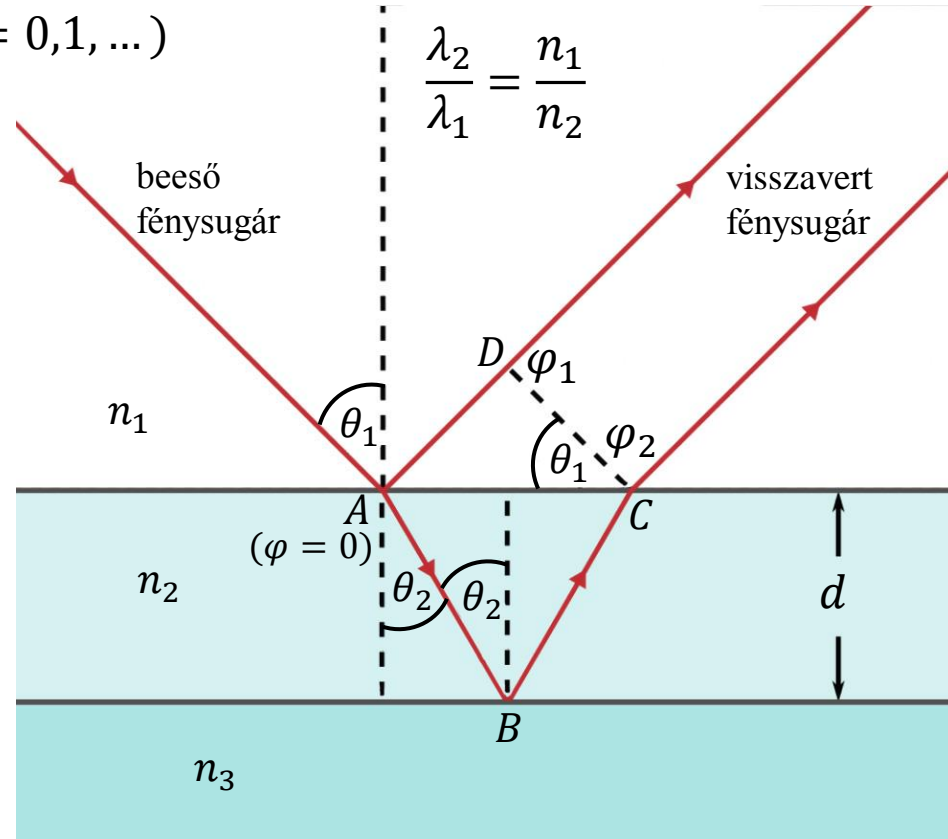
Közelítőleg merőleges beesésnél:

$$\cos \theta_2 \approx 1 \quad \sin \theta_1 \approx 0$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi n_2}{\lambda_1 n_1} \cdot 2d = m \cdot 2\pi$$

$$\frac{n_2}{\lambda_1 n_1} \cdot 2d = m$$

$$\frac{n_2}{n_1} \cdot 2d = m \lambda_1$$



Ha az 1-es közeg levegő: $n_1 \approx 1$, $\lambda_1 \approx \lambda$, $n_2 = n$

$$n \cdot 2d = m \lambda \quad (\text{optikai úthossz: } s_0 = n \cdot l)$$

* Amikor a hullám optikailag **sűrűbb** közegről verődik vissza, akkor π fázisugrást szenved! Ha csak az egyiknél sűrűbb, akkor ez pont a gyengítés feltétele lenne!



