

Termodinamika (Hötan)

Termodinamika

A **hőtan** nagyszámú részecskéből (pl. gázmolekulából) álló makroszkópikus rendszerekkel foglalkozik. A nagy számok miatt érdemes a **mólt** bevezetni, ami egy **Avogadro-számnyi** ($6,022 \cdot 10^{23}$ db) részecskét jelent (12-es tömegszámú szénatomok száma 12 gramm szénben).

Ennek megfelelően az atomi tömegegység a 12-es tömegszámú szénatom tömegének 1/12-ed része: $1 \text{ ATE} = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

A végbemenő folyamatok **kvázisztatikusak**, a rendszert leíró mennyiségek a folyamat során minden pillanatban ki vannak egyenlítődvé (egyensúlyi állapotokon keresztüli „lassú” változás).

A rendszert leíró makroszkópikusan mérhető mennyiségek az **állapothatározók**.

Extenzív állapothatározók: a rendszer egészére jellemzők, és több rendszer egyesítésekor ezek összeadódnak (pl. térfogat, részecskeszám, tömeg, energia).

Intenzív állapothatározók: pontról pontra mérhetők, több rendszer egyesítésekor ezek kiegyenlítődsre törekednek (pl. nyomás, hőmérséklet, sűrűség, energiasűrűség).

Fenomenologikus elmélet: leírás csak az állapothatározókon keresztül.

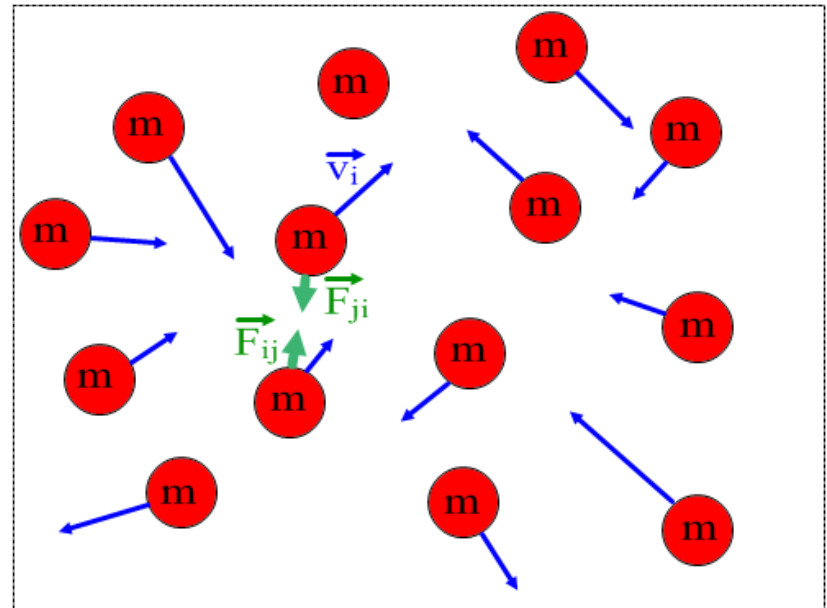
Statisztikus elmélet: a nagyszámú részecskére statisztikai törvényszerűségek alkalmazása.

Belső energia

A rendszer **belső energiája** a részecskék egymáshoz (rendszer tömegközéppontjához) képesti rendezetlen mozgásából származó **kinetikus energia** és a részecskék közötti Van der Waals kölcsönhatáshoz tartozó **potenciális energia**.

$$N \text{ db részecskére: } E_b = \sum_{i=1}^N E_{Ki} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E_{Pij}$$

Brown-mozgás: A kálium-permanganát (KMnO_4) oldódása vízben azt mutatja, hogy a víz részecskéi nagysebességgel ütköznek a festék rögöcskéikkel. A részecskéknek tehát sebességük, és így mozgási energiájuk van. Mivel számuk igen nagy, ez az energia jelentős.



Bizonyos esetekben a részecskék közötti kölcsönhatások (rugalmas ütközéseket leszámítva) elhanyagolhatók (ideális gázok), ekkor a második tag nulla.

Magasabb hőmérsékleten a mozgás intenzívebb, így a belső energia nagyobb.

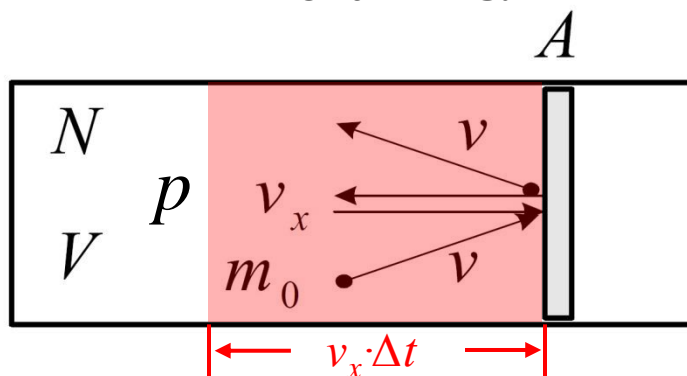
Rendezett mozgás mechanikai energiája disszipáció során (pl. súrlódás, közegellenállás) belső energiává alakulhat, növelve a test hőmérsékletét

Egyatomos ideális gáz nyomása

Ideális gáz:

1. az összes részecske sajátterfogata elhanyagolható a tartály térfogatához képest
2. a részecskék közötti kölcsönhatás vonzóereje elhanyagolható
3. a rendszertelen mozgás során a részecskék a fallal és egymással ütköznek, ez utóbbi igen ritka
4. a részecskék (atomok vagy molekulák) ütközését teljesen rugalmasnak tételezzük fel

Jelen esetben vizsgáljunk **egyatomos ideális gázt** (pontoszerű golyócskák):



N : részecskék száma

V : henger térfogata

p : bezárt gáz nyomása

m_0 : részecskék (atomok) tömege

A : dugattyú keresztmetszete

v : részecske sebessége, v_x : a sebesség x komponense

- A térfogategységben lévő atomok száma: $n = N / V$
- Egy atom falra (dugattyú) merőleges lendületváltozása: $\Delta p_{ax} = 2m_0 \cdot v_x$
- Adott Δt idő alatt a $v_x \cdot \Delta t \cdot A$ térfogattól származó golyók ütközhetnek a fallal.

Az ütköző atomok száma: $n \cdot v_x \cdot \Delta t \cdot A$, tehát a teljes lendületváltozás: $\Delta p_x = 2m_0 \cdot v_x \cdot n \cdot v_x \cdot \Delta t \cdot A$

A dugattyúra kifejtett erő: $F = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = 2m_0 v_x^2 n A$ Tehát a nyomás: $p = \frac{F}{A} = 2m_0 v_x^2 n$

Belső energia és nyomás kapcsolata egyatomos ideális gáz esetén

A nyomásra tehát: $p = 2m_0v_x^2n$ (ha minden atomnak ugyanaz a v_x sebessége lenne)

A valóságban azonban a részecskék v_x^2 sebessége különböző, ezért vegyük az N részecskére vett átlagot: $\overline{v_x^2}$

Továbbá csak a részecskék egyik fele megy a dugattyú felé, a másik ellentétesen, így osztanunk kell kettővel:

$$p = m_0\overline{v_x^2}n$$

Az atomok azonos valószínűséggel mozognak a tér mindhárom irányába, ezért:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

A teljes sebesség négyzetére tehát: $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = 3\overline{v_x^2}$ vagyis: $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$

Ezt felhasználva a nyomás: $p = m_0\overline{v_x^2}n = m_0\frac{1}{3}\overline{v^2}n = m_0\frac{1}{3}\overline{v^2}\frac{N}{V} = \frac{1}{3}\frac{N}{V}2\frac{1}{2}m_0\overline{v^2}$

Egy atom átlagos mozgási energiája: $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}m_0\overline{v^2}$ Teljes belső energia: $E_b = N\bar{\varepsilon}$

Beírva a belső energiát a nyomás kifejezésébe és a V térfogattal beszorozva:

$$pV = \frac{2}{3}N\frac{1}{2}m_0\overline{v^2} = \frac{2}{3}N\bar{\varepsilon} = \frac{2}{3}E_b$$

A belső energia: $E_b = \frac{3}{2}pV$

Térfogati munka

A **térfogati munka** a környezet által a gázon (rendszeren) végzett munka, miközben annak térfogata változik.

