

## Teszt sor 1 Megoldások

1. Egy 50% hatásfokkal működő motor 30kWh energiát vett fel 12 perc alatt. Mennyi volt az átlagos hasznos teljesítmény?

Megoldás:

$$t=12\text{perc}=720\text{s}$$

$$W=30\text{kWh}=30\cdot 1000\cdot 3600\text{Ws}=108\cdot 10^6 [\text{Ws}=\text{J}]$$

$$P_{\text{befektetett}}=W/t=108\cdot 10^6/720=150\cdot 10^3 [\text{Ws/s}=\text{W}]$$

$$P_{\text{hasznos}}=P_{\text{befektetett}}\cdot \eta=75\cdot 10^3\text{W}=75\text{kW}$$

2. Egy lift felfelé gyorsul  $2\text{m/s}^2$  gyorsulással. Benne egy 5kg-os testet húzunk vízszintesen egy olyan talajon, ahol a súrlódási együttható 0,4. Mekkora a súrlódási erő?

Megoldás:

A felfelé gyorsuló liftben nehezebbnek érezzük magunkat, mivel a Föld gravitációs erejével ellentétes irányban gyorsulunk. Ekkor a liftben lévő test eredő erő függőleges komponense a súlyerő és a talaj által kifejtett N nyomóerő összege  $\sum F = N - mg = ma$ , tehát

$$N = m(g + a) = m \cdot 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ ebből a súrlódási erő } S = \mu N = 0,4 \cdot 5\text{kg} \cdot 12\text{m/s}^2 = 24\text{N}.$$

3. Egy testet először egy vízszintessel  $10^\circ$ -os szöget bezáró lejtőre teszünk, ahol a súrlódási együttható 0,1, majd egy  $50^\circ$ -os lejtőre, ahol a súrlódási együttható 0,5. Hányszor nagyobb a test gyorsulása a második esetben?

Megoldás:

Súrlódásmentes esetben a lejtőn való gyorsulás  $a=g\cdot \sin\alpha$  lenne, tehát a testre  $F=m\cdot g\cdot \sin\alpha$  eredő erő hatna. Viszont esetünkben súrlódás is fellép, így az csökkenti a gyorsulás értékét. A súrlódási erő a mozgással ellentétes irányban hat, nagysága pedig a súrlódási együttható ( $\mu$ ) és a tartóvagy más néven támasztóerő szorzata. A támasztóerő az  $F_t=m\cdot g\cdot \cos\alpha$  képlettel számolható. Ebből  $F_{\text{súrl}}=\mu\cdot m\cdot g\cdot \cos\alpha$ . Tehát az eredő erő:  $F_e=F-F_{\text{súrl}}=m\cdot g(\sin\alpha-\mu\cdot \cos\alpha)$ . A test gyorsulása:  $a=F_e/m$ , vagyis a felhasználandó összefüggés:  $a=g(\sin\alpha-\mu\cdot \cos\alpha)$ .

A gyorsulások aránya:  $(\sin 50^\circ - 0,5 \cdot \cos 50^\circ) / (\sin 10^\circ - 0,1 \cdot \cos 10^\circ) = 5,92$ .

4. Egy adott tömegű testet felfelé hajítunk. Hányszor nagyobb kezdeti impulzussal kell rendelkeznie, hogy négyszer magasabbra jusson.

- A) kétszer B) négyszer C) nyolcszor D) tizenhatszor  
E) csak a test tömegének ismeretében lehet megmondani

Megoldás:

A feldobott test helyzeti energiája ( $E_{\text{helyzeti}}=m\cdot g\cdot h$ ) akkor maximális amikor a legmagasabbra ér, ekkor sebessége  $0\text{m/s}$ . Látható, hogy a helyzeti energia arányos a  $h$  magassággal. Az elhajítás pillanatában  $H=0$  legyen. Ekkor csupán mozgási energiája van a testnek, ami  $E_{\text{mozgási}}=1/2\cdot m\cdot v^2$ . A test mozgási energiája folyamatosan helyzeti energiává alakul át, ahogy felfelé halad. Mivel a test összenergiája (mozgási+helyzeti) állandó, így igaz a következő:  $1/2\cdot m\cdot v_{\text{max}}^2=m\cdot g\cdot h_{\text{max}}$ . Látható, hogy  $h_{\text{max}}$  egyenesen arányos  $v^2$ -tel. Mivel  $I=m\cdot v$ , és  $m$  állandó ezért a kezdeti impulzus négyzete arányos a maximális magassággal; más szóval a kezdeti impulzus a maximális magasság négyzetgyökével arányos. Tehát 4-szeres  $h_{\text{max}}$  eléréséhez 2-szeres kezdeti impulzus szükséges.

5. Harmonikus rezgésnél a tömegpont sebessége és gyorsulása

- A) mindig ugyanabba az irányba mutat    B) mindig ellentétes irányba mutat  
 C) ugyanakkor veszi fel a nulla értéket    D) ugyanazzal a frekvenciával változik  
 E) különböző frekvenciával változik    F) állandó

Megoldás:

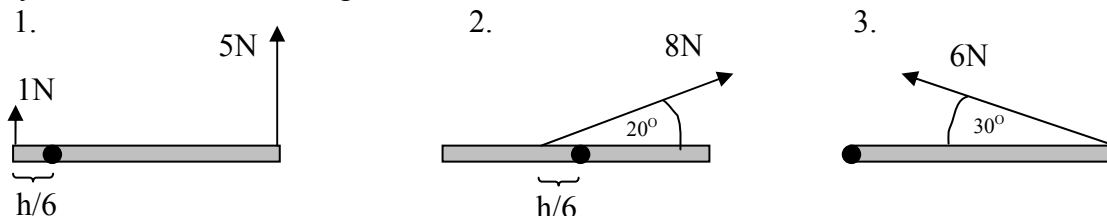
Ha a tömegpont kitérés-idő függvénye  $x(t)=A\sin(\omega t)$ , akkor a sebesség-idő függvény  $v(t)=A\omega\cos(\omega t)$ , a gyorsulás-idő függvény pedig  $a(t)=-A\omega^2\sin(\omega t)$ . Ez az utóbbi két függvény a periódus bizonyos szakaszaiban (a második és a negyedik negyedben) azonos, más szakaszokban pedig (az első és a harmadik negyedben) különböző előjelű, tehát A és B rossz válasz. Amikor az egyik függvény nulla, a másik  $\pm 1$ , tehát a C is rossz. Ugyanaz az  $\omega$  mindkét függvényre, tehát a D jó, az E nem jó. Az F ránézésre rossz, mivel a szinusz és koszinusz függvények nem állandó értékeket vesznek fel.

6. Egy testet 60N erővel lehet 4m sugarú körpályán tartani úgy, hogy a test másodpercenként fél fordulatot tesz meg. Mekkora a test tömege? A) 120kg B) 7,5kg C) 30kg D) 4,77kg E) 3,75kg F) 1,52kg G) 3,87kg

Megoldás:

A centripetális erő tartja a testet a körpályán,  $F_{cp}=m \cdot R \cdot \omega^2$ . A keringési idő most  $T=2s$ , mivel egy fordulatot két másodperc alatt tesz meg. a szögsebesség  $\omega=2 \cdot \pi / T$ , tehát  $\omega=2 \cdot \pi / 2s = \pi$  1/s  
 Ezekből  $m=F_{cp}/(R \cdot \omega^2)=60/(4 \cdot \pi^2)=1,52kg$ .

7. Az ábrákon ugyanakkora tömegű és ugyanolyan h hosszúságú rudakat láthatunk felülnézetből, a forgástengelyt kis fekete pötty jelöli. A rudak álló helyzetből indulnak. Hasonlítsuk össze a tengely körüli elfordulásuk szögét 0,2s alatt.