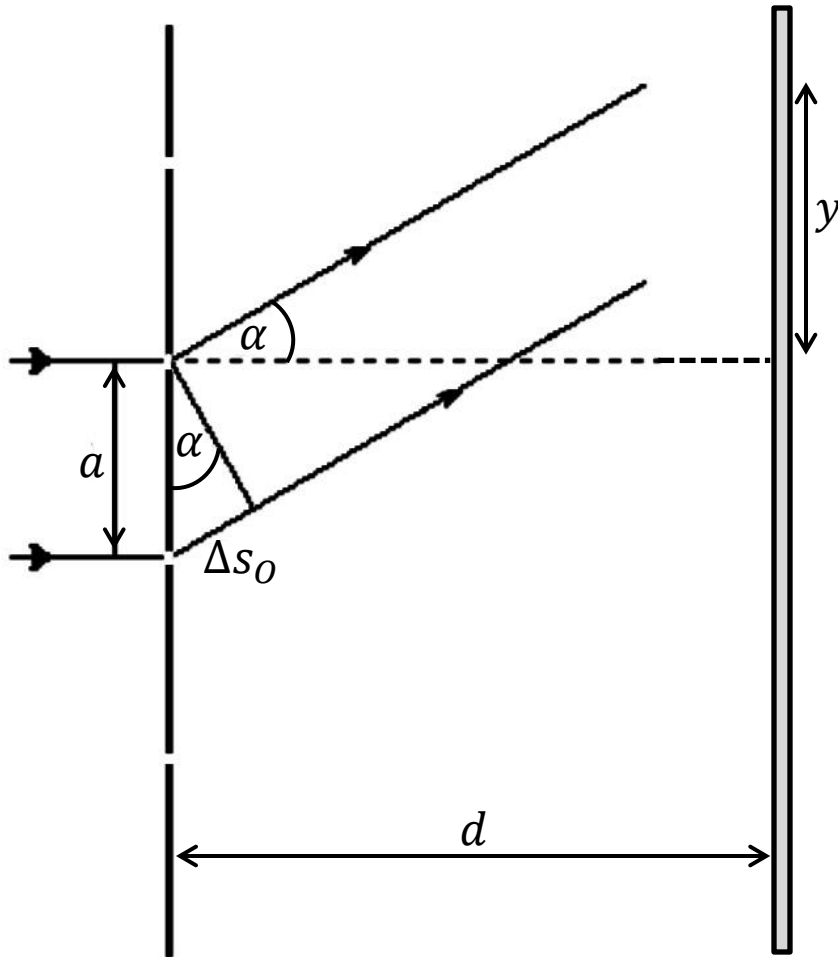
Optikai rács

Konstruktív interferencia: $\Delta\varphi = m \cdot 2\pi$ ($m = 0, 1, \dots$)

Optikai úthosszak különbségére: $\Delta s_0 = m\lambda$

Pozíció az ernyőn:

$$\begin{aligned} a \sin \alpha &= m\lambda \\ \sin \alpha &= \frac{m\lambda}{a} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \text{tg } \alpha &= \frac{y}{d} \\ y &= d \text{tg } \alpha \end{aligned}$$

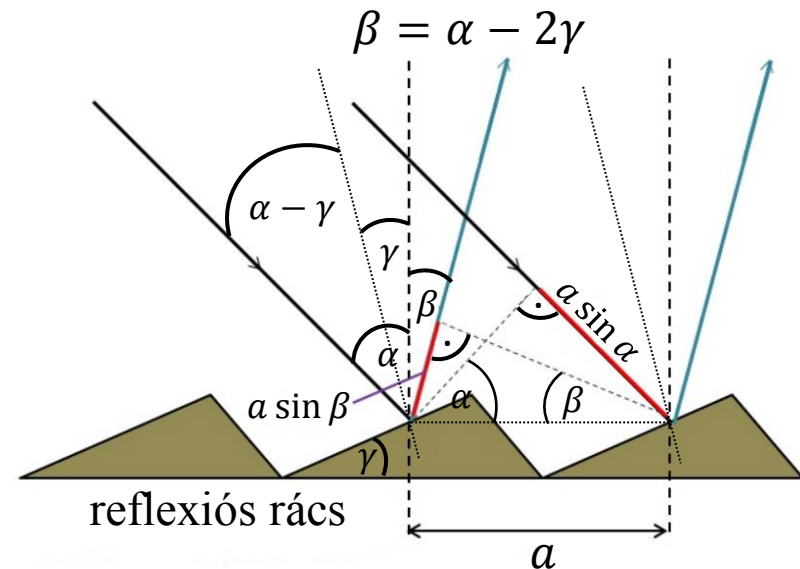


transzmissziós rács

ernyő

Reflexiós rácsnál:

$$\begin{aligned} \Delta s_0 &= a \sin \alpha - a \sin \beta = m\lambda \\ a(\sin \alpha - \sin \beta) &= m\lambda \end{aligned}$$



reflexiós rács

A modern fizika születése

Lord Kelvin a 19. század végén azt mondta, hogy a fizika egy befejezett tudomány:

„Nincsen olyan probléma, amit a tudomány ne tudna megoldani. A fizika egy befejezett tudomány, elméleteink olyan jól működnek, hogy biztosan helyesek. Talán két picike felhő van a tiszta kék égen.”