Egy könnyen mozgó dugattyún végzett elemi munka a környezet által, miközben azt dx távolsággal beljebb nyomja: δW

A szükséges erő p nyomású gáz esetén: $F = pA$.

Tehát az elemi munkára: $\delta W = pA dx$
Mivel $A dx = -dV$

$$\delta W = -pdV$$

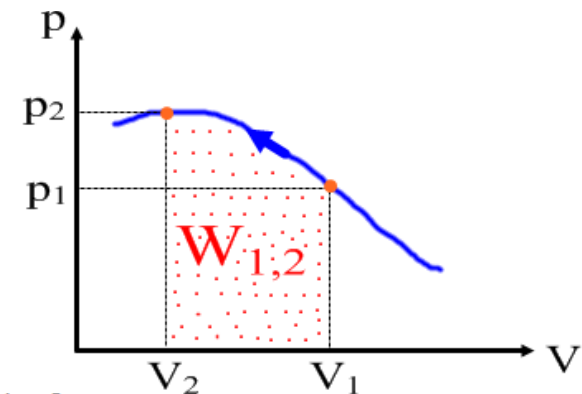
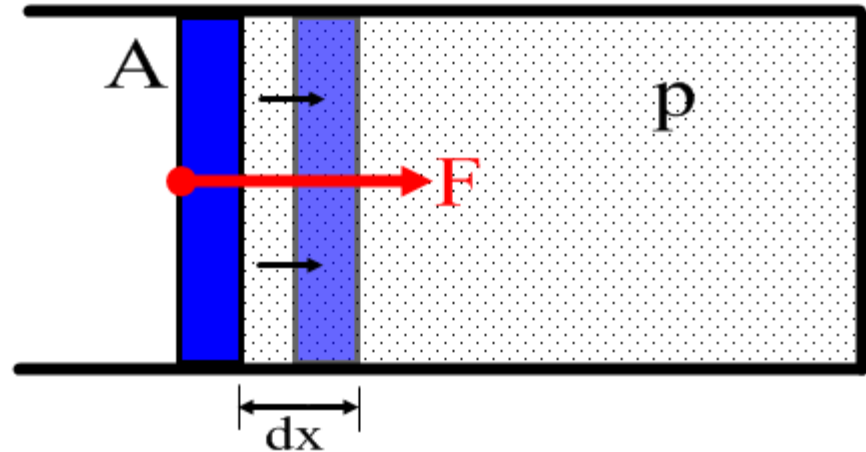
Eközben a gáz által végzett munka negatív, mert a gáz kifelé nyomja a dugattyút (az erő ellentétes az elmozdulás irányával): $\delta W^* = -\delta W$

Tágulás esetén viszont: $\delta W < 0$ és $\delta W^* > 0$

Egy véges térfogatváltozás esetén a

nyomás általában változik, ezért integrálni kell: $W_{1,2} = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$

A munkát a p - V diagramon a görbe alatti terület reprezentálja.

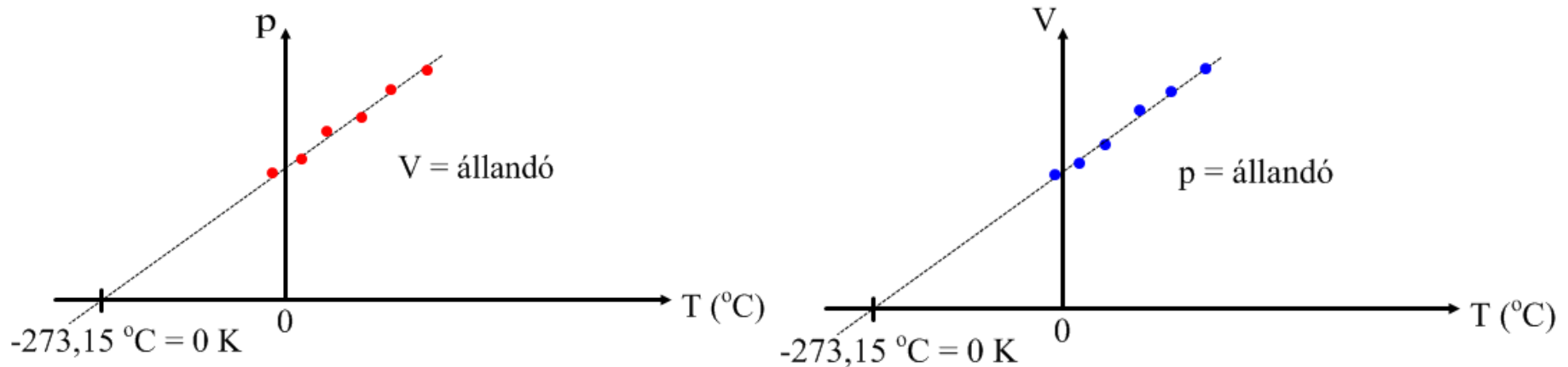


ha a nyomás állandó:
 $W_{1,2} = -p(V_2 - V_1)$

Abszolút hőmérsékleti skála

Ideális gáz térfogatát tanulmányozva állandó nyomáson, vagy nyomását tanulmányozva állandó térfogaton, mindkét esetben a hőmérsékletnek lineáris függvénye az eredmény.

A gáz térfogata illetve nyomása lineárisan nullához tart csökkenő hőmérséklet esetén.



Abszolút nulla: ahol a lineáris extrapoláció egyenese metszi a hőmérséklet tengelyt.

$T = -273,15\text{ °C} = 0\text{ K}$ (Kelvin) - A hőmérséklet SI mértékegysége.

Hőközlés

A test belső energiája úgy is nőhet, ha egy magasabb hőmérsékletű test energiát ad neki. Ez a makroszkopikus mozgás (munkavégzés) nélkül átadott energia a **hő**.

Jele: Q (az energia amit a rendszer a környezettől kap). Mértékegysége: J (Joule)

A rendszer (test, folyadék, gáz) által a környezetnek leadott energia pedig: $Q_{le} = -Q$

Hőközlés fajtái:

- **hővezetés** (a test anyagában vagy testek között érintkezés útján - pl. főzőlap)
- **konvekció** (a közeg áramlik és ezáltal az energiát is viszi magával - pl. központi fűtés)
- **hősugárzás** (mindenféle közeg nélkül, elektromágneses hullám formájában – pl. Nap)

Hőkapacitás: A rendszer hőmérsékletének 1 fokkal emeléséhez szükséges hő:

$$Q = C \cdot \Delta T \quad \text{Mértékegysége: } [C] = \text{J/K vagy J/}^\circ\text{C}$$

A hőkapacitás a rendszer egészét jellemzi, az anyagi minőségtől és mennyiségtől is függ.

