

Optika (folytatás) .....	1
A teljes elektromágneses színekép áttekintése .....	1
A geometriai optika.....	2
Törés és visszaverődés .....	2
Bevezetés .....	3
Hőmérsékleti sugárzás, feketetest sugárzás .....	4
A szilárd testek mólhőjének viselkedése alacsony hőmérsékleten .....	5
A foton lendülete.....	7
Atomhéjfizika.....	9
Gázok emissziós és abszorpciós színe .....	9
A Bohr-modell .....	10
Bohr posztulátumok (1913) .....	10
A Hidrogénatom Bohr modellje.....	11
Röntgensugárzás .....	13

## Optika (folytatás)

### A teljes elektromágneses színekép áttekintése

Az elektromágneses hullámok hullámhossztartománya rendkívül nagy, amelynek a látható színekép csak igen kis töredékét foglalja el. A látható színekép hosszú hullámú részéhez csatlakozik az infravörös színeképtartomány. Ez átnyúlik az elektromos úton előállított elektromos hullámok tartományába (mikrohullámok, ultrarövid, rövid-, hosszúhullámú rádióhullámok, majd a közönséges váltakozó áramok tartománya); a határon az egyenáram állna  $\infty$  hullámhosszal, 0 frekvenciával. Másrészt a látható színekép rövidhullámú részén túl az ultraibolya tartomány kezdődik, majd a röntgensugarak és a radioaktív  $\gamma$ -sugarak következnek. Még rövidebb a hullámhossza és így nagyobb a frekvenciája lehet a kozmikus sugárzás elektromágneses részének.

Mindezekre a hullámokra vákuumban lényegében ugyanazok a törvényszerűségek érvényesek: azonos sebességgel haladnak ( $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s), az elektromos és a mágneses térerősség vektora a terjedés és egymás irányára merőleges, periodikusan változik. Az elektromágneses sugárzás viselkedését az elektrodinamika írja le a Maxwell egyenletek alapján.

Azonban az anyagok viselkedése a különböző hullámhosszakkal szemben más és más. A fémek pl. a látható fényt nem engedik át, elég nagy frekvenciájú röntgen-hullámokra nézve viszont átlátszóak. Az egyes anyagok és a fény bonyolult kölcsönhatásának leírására a klasszikus elektrodinamika önmagában nem elégséges.

Egy váltakozó áramú áramkörben az áramerősség periodikusan változik, ebből arra lehet következtetni, hogy mind az elektromos, mind a mágneses térerősség is periodikusan változik. Az áramkört alkotó vezetékek alakjától stb. függően ez elektromágneses hullámok kibocsátásával jár. A szokásos 50Hz-es váltóáramra ennek hullámhossza óriási,  $\lambda = c/f = 6000$  km. Ebből a tartományból a frekvencia növelésével folytonos az átmenet a rádióhullámok felé, melyek előállítását általában rezgőkörökben történik, antennával sugározzák ki őket. Növekvő frekvencia szerint hosszú-, közép-, és rövidhullámokról beszélhetünk, ill. URH (ultrarövid hullám) frekvenciákról. Az ennél rövidebb (1m-1mm) hullámhosszú, nagyobb frekvenciájú (300MHz-300GHz) sugárzást mikrohullámnak nevezik, de mivel nincs éles határ a rádióhullámok és a mikrohullámok között, vannak, akik a mikrohullámokat is a rádióhullámokhoz sorolják. Közismert, hogy mikrohullámot használunk ételmelegítésre (a dipólmomentummal rendelkező molekulák, különösen a víz, elnyelik az energiáját), ennek szokásos frekvenciája 2,45GHz (ami jóval kisebb, mint a vízmolekula rezonanciafrekvenciája). Emellett tárgyak helyének és sebességének meghatározására (radar) és PVC-hegesztésre is használják. Ebben a tartományban zajlik a kommunikáció a **mobiltelefonok** és az

