

Elemi feladatok

1. Gépkocsi sebessége 5 s alatt 15 m/s-ról egyenletesen 25 m/s-ra növekszik. Mennyi a gyorsulása?

Megoldás: $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{25 \text{ m/s} - 15 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2. Egy autó $1,2 \text{ m/s}^2$ gyorsulással indul. Mekkora sebességet ér el, és milyen messzire jut 2,5 másodperc alatt? Megoldás: A gyorsulás állandó, tehát a sebesség a t pillanatban

$v = v_0 + at = 0 + 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,5 \text{ s} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Az út $s = a/2 \cdot t^2 = 3,75 \text{ m}$.

3. Mekkora távolságot tesz meg a nyugalmi helyzetből induló, és szabadon eső test a $t_1 = 6 \text{ s}$ és $t_2 = 8 \text{ s}$ közötti időközben? Megoldás: Az esés első 6, ill. 8 másodperce alatt befutott távolság

$s_1 = \frac{g}{2} t_1^2$, ill. $s_2 = \frac{g}{2} t_2^2$; A t_1 és t_2 időpontok közötti időben megtett út tehát $s_2 - s_1 = 140 \text{ m}$.

4. Mekkora a Föld tengely körüli forgásának szögsebessége? Mekkora a Föld felszínén elhelyezkedő (a középponttól pl. 6370 km-re lévő) pontoknak az ebből adódó sebessége?

Megoldás: $\omega = 2\pi / (24 \cdot 3600) = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ 1/s}$, $v = 6370000 \cdot \omega = 463,1 \text{ m/s} = 1667 \text{ km/h}$.

5. Egy tömegpont álló helyzetből indulva egyenletesen gyorsuló körmozgást végez, a kör sugara 50 cm. A pont sebessége a 4. másodpercben 6 m/s. Mekkora a szöggyorsulás? Mekkora a pont sebessége és a szögsebesség a 10. másodpercben? Megoldás: $v_0 = 0$, $v_1 = 6 \text{ m/s}$, $\omega_1 = v_1 / r = 12 \text{ 1/s}$, tehát $\Delta\omega = 12 \text{ 1/s}$ $\Delta t_1 = 4 \text{ s}$ idő alatt, $\beta = 3 \text{ 1/s}^2$. Ha $\Delta t_2 = 10 \text{ s}$, akkor $v_2 = 15 \text{ m/s}$ és $\omega_2 = 30 \text{ 1/s}$.

6. Egy farkas üldözőbe vesz egy őzgidát. Tegyük fel, hogy mindketten ugyanazon egyenes mentén mozognak, a farkas sebessége 36 km/h, a gidáé 21,6 km/h, és utóbbinak 100 m előnye van. Mennyi idő múlva éri utol a farkas és mennyit kell futnia?

Megoldás: $s_f = s_g + 100 \text{ m}$, $v_f t = v_g t + 100 \text{ m}$, $10t = 6t + 100$ tehát $t = 25 \text{ s}$, visszahelyettesítve $s_f = 250 \text{ m}$.

7. Egy hajó északra halad 20 km/h sebességgel, egy másik keletre 15 km/h-val. Milyen távol lesznek egymástól 4 óra múlva? Megoldás: $s_1 = 80 \text{ km}$, $s_2 = 60 \text{ km}$, „pitagorasszal” $d = 100 \text{ km}$.

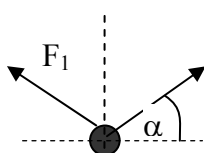
8. Egy autó tömege 2000 kg. 36 km/h sebességről 10 másodperc alatt fékeződött le. Mekkora a fékező erő? Megoldás: $a = \Delta v / \Delta t = 1 \text{ m/s}^2$, $F = ma = 2000 \text{ N}$

9. Mekkora az emelődaru kötelében fellépő húzóerő (F_h) egy 100 kg tömegű gépalkatrész süllyesztésekor, illetőleg emeléskor, ha a gyorsulás nagysága mindkét esetben 2 m/s^2 ? A kötel és a végén levő horogszerkezet súlya elhanyagolható. Megoldás: lefelé: $G - F_h = ma$, azaz $1000 \text{ N} - F_h = 200 \text{ N}$, így $F_h = 800 \text{ N}$, felfelé $F_h - G = ma$, ebből $F_h = 1200 \text{ N}$.

10. Egy $m = 4 \text{ kg}$ -os testre a súlyán kívül egy vízszintes, 30 N nagyságú erő hat. Mekkora a test gyorsulása? Megoldás: Az eredő erő nagysága „pitagorasszal” $F_e = 50 \text{ N}$, így $a = 12,5 \text{ m/s}^2$.