Fajhő: a rendszer egységnyi tömegű részének hőkapacitása:

$$C = c \cdot m \quad \text{vagyis} \quad Q = c \cdot m \cdot \Delta T \quad \text{Mértékegysége: } [c] = \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \text{ vagy } \text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$$

Mólhő: a rendszer egy mólnyi részének hőkapacitása:

$$C = c_M \cdot n \quad \text{ahol } n \text{ a mólok száma vagyis } Q = c_M \cdot n \cdot \Delta T$$

$$\text{Mértékegysége: } [c_M] = \text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \text{ vagy } \text{J}/(\text{mol} \cdot ^\circ\text{C})$$

A fajhő és mólhő már csak az anyagi minőségtől függő mennyiségek!

A belső energia a rendszer egy állapotát jellemzi, míg a munka és a hő egy folyamatot.

Kalorimetria

Kalorimetria: A hőmennyiség és a fajhő mérésére szolgáló eljárás.

Kaloriméter: Egy ismert hőkapacitású hőszigetelt tartály, benne ismert hőkapacitású folyadékkal.

Eljárás alapja: A rendszerben idővel kiegyenlítődik a hőmérséklet, **termikus egyensúly** áll be.

Zárt rendszer belső energiája állandó

Ha Q_i az i -edik test által kapott hőmennyiség:

$$\sum_{i=1}^N Q_i = 0$$

Q lehet:

$cm\Delta T$ (melegedés vagy hűlés)

$-mL_e$ (égés során leadott hő)

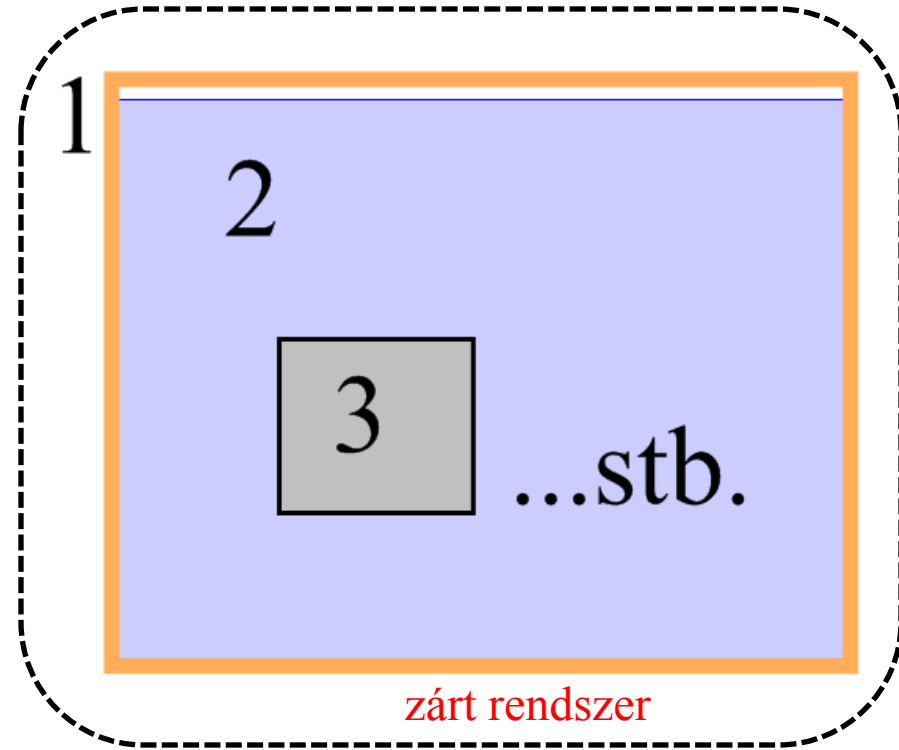
mL_o (olvadás során felvett hő)

$-mL_o$ (fagyás során leadott hő)

mL_f (forrás során felvett hő)

$-mL_f$ (lecsapódás során leadott hő)

fázisátalakulás során a hőmérséklet nem változik amíg az anyag egésze át nem alakul (olvadás- és forráspont).



Például három test esetén: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

ha nincs fázisátalakulás:

$$c_1 m_1 (T_k - T_1) + c_2 m_2 (T_k - T_2) + c_3 m_3 (T_k - T_3) = 0$$

Ha az egyik mennyiség (pl. c_3) ismeretlen, akkor az az egyenletből meghatározható.

A hőtan első főtétele

A **hőtan első főtétele** kimondja, hogy egy rendszer belső energiájának megváltozása egyenlő a **rendszerrel közölt hő** és a **rendszeren végzett munka** összegével:

$$\Delta E_b = Q + W$$

A munka a környezet által végzett térfogati munka.

A hő a környezettől kapott hő (lehet például súrlódás által disszipált mechanikai energia).

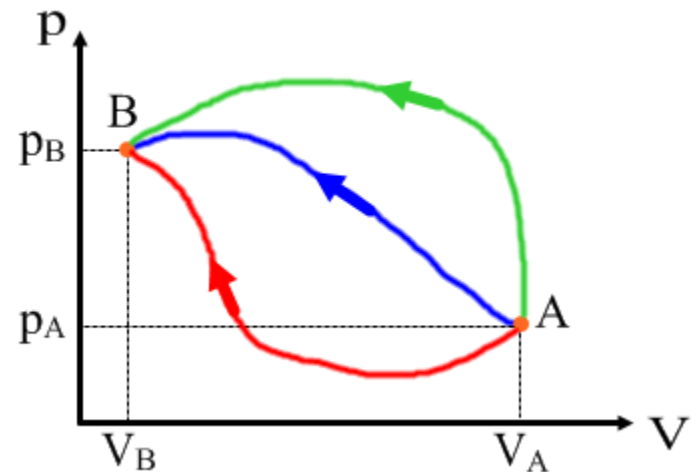
Mivel a belső energia a rendszer állapotára jellemző mennyiség, annak megváltozása egy A és B állapotok között nem függ attól, hogy milyen folyamat során történt a változás:

$$\Delta E_b = E_b(B) - E_b(A)$$

Bármilyen körfolyamat (A -ból kezdve és A -ban végződve) során természetesen:

$$\Delta E_b = E_b(A) - E_b(A) = 0$$

A tétel differenciális alakja: $dE_b = \delta Q + \delta W$



Kinetikus gázelmélet (ideális gázok)

Ekvipartíció tétele

Szabadsági fokok száma: (f) – Az egymástól független energiatárolási módok.

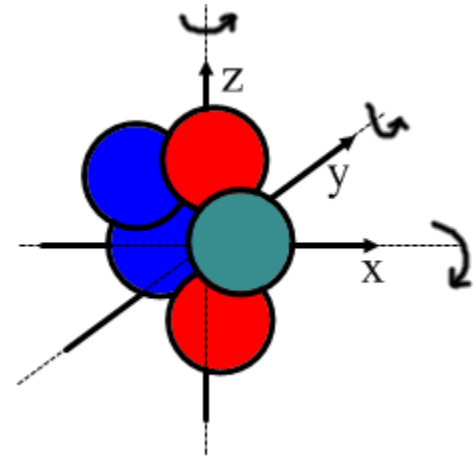
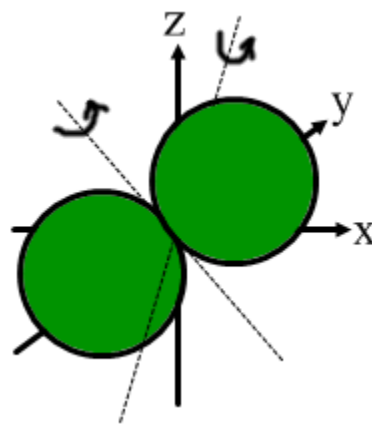
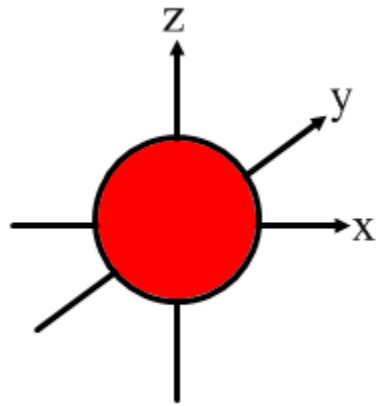
pl. mozgás x irányban, y irányban, z irányban (egyatomos gáz esetén lásd a múlt órai diák)

Tehát: $f = 3$ (egyetlen atomra). Ezek a translációs szabadsági fokok (x, y, z).