Ezek a felhőcskék (fény terjedése és a hőmérsékleti sugárzás) azonban alapjaiban rengették meg a fizikát, és két új elmélet megalkotásához vezettek:

- Relativitáselmélet (speciális és általános)
- Kvantum fizika

Ezáltal a 20. század eleje egyben a modern fizika kezdetét is jelentette.

A Galilei-féle relativitási elv

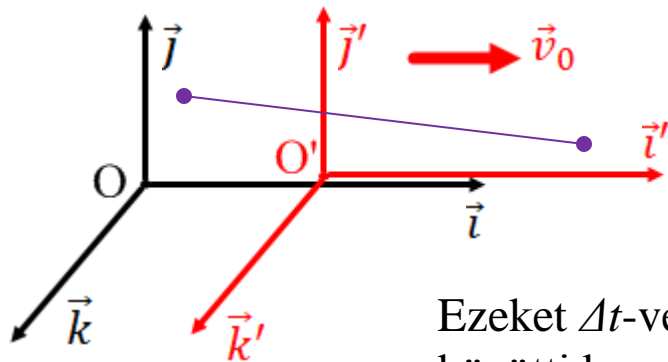
Bármely két egymáshoz képest **állandó** sebességgel mozgó vonatkoztatási rendszerben a **mechanikai jelenségek** ugyanúgy mennek végbe.

Pl. a rázkódástól eltekintve nem érezzük, hogy mozog-e a vonat, ha állandó sebességgel halad. A leejtett pénzérme ugyanúgy függőlegesen egyenletesen gyorsulva esik.

Az ilyen vonatkoztatási rendszerek közül tehát egyik sincs kitüntetve, nincsen egy abszolút nyugvó vonatkoztatási rendszer.

Egymáshoz képest mozgó rendszerek közötti kapcsolat:

Mozogjon a K' rendszer a K -hoz képest a pozitív x irányba **állandó** v_0 sebességgel.



Egy Δt idő alatt az origók közötti távolság: $\overline{OO'} = v_0 \Delta t$

Tehát a mért koordinátakülönbségek K' -ben:

$$\Delta x' = \Delta x - v_0 \Delta t$$

$$\Delta y' = \Delta y$$

$$\Delta z' = \Delta z \quad \text{Továbbá: } \Delta t' = \Delta t \text{ (órák szinkronban)}$$

Ezeket Δt -vel (ill. $\Delta t'$) osztva megkapjuk a sebességek közötti kapcsolatot (lila vonal egy mozgó test pályadarabja):

$$v'_x = v_x - v_0$$

$$v'_y = v_y$$

$$v'_z = v_z$$

A fény terjedési sebessége

A Maxwell-egyenleteket egy K vonatkoztatási rendszerben felírva kaptuk a homogén hullámeqyenletet:

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = 0$$

Összevetve az általános hullámeqyenlettel,
a terjedési sebességre kaptuk:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Kérdés: Mihez képest kell mérni ezt a sebességet elektromágneses hullám (fény) esetén?
A közeghez képest, amiben a fény terjed?

Na de mi a helyzet a vákuumban terjedő fény esetén?! $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Javaslat: Létezik egy mindent kitöltő hipotetikus közeg („éter”), amely az elektromágneses hullámok terjedéséhez biztosítja a „rugalmas” közeget, amiben a hullám terjedhet.

Ez azt jelentené, hogy az elektromágneses jelenségek segítségével ki lehetne választani egy kitüntetett (abszolút nyugalomban lévő) vonatkoztatási rendszert.

Ez a kitüntetett rendszer az éterhez lenne rögzítve, és ehhez képest terjedne c sebességgel az elektromágneses hullám (fény).

A fény terjedése mozgó rendszerben vizsgálva

Az origóból induló fénysugár Δt idő alatt $c\Delta t$ sugarú gömbfelületet ér el a K rendszerben nézve (éterhez képest nyugvó rendszer): $\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = c^2\Delta t^2$

$$\text{vagyis } c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = 0$$

Tehát a P, Q, és R pontok mind $c\Delta t$ távolságra vannak az origótól K -ban mérve.