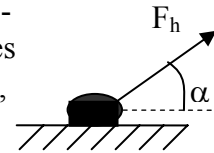
11. Egy vektor hossza $h = 2 \text{ m}$, a vízszintes komponense $h_v = 1,2 \text{ m}$. Mekkora a h_f függőleges komponens és mekkora φ szöget zár be a vektor a függőlegessel? Megoldás: $\sin\varphi = h_v / h$, $\varphi = 36,87^\circ$. $h_f = h \cos\varphi = 1,6 \text{ m}$. Ez utóbbit pitagorasszal is ki lehet számolni: $h_f^2 = h^2 - h_v^2$.

12. Egy test $t = 0$ -ban a Descartes-koordináta rendszer $(3, 2, 1)$ pontjában volt, $t = 3$ -ban pedig a $(5, 5, -1)$ pontban. Mekkora az átlagsebessége? Megoldás: az elmozdulás-vektor x , y és z komponense rendre 2, 3 és 2, az elmozdulás-vektor hossza 4,12, a sebesség 1,37.



13. Egy $m = 8 \text{ kg}$ tömegű pontszerű testre a súlyán kívül még két, $F_1 = F_2 = 60 \text{ N}$ nagyságú erő hat, mindkettő $\alpha = 30^\circ$ -os szöget zár be a vízszintessel, és e két utóbbi erő a súlyerővel egy síkban van. Mekkora és milyen irányú a test gyorsulása? Megoldás: Az F_1 függőleges komponense $F_1 \sin\alpha = 30 \text{ N}$, felfelé összesen 60 N, lefelé 80 N hat, $F_e = 20 \text{ N}$, $a = 2,5 \text{ m/s}^2$ lefelé.

14. Egy fél mázsás zsák vízszintes, súrlódásmentes talajon hever. Egy munkás elkezd húzni a vízszintessel $\alpha=40^\circ$ -os szöget bezáró, $F_h=400\text{N}$ nagyságú erővel. Mekkora és milyen irányú a test gyorsulása? *Megoldás:* Az F_h függőleges komponense $F_h\sin\alpha=257\text{N} < G=500\text{N}$, vízszintes komponense $F_h\cos\alpha=306\text{N}$, tehát csak vízszintesen gyorsul és $a=306\text{N/m}=6,13\text{m/s}^2$.



15. Egy $m=50\text{kg}$ -os zsákot vízszintesen húzunk $F=300\text{N}$ erővel, így a gyorsulása $a=1\text{m/s}^2$. Mekkora a súrlódási együttható a talaj és a zsák között? *Megoldás:* $F_s=300\text{N}-m\cdot a=250\text{N}=\mu mg$, $\mu=0,5$.

16. Egy rugóra felakasztunk egy $V=2\text{dm}^3$ térfogatú, $\rho=5\text{kg/dm}^3$ sűrűségű testet, így a rugó 2cm-t nyúlik meg. Mekkora a rugóállandó? *Megoldás:* $m=\rho V=10\text{kg}$, $mg=Dx$, $D=5000\text{N/m}$.

17. Mekkora sebességet ér el a nyugalmi helyzetből induló 20 kg tömegű test 40 joule munka árán? *Megoldás:* energia-megmaradással, azaz munkatétellel $W=40\text{J}=1/2 mv^2$, azaz $v=2\text{m/s}$.

18. Függőlegesen feldobunk egy testet $v=30\text{m/s}$ kezdősebességgel. Milyen magasra jut? *Megoldás:* Energia-megmaradással: $1/2 mv^2=mgh$, $h=v^2/2g=45\text{m}$.

19. Egy pontszerű, 200g tömegű test körmozgást végez egy 40cm sugarú körpályán. Mennyi energiát kell befektetni, hogy a szögsebességét 10/s-ról 20/s-ra növeljük?

Megoldás: $v_1=R\omega_1=4\text{m/s}$, $v_2=8\text{m/s}$, $\Delta E = m/2 \cdot (v_2^2 - v_1^2) = 4,8\text{J}$

20. Egy 5kg tömegű testet 40N centripetális erővel lehet $R=2\text{m}$ sugarú körpályán tartani.

a) Mekkora a test sebessége és szögsebessége? *Megoldás:* $F_{cp}=mv^2/R$, ebből $v=4\text{m/s}$, $\omega=2\text{1/s}$.

b) Ha a centripetális erőt egy rugó fejt ki, amelynek rugóállandója 200 N/m, mekkora a rugó feszítetlen hossza? *Megoldás:* $F_{cp}=Dx$, azaz a megnyúlás $x=0,2\text{m}$, az eredeti hossz 1,8 m.

21. 80 kg tömegű testet 15 méter magasra emelünk egyenletesen. Mekkora az emelőerő munkája, ill. a nehézségi erő munkája? Mekkora az emelőerő teljesítménye, ha az emelés időtartama 30s?