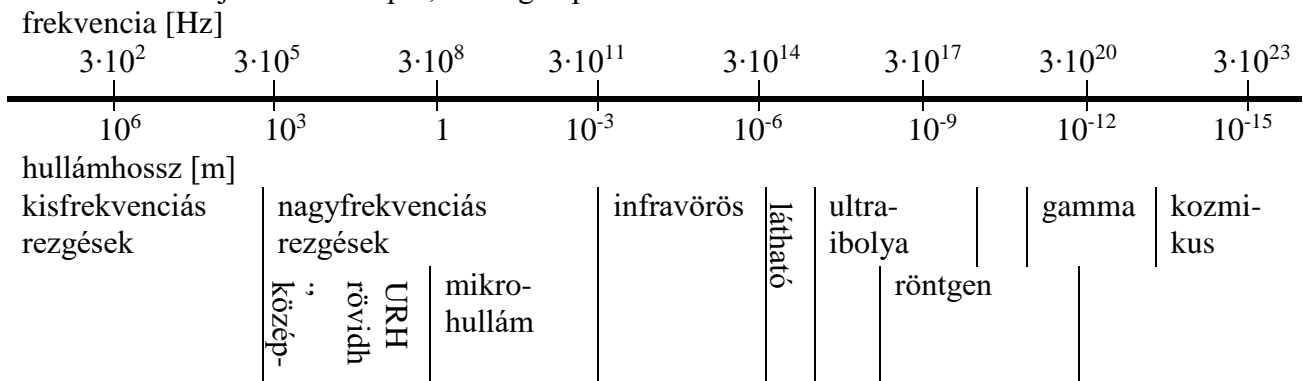
átjátszó tornyok között (kb. 900MHz), ill. itt helyezkedik el a **Bluetooth** és a WLAN (pl. **WiFi**) által használt frekvencia is, ami nagyságrendileg 2 GHz.

A minket körülvevő, lényegében szobahőmérsékletű testek a legtöbb sugárzást az infravörös tartományban bocsátják ki. Bőrünkkel ezt melegségnek érzékeljük, ezért hősugaraknak is nevezzük őket, bár ez megtévesztő lehet, mert magasabb hőmérsékleten látható és ultraibolya fényt is sugároznak a testek, pl. az izzólámpa (lásd a hőmérsékleti sugárzás részben). Az infravörös hullámokat használják az épületek, földfelületek kisugárzására jellemző hőfényképek készítésekor. A látható színekép (kb. 380-740 nm) határát pusztán biológiai adottságok szabják meg, így gyakran a láthatóság tartományán kívül eső elektromágneses hullámokat is fénynek hívják (pl. infravörös fény, röntgenfény). A hagyományos optikai eszközökön kívül számos lézer fénye is kb. ebbe a tartományba esik, pl. a CD (780nm), DVD (650nm) és Blu-ray (405nm) lemezek olvasására használt lézereké.

Az ultraibolya sugárzásokat három tartományra osztják, az UV A hullámhossza 320 nm feletti, az UV B hullámoké 320 és 280 nm közötti, az UV C hullámoké 280 nm-től kisebb. Az UV sugárzás (különösen a nagyobb frekvenciájú) képes felbontani a kémiai kötések, esetleg elektronokat is leszakíthat az atomokról. Az emberek esetében okozhat leburnulást, leégést, ill. bőrrákot. Az ultraibolya sugárzást fertőtlenítésre és ásványhatározásra is használják.

A röntgensugarak frekvenciája többnyire az ultraibolya tartomány fölött van, velük az atomfizika alapjainak megismerése után külön fejezetben foglalkozunk. Leggyakoribb előállítási módjuk, hogy gyorsított elektronokat valamilyen anyagnak, pl. fémfelületnek ütköztetnek.

A  $\gamma$ -sugarak atommag-reakciókban, természetes és mesterséges atommag-átalakulásoknál keletkeznek. Frekvenciájuk akár  $10^{21}$  Hz is lehet. Itt kell megjegyeznünk, hogy egy adott sugárzás kategorizálásánál (pl. röntgen vagy gamma) nem elsősorban a hullámhosszt/frekvenciát, hanem a keletkezés módját veszik alapul, a röntgen pl. az atomok



elektronburkában, a gamma fotonok az atommagban lejátszódó folyamatok termékei. Megfelelő feszültséggel felgyorsítva a fémnek csapódó elektronok nagyobb energiájú röntgensugárzást keltenek, mint a legtöbb magátalakulásban keletkező  $\gamma$ -sugárzás.