Kéttomos vagy egyéb lineáris geometriájú (pl. CO_2) molekulák a hossz tengelyükre merőleges két tengely körül foroghatnak is: $f = 5$. Transzlációs mellett 2 rotációs is.

Sokatomos molekulák három egymásra merőleges tengely körül foroghatnak is: $f = 6$

Energiatárolás csak azon tengely körüli forgás esetén van, amelynél a tehetetlenségi nyomaték nem elhanyagolható (mint a hosszanti tengelyre a lineáris molekuláknál).



Ekvipartíció tétele: Egyensúlyi rendszerben, egy adott hőmérsékleten minden rendelkezésre álló szabadsági fokra időátlagban jutó ε_f energia megegyezik.

Egy részecske egy szabadsági fokára: $\varepsilon_f = \frac{1}{2} kT$ $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ (Boltzmann-állandó)

Ideális gáz belső energiája

Ha az egy szabadsági fokra jutó energia átlagban $\varepsilon_f = \frac{1}{2}kT$, akkor egy részecskére átlagban $\bar{\varepsilon} = f \cdot \varepsilon_f = f \cdot \frac{1}{2}kT = \frac{f}{2}kT$ energia jut.

Ha a rendszer N db részecskéből áll, akkor a belső energia ennek egyszerűen az N -szerese:

$$E_b = \frac{f}{2}NkT = \frac{f}{2}nRT \quad \text{ahol } n = N / N_A \text{ és } R = kN_A$$

n : a mólok száma N_A : az Avogadro-szám $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ az egyetemes gázállandó.

A belső energia tehát csak a hőmérséklettől függ (adott mennyiségű és típusú gáz esetén).

Annak a testnek magasabb a hőmérséklete, ahol az egy szabadsági fokra jutó energia több.

A belső energia megváltozása tehát: $\Delta E_b = \frac{f}{2}Nk\Delta T = \frac{f}{2}nR\Delta T$

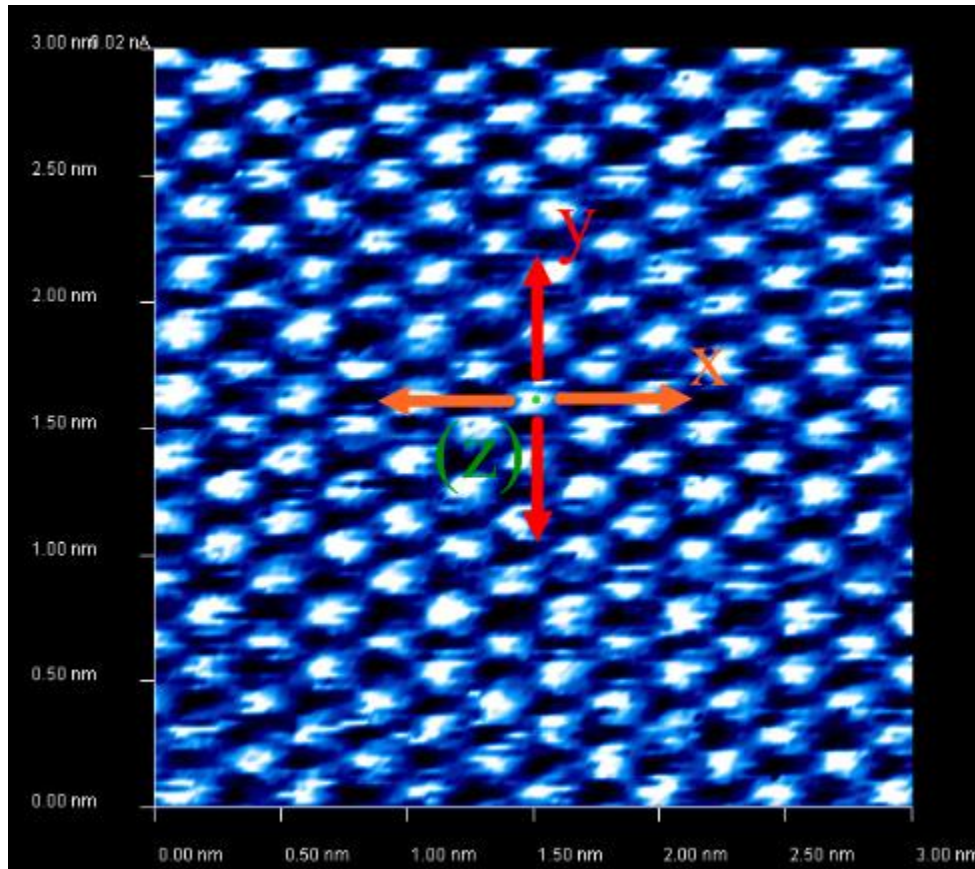
Ha visszatérünk egy pillanatra az egyatomos ideális gázokhoz, akkor kiszámíthatjuk az atomok sebességének **négyzetes középértékét** (v_{rms} vagyis „root mean square”):

$$E_b = N\bar{\varepsilon} = N \frac{3}{2}kT \quad \text{de így akkor} \quad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}m_0\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT \rightarrow \sqrt{\overline{v^2}} = v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

(m_0 : egy atom tömege, M : moláris tömeg)

Dulong-Petit szabály

Szilárd testekben az atomok rezgéseket végeznek három egymásra merőleges (x, y, z) irányban. Minden irányhoz tartozik egy kinetikus és egy potenciális energia tag.



szén atomok pásztázó alagútmikroszkópos képe (3 nm × 3 nm) grafitban

Minden atomra: $f = 6$
szabadsági fok.

Szilárd test belső energiája:

$$E_b = \frac{f}{2} NkT = 3NkT = 3nRT$$

Mivel $V = \text{áll}$, $W = 0$,
a hőtan első főtétele alapján:

$$\Delta E_b = Q + W = Q$$

$$Q = 3nR\Delta T = c_M n\Delta T$$

Dulong-Petit szabály:

a szilárd test mólhője:

$$c_M = 3R$$

Ideális gázok állapotegyenlete

A belső energiát egyatomos ideális gázokra kétféle módon is megkaptuk:

$$E_b = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}nRT \quad E_b = \frac{3}{2}pV \quad \rightarrow \quad pV = NkT = nRT$$

Ez nem csak egyatomos, hanem többatomos molekulákból álló ideális gázokra is igaz, az adott ideális gáz bármely állapotában. Innen az egyenlet neve...

Állapotegyenlet: Ideális gáz minden állapotában, az állapotváltozók között érvényes a következő összefüggés:

$$pV = NkT \quad \text{vagy} \quad pV = nRT$$

Ennek felhasználásával a belső energia: $E_b = \frac{f}{2}NkT = \frac{f}{2}nRT = \frac{f}{2}pV$

Abban az esetben, ha a gáz mennyisége állandó ($N = \text{állandó}$, vagy $n = \text{állandó}$), az állapotegyenletből megkapjuk az **egyesített gáztörvényt**.