- A)  $\varphi_1 < \varphi_2 < \varphi_3$     B)  $\varphi_2 < \varphi_1 < \varphi_3$     C)  $\varphi_3 < \varphi_2 < \varphi_1$     D)  $\varphi_2 < \varphi_3 < \varphi_1$     E)  $\varphi_3 < \varphi_1 < \varphi_2$     F)  $\varphi_1 < \varphi_3 < \varphi_2$

Megoldás:

A rudak tengely körüli szögelfordulásának sebessége a rájuk ható erő(k) által kialakult nyomatéktól és a testek tehetetlenségi nyomatékától függ a forgómozgás alapegyenlete szerint:  $M = \theta \beta$ .

A forgatónyomatékok:  $M_1 = 5 \cdot \frac{5}{6} - 1 \cdot \frac{1}{6} = 4$ ,  $M_2 = 8 \cdot \frac{1}{6} \cdot \sin 20 = 0,456$  és  $M_3 = 6 \cdot 1 \cdot \sin 30 = 3$

A tehetetlenségi nyomatékok: az első rúdnál  $h/3$ -mal el van tolva a tengely a súlypontból, tehát Steiner tételével  $\theta_1 = \frac{1}{12} mh^2 + m(\frac{h}{3})^2 = \frac{7}{36} mh^2$ .  $\theta_2 = \frac{1}{12} mh^2$  és  $\theta_3 = \frac{1}{3} mh^2$ , a szöggyorsulások

aránya  $\frac{4}{7/36} : \frac{0,456}{1/12} : \frac{3}{1/3} = 20,57 : 5,47 : 9$ . Tehát a helyes válasz a D.

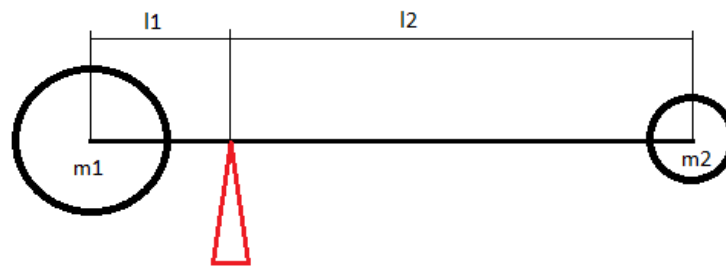
8. Van két golyónk, amelyek ugyanolyan,  $\rho=0,5\text{g/cm}^3$  sűrűségű műanyagból készültek, csak az első átmérője 20cm, a másodiké 10cm. Hányszor nagyobb az első golyó tömege?

Megoldás:

$m=\rho\cdot V$ . Mivel  $\rho_1=\rho_2$ , ezért a tömeg arányos a térfogattal. Gömb térfogata:  $V=3r^3\cdot\pi/4$ . Tehát 2-szer nagyobb átmérőhöz (azaz kétszer nagyobb sugárhoz)  $2^3$ -szor, azaz 8-szor nagyobb térfogat tartozik. Esetünkben a 20cm-es golyó 8-szor nehezebb a 10cm-estől.

9. Ha az előbbi két golyó egymástól 90cm-re van, hány cm-re van az első golyótól a tömegközéppontjuk?

Megoldás:



Tudjuk, hogy  $m_1=8\cdot m_2$ . A tömegközéppontnál:  $m_1\cdot l_1=m_2\cdot l_2$ , és  $l=l_1+l_2=90\text{cm}$ . Ebből az egyenletrendszerből megkapjuk, hogy  $l_1=l\cdot m_2/(m_1+m_2)=90\text{cm}\cdot 1/(1+8)=10\text{cm}$ .

Úgy is megoldható a feladat, ha a tömegközéppont általános képletét használjuk:

$$x_s = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \text{ és pl. a nagyobb gömb középpontjában vesszük fel az origót. Ekkor}$$

$$x_s = \frac{8\cdot 0 + 1\cdot 90}{9} = 10.$$

10. Ha az előbbi két golyót  $\rho=1\text{g/cm}^3$  sűrűségű vízbe tesszük, hányszor nagyobb az első golyó vízből kilógó részének térfogata?

Megoldás:

Mivel a golyók sűrűsége a fele a vízének, mindkét golyó félig süllyed el, tehát a 8-szor nagyobb golyó vízből kilógó térfogata 8-szor nagyobb, mint a kisebb golyóé.