Ugyanezek a távolságok a K' rendszerben:

$$l_P = c\Delta t + v_0\Delta t = (c + v_0)\Delta t$$

$$l_Q = c\Delta t - v_0\Delta t = (c - v_0)\Delta t$$

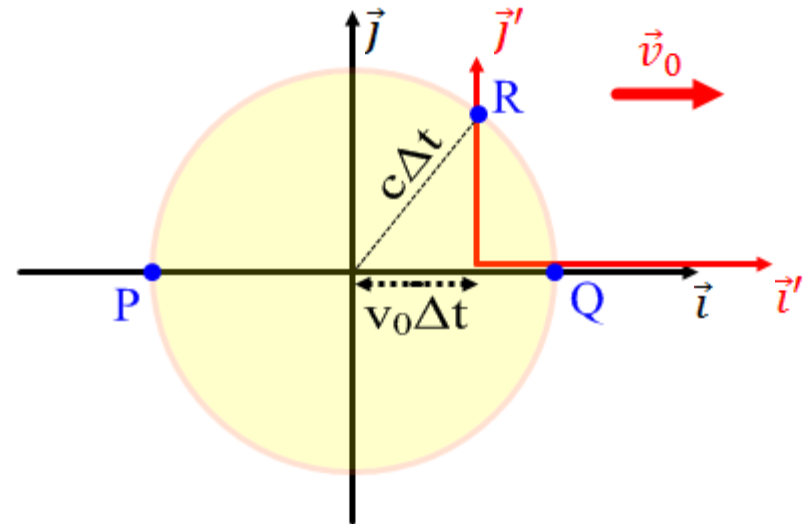
$$l_R = \sqrt{c^2\Delta t^2 - v_0^2\Delta t^2} = \sqrt{c^2 - v_0^2}\Delta t$$

Tehát a különböző irányokra a fény sebessége különbözőnek adódik a mozgó rendszerben: (az irányokat a P, Q, R pontokkal jelölve)

$$c'_P = \frac{l_P}{\Delta t} = c + v_0$$

$$c'_Q = \frac{l_Q}{\Delta t} = c - v_0$$

$$c'_R = \frac{l_R}{\Delta t} = \sqrt{c^2 - v_0^2}$$



Ez elviekben lehetőséget ad arra, hogy az éterhez viszonyított mozgásunk sebességét meghatározzuk.

A Michelson-féle kísérlet

A kísérlet célja a Föld éterhez viszonyított sebességének meghatározása volt.

A féligáteresztő tükrön átjutó (2) és visszaverődő (1) sugarak a detektoron interferenciacsíkokat hoznak létre.

A kétféle út időkülönbségét meghatározva:

$$t_1 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$t_2 = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = \frac{l(c + v) + l(c - v)}{(c - v)(c + v)} =$$

$$= \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l/c}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 \approx \frac{2l}{c} \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} = \frac{lv^2}{c^3}$$

Ha 90 fokkal elforgatjuk az interferométert, akkor a csíkok szerepe felcserélődik: $\Delta t^* = t_2 - t_1 = -\frac{lv^2}{c^3}$

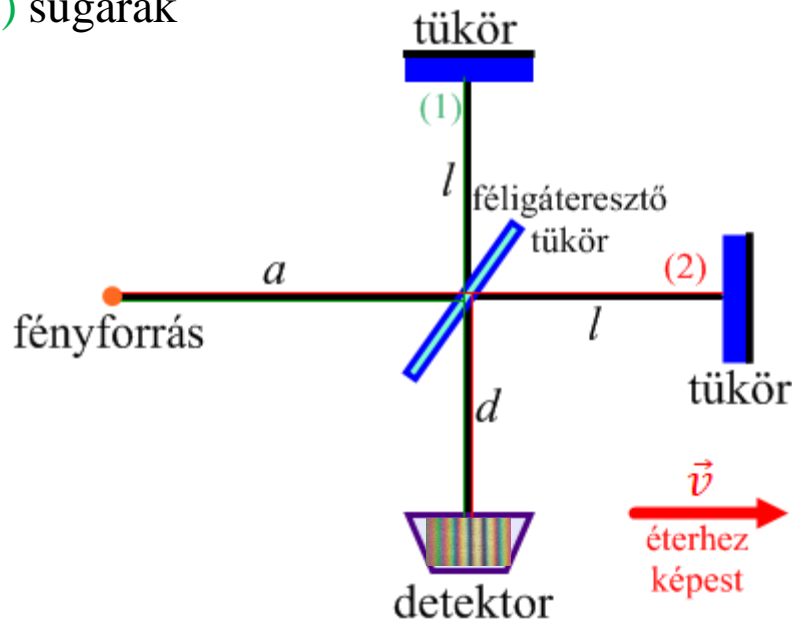
Tehát a csíkok helyzete eltolódik emiatt.