A világűrben is különböző fajtájú és energiájú sugárzások, részecskék záporoznak a Földre (pl. protonok, hélium-atommagok, elektronok... ezek nagy része nem elektromágneses hullám!), ezt nevezzük elsődleges kozmikus sugárzásnak. Ezek egy része ütközik a légkört alkotó atomokkal és az ütközésben más részecskék (pl. fotonok) keletkeznek, ez a másodlagos kozmikus sugárzás.

### A geometriai optika

#### Törés és visszaverődés

Az elektromágneses hullámok terjedése jól szemléltethető a fénysugarakkal. A fénysugarak a  $\vec{k}$  hullámszám vektor (a hullám terjedése) irányába mutatnak, az erre merőleges kiterjedésük kicsi (mert pl. résekkel előzőleg lehatároltuk). A geometriai optika fogalmai akkor használhatók, ha a rések és az esetleges többi akadály mérete is sokkal nagyobb a fény hullámhosszánál. Ekkor a fény homogén közegben egyenes vonalban terjed. Ha azonban két közeg határára ér, akkor egy része visszaverődik, másik része behatol a másik közegbe. Általában ez utóbbi rész is megváltoztatja az irányát, azaz a fény megtörik. Erre a visszaverődésre-törésre igazak az alábbiak:

A visszavert és a megtört fénysugár is benne van a beeső fénysugár és a beesési merőleges által meghatározott síkban. A visszaverődési szög ( $\alpha'$ ) megegyezik a beesési szöggel ( $\alpha$ ).

A beesési szög ( $\alpha$ ) szinuszának és a törési szög ( $\beta$ ) szinuszának aránya a közegekben mért  $c_1$  és  $c_2$  terjedési sebességek arányával egyenlő, ami megegyezik a két közeg relatív törésmutatójával ( $n_{21}$ ).

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

Ez utóbbi törvényt Snellius-Descartes törvénynek nevezzük. Az  $n_1$  és  $n_2$  abszolút törésmutató tehát azt jellemzi, hogy hányadrészt csökken a közegben a fénysebesség a vákuumbelihez képest, és milyen mértékben törik meg a vákuumból

a közegbe behatoló fény. Korábban láttuk, hogy  $n_1 = \sqrt{\epsilon_{r,1} \mu_{r,1}}$ .

### Teljes visszaverődés

Ha a fénysugár a közeghatárra a nagyobb törésmutatójú (azaz optikailag sűrűbb) közeg felől érkezik, akkor a törési szög nagyobb lesz a beesésinél. Lesz egy olyan beesési szög – ezt nevezzük határszögnek ( $\alpha_h$ ) – amelyhez  $90^\circ$ -os törési szög tartozik. Ekkor teljesül a

$$\frac{\sin \alpha_h}{\sin 90^\circ} = \sin \alpha_h = n_{2,1} = \frac{1}{n_{1,2}}$$

egyenlet. Például üveg-levegő határfelületre ( $n_{1,2} = 1,5$ ) a határszög  $41,8^\circ$ . Ennél nagyobb szögű beesés esetén egyáltalán nincs fénytörés, a fénysugár 100 %-ban reflektálódik. Ez a teljes visszaverődés jelensége. Ekkor a Snellius-Descartes törvény csak úgy teljesülhetne, ha a törési szög szinusza egyenlő nagyobb lenne, ami ellentmondás, vagyis a törvény ilyenkor nem használható. Külön hangsúlyozzuk a 100 %-os, azaz a veszteségmentes visszaverődést. A gyakorlati alkalmazások jelentős részében – azokban, amelyekben a veszteségmentesség alapvető követelmény – tükrök helyett teljes visszaverődést használunk.

## A modern fizikához vezető tapasztalatok

### Bevezetés

A fizika történetének egyik legnagyobb kérdése az volt, hogy az anyag a végtelenségig osztható, folytonos (kontinuum) szerkezetű vagy pedig vannak tovább már nem osztható egységei, az atomok. Ez az évezredek kérdése a XIX. század végére véglegesen eldőlt, mint tudjuk az atomelmélet javára. Az atomok létezésében akkor lehetünk biztosak, ha jellemzőiket (pl. tömeg, méret, stb.) pontosan meg tudjuk mérni, ezt pl. a kinetikus gázelmélet lehetővé tette.