Megoldás: Az emelőerő munkája $W_e=F\cdot h=12\text{kJ}$, a nehézségi erőé $W_2=-12\text{kJ}$, $P=W/\Delta t=400\text{W}$.

22. Egy 20g tömegű, 4 m/s sebességű golyó rugalmatlanul ütközik és összetapad egy álló helyzetű, 60g tömegű golyóval. Mekkora az ütközés utáni közös sebesség?

Megoldás: lendület-megmaradással: $m_1v_1=(m_1+m_2)v_{köz}$ azaz $v_{köz}=1\text{m/s}$.

23. Egy teherautót álló helyzetből változatlan előhatással 40 másodpercig gyorsítanak. Hányszor nagyobb a teherautó lendülete és mozgási energiája a 40. másodpercben, mint a 10. másodpercben?

Megoldás: a sebesség egyenesen arányos az idővel, így rendre négyszer és tizenhatszor nagyobb.

24. 1kWh munkavégzéssel mekkora terhet lehet 50m magasra felvinni?

Megoldás: $mgh=1\text{kWh}=3600000\text{J}$, ebből $m=7200\text{kg}$.

25. Egy rögzített tengelyű kerék 10 fordulatot tesz meg percenként. Mennyi a kerületi sebessége és mennyi a gyorsulása a kerék azon pontjának, amely a forgástengelytől 0,2 m-re van?

Megoldás: $\omega=2\pi n=20\pi/60=1,05\text{1/s}$, ebből $v=0,21\text{m/s}$, $a_{cp}=v^2/r=0,219\text{m/s}^2$

26. Egy traktor és egy személyautó egyenletesen halad, a traktor sebessége 36 km/h, kerekeinek átmérője $d_t=1\text{m}$, az autó sebessége 108km/h, kerekeinek átmérője fél méter. Melyik jármű kerekeinek nagyobb a fordulatszáma és menyivel? *Megoldás:* $v_t=10\text{m/s}$, a kerék kerülete $d_t\pi$, a t idő alatt megtett út $vt=d_t\pi n_t$ a fordulatszám $n_t=v_t/d_t\pi$, behelyettesítve adódik, hogy $n_a/n_t=6$, az autóé 6X nagyobb.

27. A HCN (hidrogén-cianid, egy mérgező gáz) moltömege 27g/mol. Ha egy olyan szobában, melynek méretei $4\text{m}\times 4\text{m}\times 3\text{m}$, egyenletesen eloszlattunk 5mol gázt, hány gramm molekula kerül a tüdönkbe, ha azt teletöltjük 5 liter levegővel? (A becslések szerint 8 gramm belélegzett HCN gáz halált okoz) *Megoldás:* 135g gáz jut 48m^3 -re, azaz 48000 literre, így 5 literre 0,014g gáz jut.

28. Ha egy 0,5m oldalú kocka alakú tartályba egy bizonyos folyadékból 120kg fér bele, akkor mennyi fér egy 3m belső átmérőjű gömb alakú tartályba? *Megoldás:* $V_k=0,125\text{m}^3$, $V_g=14,1\text{m}^3$,

aránypárral $m_g = m_k V_g / V_k = 13,57$ tonna.

29. Egy $h=20\text{cm}$ magas műanyagból ($\rho=0,9\text{ g/cm}^3$) készült körhenger tömege 18 kg .

a) Mekkora az átmérő? *Megoldás:* $V=m/\rho$ és $V=d^2\pi h/4$, ezekből $d=35,7\text{ cm}$;

b) Ha vízbe tesszük ezt a testet, milyen mélyre süllyed be, ha a tengelye függőleges?

Megoldás: Arkhimédész törvényével, (a felhajtóerő egyenlő a kiszorított folyadék súlyával) ha a test úszik, a kiszorított víz súlya 180N , tömege 18kg , és mivel sűrűsége 1 g/cm^3 , térfogata $9/10$ -e a hengerének, azaz 18cm -re süllyed be.

30. Egy tó fenekén egy 20kg tömegű fémdarab hever, átlagos sűrűsége $\rho=4\text{ kg/dm}^3$. Legalább mekkora erő kell, hogy kiemeljük? *Megoldás:* a víz sűrűsége negyede a test sűrűségének, a kiszorított víz és a test térfogata egyenlő, tehát a kiszorított víz súlya, azaz a felhajtóerő negyede a test súlyának, vagyis 50N , így a válasz: 150N -nál nagyobb erő kell.