Semmiféle eltolódást nem észleltek!

Napjainkban 3 m/s éterhez viszonyított sebesség kimutatható lenne, de az eredmény negatív.

Tehát: nincs éter, a fény minden vonatkoztatási rendszerben, minden irányban c -vel terjed.

Speciális relativitás elve: Egymáshoz képest állandó sebességgel mozgó vonatkoztatási rendszerek a fizika törvényei szempontjából egyenértékűek. Egyenletek hasonló alakúak.



Lorentz transzformáció

A Michelson-féle kísérlet negatív eredménye arra utal, hogy elektromágneses jelenségek segítségével sem tudunk különbséget tenni egymáshoz képest állandó sebességgel mozgó rendszerek között.

Mivel a fényhullám fázisa K -ban és K' -ben is c sebességgel táguló gömbfelület:

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = 0$$

$$c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = 0$$

A fény mozgására nem lehet érvényes a sebesség-összeadás Galileo-féle módja, az csak lassan mozgó (fényhez képest) vonatkoztatási rendszerekre érvényes közelítés.

Einstein: Adjuk fel a $\Delta t = \Delta t'$ megkötést. Ahogyan nem beszélhetünk abszolút térről, úgy nem beszélhetünk abszolút időről sem.

Keressük azt a transzformációs szabályt amely összeköti a $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$ és a $\Delta x', \Delta y', \Delta z', \Delta t'$ koordináta- és idő különbségeket!

Feltételek:

1. Egyik rendszerben egyidejű és egyhelyű események a másik rendszerben is egyhelyűek és egyidejűek legyenek. Ha $\Delta t = \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0$, akkor $\Delta t' = \Delta x' = \Delta y' = \Delta z' = 0$.
2. A K mennyiségeit a K' -be hasonló alakú függvény transzformálja, mint a K' mennyiségeit a K -ba (egyik sem kitüntetett). A transzformáció lineáris.
3. A $v \ll c$ határesetben kapjuk vissza Galilei-féle transzformációt.
4. A fénysebesség a vonatkoztatási rendszerekben ugyanannyinak adódjék.

A Lorentz transzformáció képletei

Mozogjon a K' rendszer a K -hoz képest a pozitív x -tengely irányába állandó v sebességgel. A transzformációt a következő általános alakba írhatjuk:

$$\Delta x' = \xi_x \Delta x + \xi_t \Delta t \quad \Delta t' = \tau_x \Delta x + \tau_t \Delta t \quad \Delta y' = \kappa \Delta y \quad \Delta z' = \kappa \Delta z$$

ahol $\xi_x, \xi_t, \tau_x, \tau_t$, és κ a koordinátáktól független, csak a v sebességtől függő faktorok.

O' ($\Delta x' = 0$) K -beli sebessége v , tehát: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{\xi_t}{\xi_x} \rightarrow \xi_t = -v\xi_x = -v\xi$

Ezt felhasználva $\Delta x'$ -re: $\Delta x' = \xi(\Delta x - v\Delta t)$

Mivel a hullám mindkét rendszerben ugyanazzal a c sebességgel terjed:

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2$$

A transzformációs képleteket beírva és összegyűjtve az azonos tagokat, kapunk három egyenletet ξ -re, τ_x -re, τ_t -re, és κ -ra. Ezekből: $\xi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tau_t \quad \kappa = 1 \quad \tau_x = -\frac{\xi v}{c^2}$

Tehát a transzformációs képletek:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \Delta y' = \Delta y; \quad \Delta z' = \Delta z; \quad \Delta t' = \frac{\Delta t - v\Delta x/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Ha a vesszőtlen mennyiségeket akarjuk kifejezni, akkor v helyett $-v$ -t kell írni mindenhová.

Egyidejűség relativitása

Történjen két esemény (a K rendszerben megfigyelve) különböző helyeken ($\Delta x \neq 0$), de azonos időben ($\Delta t = 0$).