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

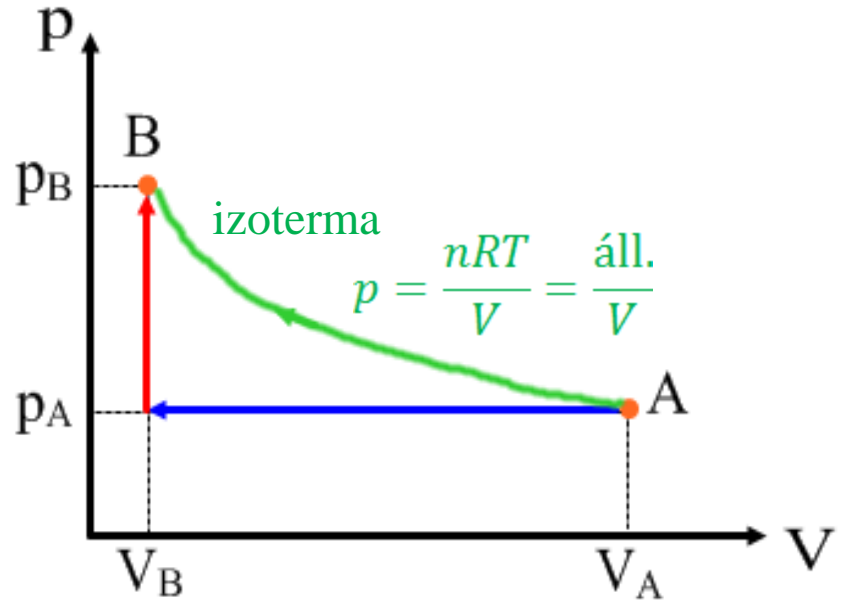
Ideális gázok speciális állapotváltozásai*

Gáz mennyisége mindig adott, tehát $n = \text{áll!}$

- izobár: a nyomás is állandó ($pV = nRT$)
($V/T = \text{áll.}$ $W = -p\Delta V = -nR\Delta T$)

- izochor: a térfogat is állandó ($pV = nRT$)
($p/T = \text{áll.}$ $W = 0$)

- izoterm: a hőmérséklet is állandó ($pV = nRT$)
($pV = \text{áll.}$)



Feladat: 8, 12

$$\begin{aligned} \delta W &= -pdV \\ W &= - \int_{V_1}^{V_2} pdV = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT [\ln V]_{V_1}^{V_2} = \\ &= -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = nRT \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right) = p_1 V_1 \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \end{aligned}$$

- adiabatikus: a közölt hő nulla $Q = 0$ (később...)

Izobár és izochor mólhő

A belső energia megváltozása izochor folyamat esetén ($V = \text{állandó}$, így $W = 0$):

$$Q = c_{MV} n \Delta T \quad \Delta E_b = \frac{f}{2} n R \Delta T = Q \quad \text{izochor mólhő: } c_{MV} = \frac{f}{2} R$$

A belső energia megváltozása izobár folyamat esetén:

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} n R \Delta T = Q + W = Q - p \Delta V = Q - n R \Delta T$$

$$\frac{f}{2} n R \Delta T + n R \Delta T = Q$$

$$Q = c_{Mp} n \Delta T \quad Q = \left(\frac{f}{2} + 1 \right) n R \Delta T \quad \text{izobár mólhő: } c_{Mp} = \left(\frac{f}{2} + 1 \right) R$$

A két mólhő hányadosa (fajhők hányadosa) az **adiabatikus kitevő**:

$$\kappa = \frac{c_{Mp}}{c_{MV}} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{f}{2} + 1}{\frac{f}{2}} = \frac{f + 2}{f} \quad \kappa = \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{4}{3}$$

Adiabatikus állapotváltozás

A folyamat során a hőátadás nulla: $Q = 0 \rightarrow \Delta E_b = W$

A belső energia megváltozása: $dE_b = \delta W \rightarrow \frac{f}{2} nRdT = -pdV$

Mivel: $nRT = pV \rightarrow nRdT = pdV + dpV$

$$\frac{f}{2} (pdV + dpV) = -pdV$$

$$\frac{f}{2} pdV + pdV = -\frac{f}{2} Vdp$$

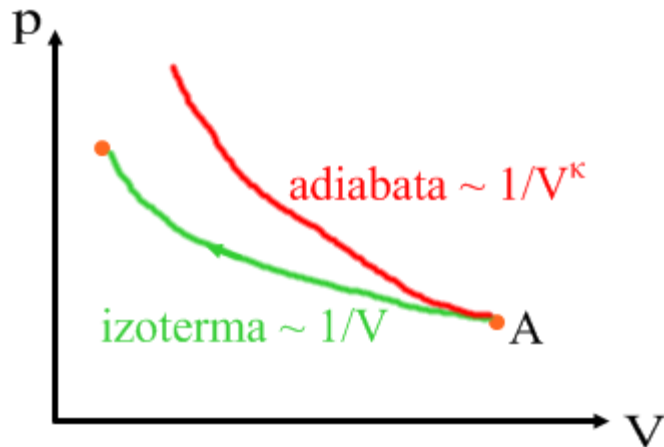
$$\left(\frac{f}{2} + 1\right) \frac{dV}{V} = -\frac{f}{2} \frac{dp}{p}$$

$$\kappa \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p} \rightarrow \kappa \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p}$$

$$\kappa \cdot [\ln V]_{V_1}^{V_2} = -[\ln p]_{p_1}^{p_2}$$

$$\kappa \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ln \left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa = \frac{p_1}{p_2}$$



Első Poisson-egyenlet:

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$$

További Poisson-egyenletek*

Adiabatikus folyamatra kaptuk az első egyenletet: $p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$

Felhasználva az állapotegyenletet, kapjuk a második Poisson-egyenletet:

$$pV = nRT \rightarrow pV^\kappa = nRTV^{\kappa-1}$$
$$nRT_1 V_1^{\kappa-1} = nRT_2 V_2^{\kappa-1}$$

Egyszerűsítve nR -el: $T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}$

Kifejezve V -t az állapotegyenletből: $V = \frac{nRT}{p}$

Behelyettesítve az első Poisson egyenletbe: $p_1 \left(\frac{nRT_1}{p_1} \right)^\kappa = p_2 \left(\frac{nRT_2}{p_2} \right)^\kappa$

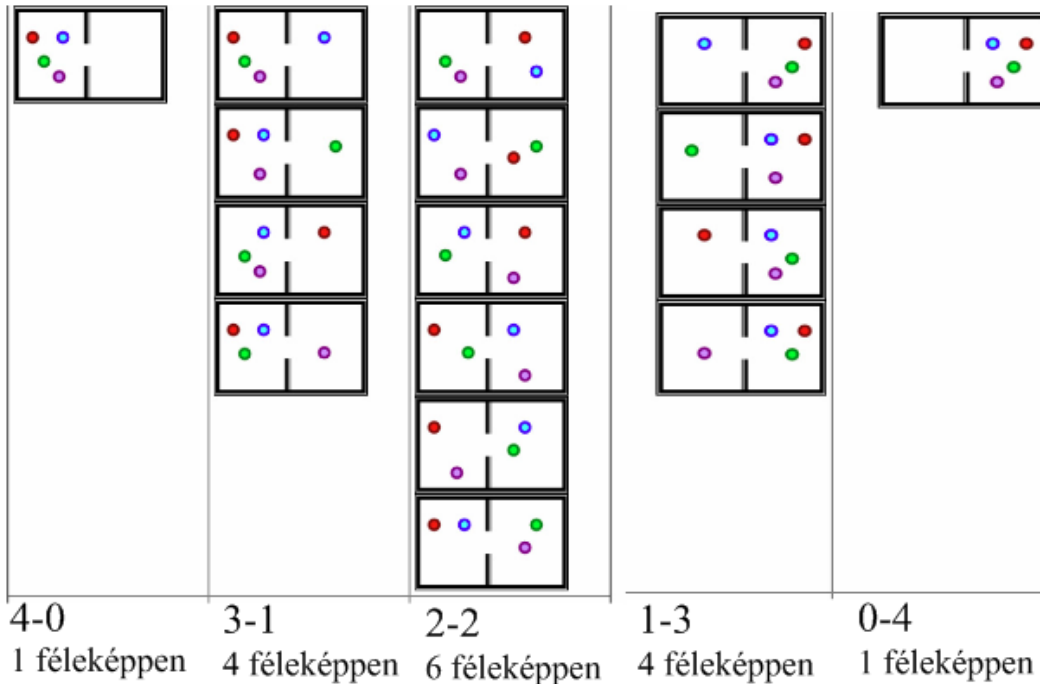
Egyszerűsítve $(nR)^\kappa$ -al és reciprokokat véve kapjuk a harmadik Poisson egyenletet:

$$\frac{p_1^{\kappa-1}}{T_1^\kappa} = \frac{p_2^{\kappa-1}}{T_2^\kappa}$$

Feladat: 14, 15

Mikroállapotok, állapotösszeg, entrópia*

A rendszer egy makroszkopikusan mérhető és megkülönböztethető állapotát többféle mikroszkopikus elrendeződés (általunk nem észlelhető mikroszkopikus különbségeket, pl. két ugyanolyan atom felcserélése a tartályban, is figyelembe vevő állapot) is létrehozhatja.



Példa 4 db ugyanolyan részecskével:

mikroállapot:

melyik részecske melyik oldalon

makroállapot:

hány részecske egy oldalon

állapotösszeg: Y

egy makroállapothoz

tartozó mikroállapotok száma

(hányféleképpen valósulhat meg)

Már 4 db részecskénél is látható, hogy a legvalószínűbb elrendeződés az egyenlően eloszló részecskéket jelenti. Ez óriási számú részecskék esetén sokkal dominánsabb.

Entrópia (rendezetlenség): $S = k \ln Y$ $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K (Boltzmann-állandó)

Ha a rendszer T hőmérsékleten δQ hőt kap, akkor az entrópiájának megváltozása:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Körfolyamatok

A körfolyamatok közös tulajdonsága, hogy bármennyi és bármilyen részfolyamatokból is álljanak, a ciklus végén a rendszer (gáz, munkaközeg) visszakerül a kiindulási állapotba. Mivel a belső energia (E_b) és az entrópia (S) mennyiségeket a rendszer állapota határozza meg, azok értéke a ciklus végén szintén ugyanannyi lesz, mint az elején.

Ebből az következik, hogy a teljes ciklusra a belső energia változása és az entrópia változása zérus. A részfolyamatokban ezek a mennyiségek úgy változnak meg, hogy a teljes ciklusra a változások összege nullának adódik:

$$\Delta E_{bO} = \Delta E_{b1} + \Delta E_{b2} + \dots + \Delta E_{bn} = 0 \quad \text{és} \quad \Delta S_O = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \dots + \Delta S_n = 0$$

Az O karakter az alsó indexben ΔE_{bO} és ΔS_O esetén a teljes körfolyamatra (ciklusra) vett értéket jelöli.

A **hőtan első főtételét** minden részfolyamatra felírhatjuk, tehát ezen egyenleteket összeadva a teljes ciklusra is nyugodtan írhatjuk, hogy

$$0 = \Delta E_{bO} = Q_O + W_O \rightarrow Q_O = -W_O$$

Itt a Q_O mennyiség a rendszer (gáz, munkaközeg) által **kapott nettó hő** a ciklus során:

$$Q_O = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

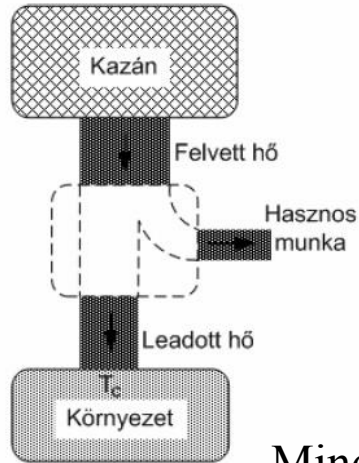
A W_O mennyiség pedig a **rendszeren végzett nettó munka** a ciklus során:

$$W_O = W_1 + W_2 + \dots + W_n$$

A **gáz által** a ciklus során **leadott** hőre természetesen: $Q_{leO} = -Q_O$

A **gáz által** a ciklus során **végzett** munkára pedig: $W_{gO} = -W_O$

Hőerőgép



A hőtan I. főtételéből továbbra is: $0 = \Delta E_{b0} \rightarrow Q_0 = -W_0 = W_{g0}$
 Ennek, vagyis az energiamegmaradás törvényének megfelelően, a munkaközeg a kazántól (meleg hőtartálytól) felvett hő és a környezetnek (vagy hideg hőtartálynak) leadott hő különbségeként adódó nettó felvett hőnek megfelelő hasznos munkát végez minden ciklus alatt (lásd ábra):

$$W_{g0} = W_{hasz} = Q_{felv} - Q_{lead} = Q_0$$

Mind a meleg, mind a hideg hőtartály hőkapacitását végtelennek tekintjük, tehát azok hőmérséklete végig állandó.

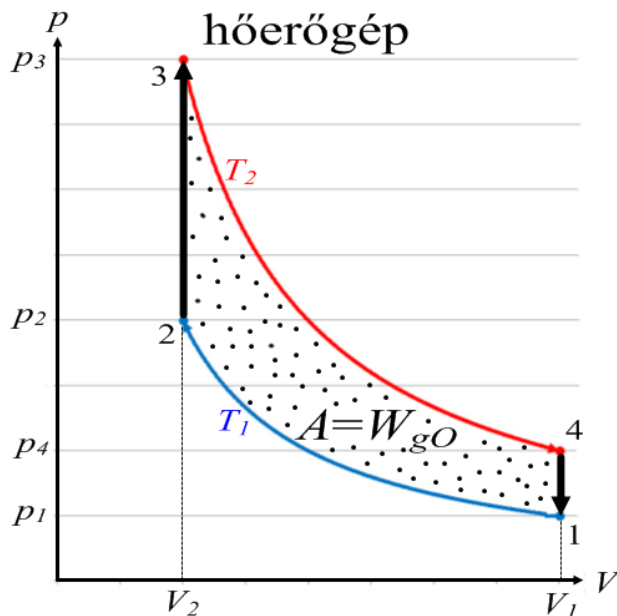
Tehát a hőerőgép a felvett hőt alakítja mechanikai munkavégzéssé, valamilyen η hatásfokkal:

$$\eta = \frac{W_{hasz}}{Q_{felv}} = \frac{Q_{felv} - Q_{lead}}{Q_{felv}} = 1 - \frac{Q_{lead}}{Q_{felv}}$$

Ezen az egyszerű példán egy T_1 hőmérsékleten végzett izoterm kompresszió, egy V_2 térfogaton végzett izochor melegítés, egy T_2 hőmérsékleten zajló izoterm expanzió, és egy V_1 térfogaton történő izochor hűlés alkotja a ciklust. Látható, hogy a hasznos munka két részből tevődik össze:

$$W_{hasz} = W_{g12} + W_{g34}$$

Az első tag negatív, abszolút értéke pedig az 1-es izoterma alatti terület. A második tag pozitív, értéke a 2-es izoterma alatti terület. Tehát a **bezárt terület** megadja a hasznos munkát. Ez tetszőleges hőerőgép körfolyamatára igaz, nem csak itt!