31. Mennyi a víz nyomása az óceán felszíne alatt 1 km mélyen, ha feltételezzük, hogy a tengervíz sűrűsége végig $1,026\text{ kg/dm}^3$? ($g \approx 10\text{ m/s}^2$) *Megoldás:* $p=\rho gh=10,26\text{ MPa}$ + a légköri nyomás

32. Fél liter alkohol tömege 400gramm . Milyen mélyre kell süllyednünk az alkoholba, hogy a hidrosztatikai nyomás a p_0 légköri nyomás felével egyezzen meg? ($p_0=10^5\text{Pa}$)

Megoldás: $\rho=800\text{kg/m}^3$, ezt felhasználva $h=p/\rho g=6,25\text{m}$

33. Mérleghinta (libikóka) két oldalán egy-egy 40kg tömegű gyerek ül a tengelytől 3m , ill. 2 m távolságra. Hova üljön a harmadik, 50kg -os gyerek, hogy a hinta egyensúlyban legyen?

Megoldás: forgatónyomatékokkal $400\text{N}\cdot 3\text{m}=400\text{N}\cdot 2\text{m}+500\text{N}\cdot x$, tehát $x=0,8\text{m}$.

34. 60 kg terhet egy könnyű, h hosszúságú rúddal ketten tartanak. Mekkora erőket kell a rúd végeire kifejteni, ha a teher a rúd harmadában van felfüggesztve? ($g=10\text{m/s}^2$)

Megoldás: A rúd két végére egy-egy nyomatékegyenletet írunk fel: $F_1\cdot h=G\cdot h/3$ és $F_2\cdot h=G\cdot 2h/3$, azaz $F_1=200\text{N}$, $F_2=400\text{N}$, ellenőrzés: $F_1 + F_2 = 600\text{N}$.

35. Mennyi vizet lehet 20°C -os állapotból elforralni 2 mázsa 15MJ/kg égéshőjű fával, ha feltesszük, hogy nincs energiavesztés? A víz fajhője $4,2\text{kJ/(kg}\cdot\text{C}^\circ)$, forráshője $2,25\text{MJ/kg}$.

Megoldás: $Q=200\text{kg}\cdot 15\text{MJ/kg}=cm_v\cdot 80^\circ\text{C}+ m_v\cdot L_f$, ebből $m_v=1160\text{kg}$

36. Tegyük fel, hogy egy targonca 8 tonnányi árut pakol fel $2,5\text{ m}$ magasra, miközben $0,5\text{ kg}$ üzemanyagot éget el, melynek égéshője $L_e=40\text{MJ/kg}$. Mennyi a hatásfok?

Megoldás: $W_{\text{hasznos}}=mgh=0,2\text{MJ}$, $\Delta E_{be}=mL_e=20\text{MJ}$, $\eta=0,01$ azaz 1% .

37. Két tömegpont lebeg a világűrben, tömegük $m_1=2\text{kg}$, $m_2=3\text{kg}$, az első töltése $Q_1=20\text{nC}$. Mekkora a második töltése, ha a gravitációs és az elektrosztatikus erő pont kiegyenlíti egymást?

Megoldás: a távolságnégyzettel egyszerűsítve $\gamma m_1 m_2 = k Q_1 Q_2$, $6,7 \cdot 10^{-11}\text{ m}^3/\text{kg}^2 \cdot 2\text{kg} \cdot 3\text{kg} = 9 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-9} \cdot Q_2$, ebből $Q_2=2,233\text{pC}$.

38. Az ábrán látható töltések értéke $Q_1=25\mu\text{C}$, $Q_2=1\text{mC}$, $Q_3=40\mu\text{C}$, Q_1 és Q_2 távolsága $a=5\text{mm}$, Q_2 és Q_3 távolsága $b=1\text{cm}$, az a és b szakaszok merőlegesek. Mekkora erőt fejt ki Q_1 és Q_3 együtt Q_2 -re?

Megoldás: $F_1=k Q_1 Q_2/a^2=9\cdot 10^6\text{N}$, $F_2=k Q_3 Q_2/b^2=36\cdot 10^5\text{N}$, a két erő merőleges, pitagorasszal összeadva $F_e=9,69\cdot 10^6\text{N}$.

39. Egy $m=1\text{mg}$ tömegű, $q=5\mu\text{C}$ töltésű tömegpont kering egy álló helyzetű, $Q=2\mu\text{C}$ töltésű test körül 2cm távolságra. Mennyi a centripetális gyorsulás és a szögsebesség? Mennyi idő alatt tesz meg a tömegpont egy kört? *Megoldás:* A Coulomb erő képletéből $F=225\text{N}$, $a_{cp}=F/m=2,25\cdot 10^8\text{m/s}^2$, $\omega^2=a_{cp}/r$, azaz $\omega=106066/\text{s}$, $T=5,9\cdot 10^{-5}\text{s}$

40. Egy izzólámpa ellenállása 50Ω . Mekkora lesz az áramerősség, ha 100V -os feszültségre kötjük? *Megoldás:* $I=U/R=2\text{A}$.