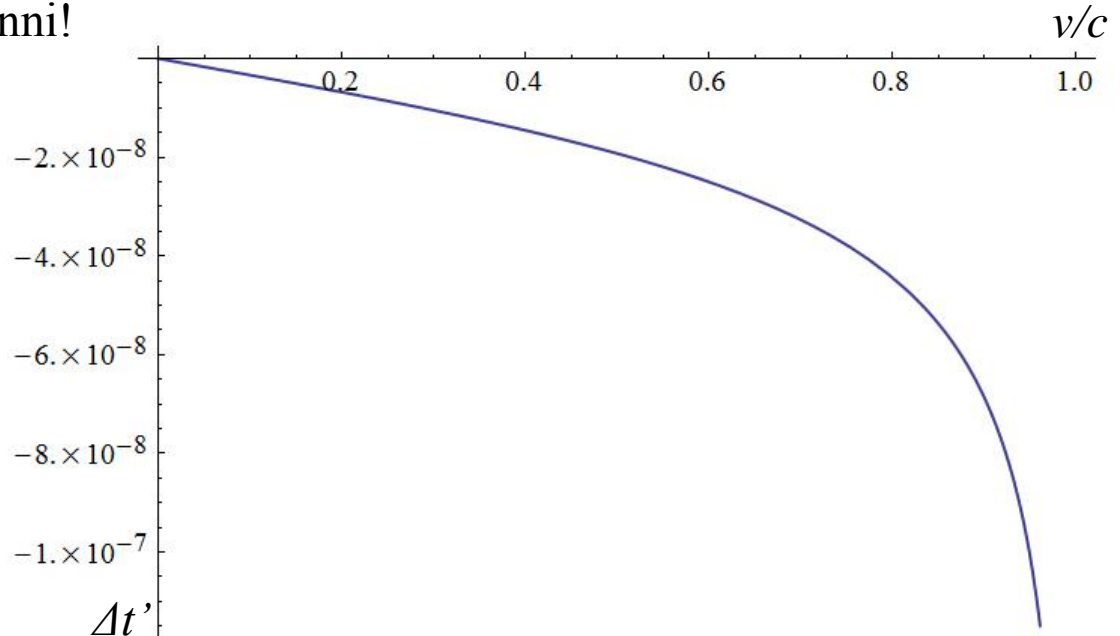
Ekkor a két esemény közötti időkülönbség a K' rendszerből megfigyelve:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - v\Delta x/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = -\frac{\frac{v\Delta x}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \neq 0$$

Tehát a K -hoz képest v sebességgel mozgó megfigyelő számára (K' -ben nyugvó) a két esemény nem fog egy időben történni!

Például:

Ha $\Delta x = 10$ m és $v = 0,9c$
akkor az időkülönbség kb. 70 ns.



Idődilatáció

Ha egy állandó v sebességű óra áthalad egy ponton, majd egy Δt idő múlva (K -ban mérve) áthalad egy Δx távolságban lévő másik ponton, akkor ezt az időt a mozgó óra különbözőnek méri.

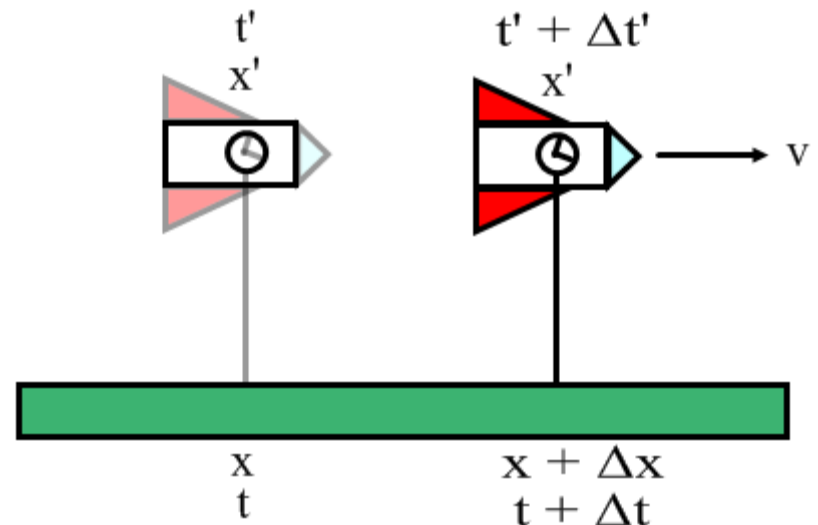
Rögzítsük a K' rendszert a mozgó órához, tehát $\Delta x' = 0$.