Hűtőgépek, hőszivattyúk

A hőtan I. főtételéből itt is: $0 = \Delta E_{bO} \rightarrow Q_O = -W_O \rightarrow Q_{leO} = W_O$

Ennek, vagyis az energiamegmaradás törvényének megfelelően, a munkaközeg a hideg hőtartálytól hőt von el és azt, valamint a motor által a ciklus közben rajta végzett nettó munkából származó energiát hő formájában leadja a meleg hőtartálynak minden ciklus alatt (lásd ábra):

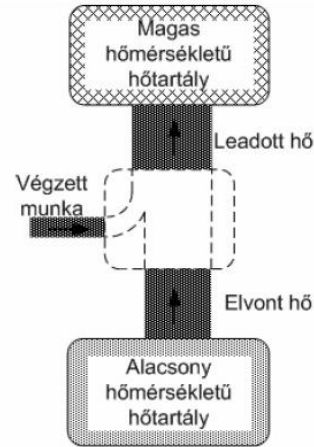
$$Q_{lead} = Q_{elv} + W_O \quad \text{ahol a nettó leadott hő: } Q_{leO} = Q_{lead} - Q_{elv}$$

A meleg és hideg hőtartály hőkapacitását itt is végtelennek tekintjük.

A hűtőgép és hőszivattyú működési elve ugyanaz, de a feladatuk különböző.

A hűtőgépnél a kívánatos folyamat a hő elvonása a hideg tartálytól (hűtő).

A hőszivattyúnál a kívánatos folyamat a hő leadása a meleg hőtartálynak (pl. fűtendő szoba).



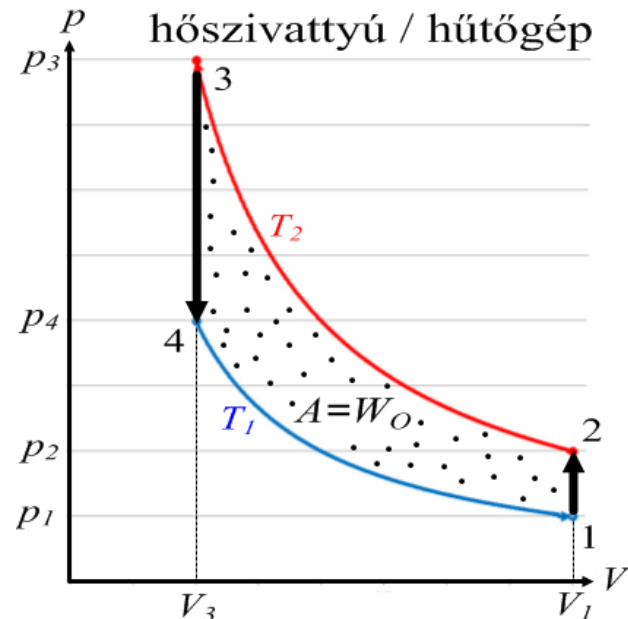
Itt hatásfok helyett jósági tényezőket tudunk definiálni.

$$\text{Hűtőgép: } q_{hg} = \frac{Q_{elv}}{W_O} = \frac{Q_{elv}}{Q_{lead} - Q_{elv}}$$

$$\text{Hőszivattyú: } q_{hsz} = \frac{Q_{lead}}{W_O} = \frac{Q_{lead}}{Q_{lead} - Q_{elv}}$$

A körfolyamat állapotai ugyanazok, mint az előző dián a hőerőgépnél, de **fordított** irányban megyünk végig rajtuk. Ezért a motor által végzendő nettó munka lesz pozitív, és ez fog most megegyezni a görbe által bezárt területtel:

$$W_{motor} = W_O = W_{23} + W_{41} \quad W_{23} > 0 \quad W_{41} < 0$$



A hőtan második főtétele

Vannak olyan folyamatok amik nem megfordíthatók, **irreverzibilisek**.
példák:

- hővé alakult mozgási energia nem alakul vissza
- összetört pohár nem pattan épségben vissza
- üres részhez nyitott gáz molekulái nem fognak mind visszajönni az eredeti kamrába



Ezeket a folyamatokat a fizika törvényei nem tiltják, viszont elenyésző a valószínűségük. Ezért statisztikailag kimondható, hogy a folyamatok csak olyan irányba mehetnek végbe, amivel **a rendezetlenség nő**. A rendezetlenség mértéke az **entrópia**. Lokálisan csökkenthető az entrópia, de csak annak árán, ha máshol viszont nő. A világegyetem entrópiája tehát folyamatosan nő.

Hőtan második főtétele: nem lehet olyan gépet készíteni, amely egyetlen tartály lehűlése árán munkát végezne (kell egy hideg tartály is). Ez a **másodfajú örökmozgó**.

Másik megfogalmazás: Zárt rendszer entrópiája sohasem csökkenhet.

$$\Delta S \geq 0$$

Megfordítható folyamatok esetén a rendezetlenség változatlan.
pl. rugalmas ütközés, adiabatikus állapotváltozás

Carnot ciklus

A Carnot ciklus egy olyan körfolyamat, amely két izoterm és két adiabatikus folyamatból áll.

A grafikon a hőerőgép irányát mutatja: $\eta = \frac{W_{hasz}}{Q_{felv}} = \frac{Q_{felv} - Q_{lead}}{Q_{felv}} = 1 - \frac{Q_{lead}}{Q_{felv}}$

A ciklusra a teljes entrópiaváltozás nulla. A két adiabatikus folyamat során az entrópia nem változik, izoterm folyamatoknál pedig állandó a hőmérséklet, tehát:

Feladat: 13

$$0 = \Delta S_O = \Delta S_{23} + \Delta S_{41} = \frac{Q_{23}}{T_2} + \frac{Q_{41}}{T_1} = \frac{Q_{felv}}{T_2} - \frac{Q_{lead}}{T_1}$$

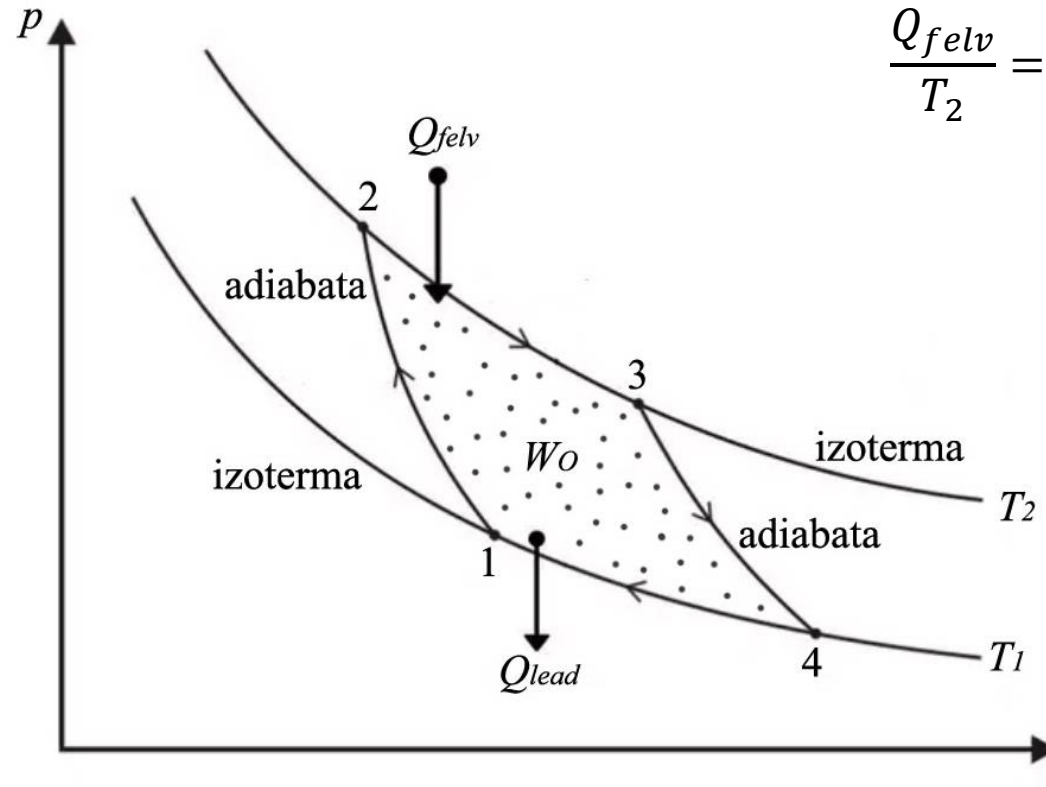
$$\frac{Q_{felv}}{T_2} = \frac{Q_{lead}}{T_1} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_{lead}}{Q_{felv}}$$

Ezzel a hőerőgép hatásfokára:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{lead}}{Q_{felv}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

A Carnot ciklus adja a lehető legnagyobb hatásfokot, de látható, hogy ez is egynél biztosan kisebb!

A cikluson fordított irányban körbe haladva hűtőgépet/hőszivattyút kapunk. A munkák és hők előjele ekkor megváltozik, de az abszolút értéküket tekintve ugyanazok lesznek.



Valódi anyagok

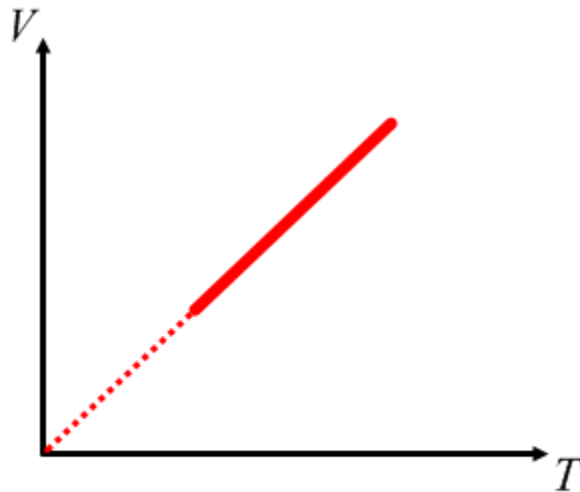
Valódi anyagok és ideális gázok összehasonlítása

Ideális gázokra állandó nyomáson: $pV = nRT$

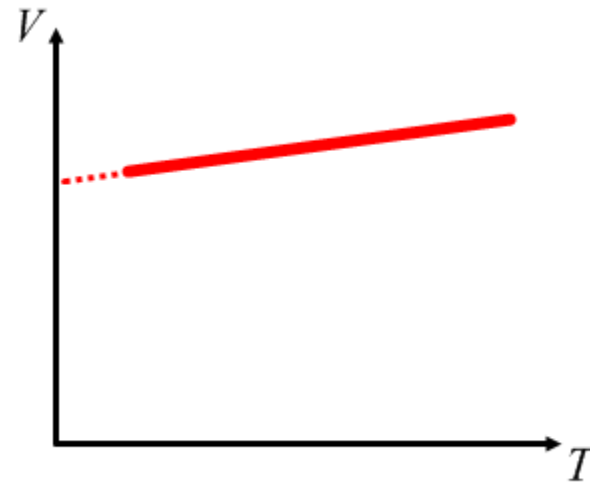
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Abszolút nulla felé közeledve a térfogat nullához tart.

Természetesen ez nem következik be, mert alacsony hőmérsékleten az ideális gáz közelítés nem érvényes.



ideális gáz



szilárd test

Reális gázok Van der Waals állapotegyenlete

Valóságos gázok nyomása és térfogata nem tart nullához a hőmérséklettel.

A részecskék által elfoglalt térfogat nem elhanyagolható. 1 mol részecske térfogata: b
Egymáshoz közel kerülő részecskék között vonzóerő hat, ami a nyomást csökkenti.

A Van der Waals állapotegyenlet 1 mol gázra ($v = V/n$):

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

Reális gázoknál a potenciális energia is hozzájárul a belső energiához.

Növekvő térfogat esetén a részecskék távolabb kerülnek, nő a potenciális energia.

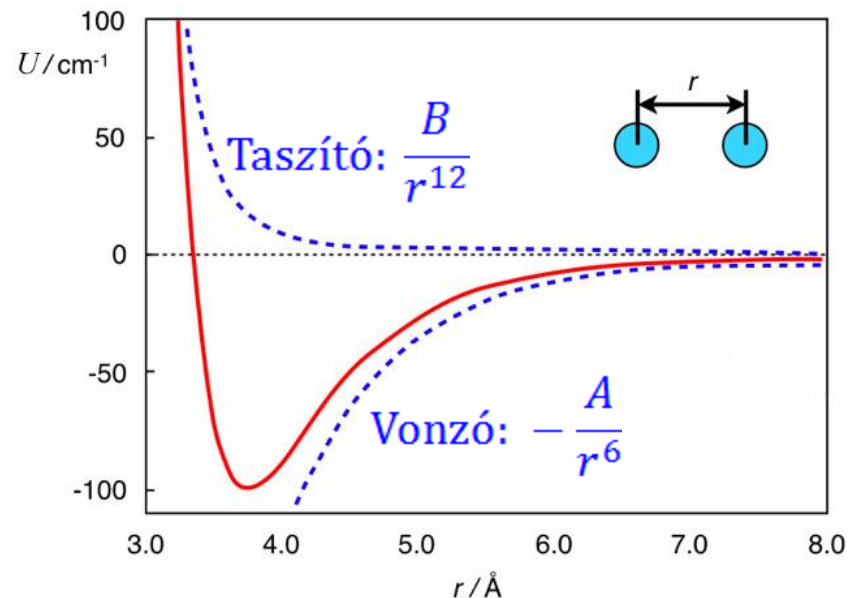
Tehát a belső energia nem csak a hőmérséklettől függ, hanem a térfogattól is.

Van der Waals kölcsönhatás
potenciális energiája:

$$U = -\frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}}$$

Lennard-Jones féle empirikus
formula.

A befolyásolja a -t, B pedig b -t



Hőtágulás*

Lineáris hőtágulás kis hőmérsékletváltozás esetén: $\Delta h = \alpha h_1 \Delta T$ h_1 : a rúd eredeti hossza

Tehát az új hossz: $h_2 = h_1(1 + \alpha \Delta T)$

A hőtágulás oka a potenciál aszimmetriája:
a lehetséges távolságok átlaga a
nagyobb értékek felé tolódik el ($r_2 > r_0$).

Térfogati hőtágulás: h_1 oldalélű kocka

Kezdeti térfogat $V_1 = h_1^3$, az új $V_2 = h_2^3$

Felhasználva a lineáris hőtágulás törvényszerűségét:

$$V_2 = h_2^3 = h_1^3 (1 + \alpha \Delta T)^3 = h_1^3 (1 + 3\alpha \Delta T + 3\alpha^2 \Delta T^2 + \alpha^3 \Delta T^3) = h_1^3 (1 + 3\alpha \Delta T)$$

$\alpha \Delta T$ kicsi, így a magasabb rendű tagok elhagyhatók

$$V_2 = V_1 (1 + \beta \Delta T)$$

$\beta = 3\alpha$ β : térfogati hőtágulási együttható

Érvényes bármely izotróp szilárd testre és folyadékokra. folyadékokra: $\beta \sim 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Vízre pl. nem, mert annak térfogata minimális 4 $^\circ\text{C}$ -on (hűtve is tágul!)