A K -ban mért időt kifejezve a mozgó óra idejével:
$$\Delta t = \frac{\Delta t' + v\Delta x'/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Tehát a mozgó óra rövidebb időt (sajátidő) mutat a távolság megtételéhez szükséges időre, mint a nyugvó óra.

Kísérleti bizonyíték:

A kozmikus sugárzás miatt kb. 100 km-es magasságban π -mezonok keletkeznek, melyek felezési ideje $2 \mu\text{s}$. 100 km megtétele még fénysebességgel haladva is 0,333 ms-ig tart. A mezonok tengerszinten való észlelése ezért bizonyítja az idődilataciót.



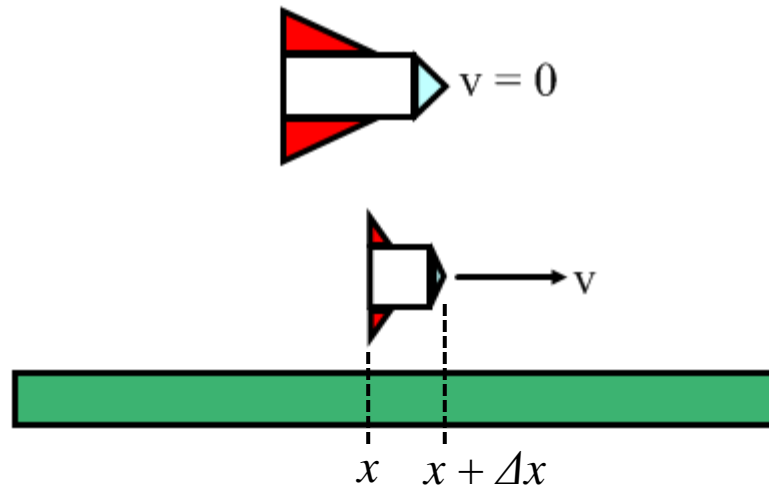
Hosszúságkontrakció

A v sebességgel mozgó K' rendszerben x irányban nyugszik egy merev rúd. A rúd kezdő és végpontja $\Delta x'$ távolságra van egymástól (a rúd hossza: L_0).

Ha a rúd hosszát K -ban akarjuk megmérni, akkor meg kell határozni a Δx távolságot, úgy, hogy a rúd eleje az $x + \Delta x$ helyen, a vége pedig az x helyen halad át ugyanabban az időben, tehát $\Delta t = 0$.

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Látható, hogy a rúd látszólagos hossza ($\Delta x = L$) kisebb, mint a nyugalmi hossz ($\Delta x' = L_0$)



Sebességösszeadás

A K rendszerben mérve a test sebessége a pozitív x irányban $u = \Delta x / \Delta t$.

A K' rendszer a K -hoz képest a pozitív x irányban halad v sebességgel.

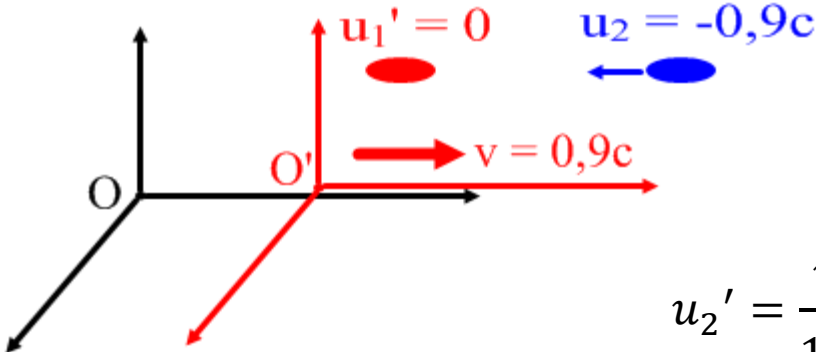
A sebesség a K' rendszerben mérve:

$$u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \dots = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

Amennyiben a mozgó rendszerből szeretnénk u' áttranszformálni a nyugvó rendszerbe, akkor mindenhová v helyett $-v$ -t kell írni:

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \dots = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

Példa: Földhöz képest nyugatról $0,9c$ sebességgel érkező UFO1 ütközik a kelet felől érkező, szintén $0,9c$ sebességű UFO2-vel. Mennyi a relatív sebességük az ütközés előtt?



Megoldás: A Földhöz rögzített rendszer a K .

Ebben: $u_1 = 0,9c$ és $u_2 = -0,9c$

A K' rendszert pedig UFO1-hez rögzítjük.

Így $u_1' = 0$ természetesen, keressük u_2' -t:

$$u_2' = \frac{u_2 - v}{1 - \frac{u_2 v}{c^2}} = \frac{-0,9c - 0,9c}{1 + \frac{(0,9c)^2}{c^2}} = \frac{-1,8c}{1 + 0,9^2} = -0,9945c$$

A munkatétel általánosítása relativisztikus esetre

Ha egy állandó F egy tömegpontot gyorsít, akkor az soha nem érheti el a fénysebességet.

Ez úgy lehetséges, ha a gyorsulás értéke egyre kisebb, ahogy nő a sebesség.

A csökkenő gyorsulás megfeleltethető annak, hogy a test tömege a sebesség növekedésével egyre nő. A tömeget megadó összefüggés:

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad m_0 \text{ az úgynevezett nyugalmi tömeg}$$

Levezethető az F erő munkája, amíg a testet nyugalomból v sebességre gyorsítja:

$$W = E_{kin} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Einstein felismerte, hogy az $E_0 = m_0 c^2$ tag, amit le kell vonni, hogy megkapjuk a kinetikus energiát, a tömegpont nyugalmi energiájának felel meg, az $E = mc^2$ mennyiség pedig a tömegpont teljes energiája (kinetikus és nyugalmi).

Tehát ha egy rendszer energiát kap vagy energiát ad le, aközben a tömege is változik az Einstein-féle tömeg-energia ekvivalenciának megfelelően.

Például: Nagy sebességgel nulla eredő lendülettel egymásnak csapódó és megálló tömegpontok együttes nyugalmi tömege nagyobb lesz, mint a kiindulási nyugalmi tömegek a felgyorsítás előtt. Ennek a segítségével állítanak elő új részecskéket.

Csillagközi utazás

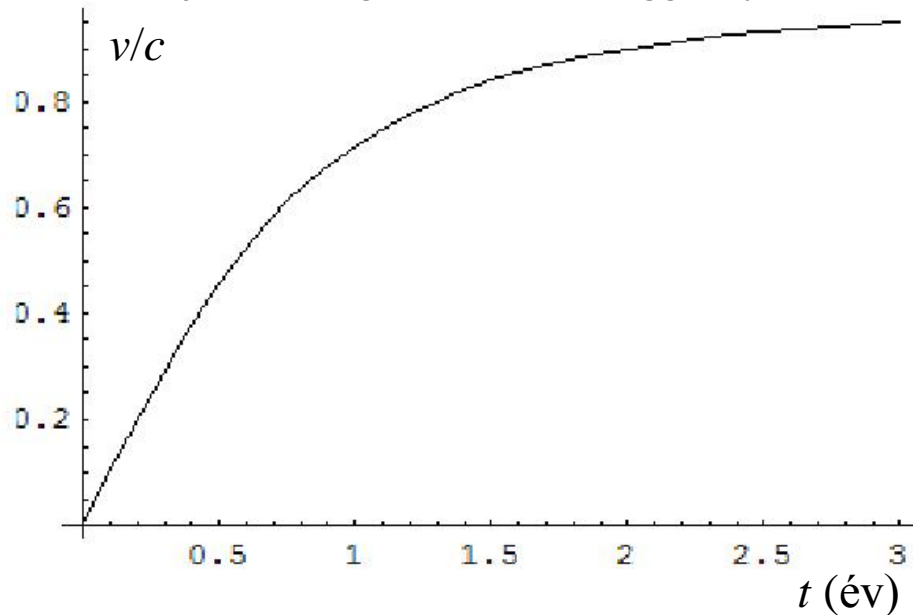
Az idődilatáció miatt a legénység számára a Földön mérhető időtől jelentősen kevesebb időbe telik az utazás, amennyiben az űrhajó kellően megközelíti a fénysebességet.

Például: Az út feléig a hajó szempontjából állandó $1 g = 10 \text{ m/s}^2$ gyorsulással haladva félútig, majd ugyanekkora mértékű lassítással megállva a célnál, ezután pedig ugyanígy megtéve a Földre a visszautat:



Bussard-féle sugármeghajtással működő csillaghajó

Az űrhajó sebessége a Földi idő függvényében



Az űrhajón mért oda-vissza út ideje (τ) a közben a Földön mért idő függvényében (t)