Az atomelmélet győzelmét követően hamar kiderült, hogy az atomnak van belső szerkezete. Az elektron felfedezésével (J. J. Thomson, 1897) nyilvánvalóvá vált, hogy azt (azokat) minden atomnak tartalmaznia kell. Az is hamarosan nyilvánvalóvá vált, hogy az anyag atomossága megköveteli a töltés adagosságát is. A töltésnek van legkisebb tovább már nem osztható egységét, az elemi töltés nagyságát *Millikan* mérte meg 1910-ben, és azt kapta, hogy ennek a nagysága:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Ilyen nagyságú töltése van tehát az elektronnak is, de az előjele (a jóval korábbi előjel konvenció miatt) negatív. Ha az elektron  $U$  potenciálkülönbségen halad át, energiája  $U \cdot e$ -vel változik. Tehát pl. 1 volt feszültség hatására  $E = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  energiát nyer, ezt **elektronvolt**nak (eV) nevezzük. Tehát az eV az energia mértékegysége, elterjedten használják a fizika azon ágaiban, ahol kis méretű objektumokkal (pl. atomokkal) foglalkoznak.

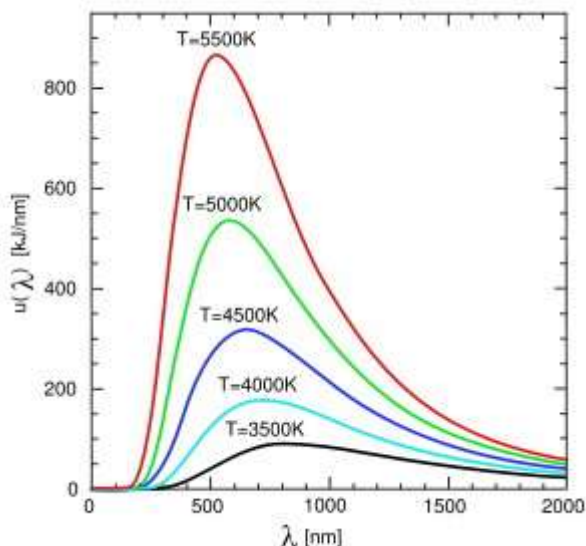
Az anyag atomossága és a töltés adagossága jól beilleszthetőek voltak a klasszikus fizika kereteibe is. Az adagosság azonban olyan fizikai mennyiségekre is jellemző (pl. energia, perdület)

amelyet a klasszikus fizika egyértelműen folytonosan változtathatónak tekint. Ez az adagosság a klasszikus fizika kereteibe már egyáltalán nem illeszthető be és megkövetelte egy új fizika, a kvantumfizika kiépítését. A kvantumfizika első alapköve mindenképpen egy több évtizede kísérletileg rejtélyes, a klasszikus elméletek által megmagyarázhatatlan jelenség, a hőmérsékleti sugárzás helyes értelmezése volt.

## Hőmérsékleti sugárzás, feketetest sugárzás

Mindennapos tapasztalat, hogy az izzított testek először „hősugárzást”, majd magasabb hőmérsékleten látható fényt is kibocsájtanak. Adott anyagfajta esetén a kibocsájtott sugárzás minősége és mennyisége a hőmérséklettől függ, ezért ezt a sugárzást hőmérsékleti sugárzásnak nevezzük. Bár érzékszerveinkkel csak a melegebb testek sugárzását érzékeljük, hőmérsékleti sugárzást a testek minden hőmérsékleten kibocsájtanak, a hideg testek nyilván sokkal kevesebbet. (Egyes anyagok (fénycső, LED, szentjánosbogár, stb.) másféle sugárzásokat is kibocsájthatnak, ezekkel az ún. lumineszcencia sugárzásokkal itt nem foglalkozunk.)

A különböző anyagoknak azonban a hőmérsékleti sugárzása is igen lényegesen különbözhet. Hamar kiderült azonban, hogy az anyag üregeiből kilépő sugárzásokra ez nem igaz, azok nagyon hasonlóak. Ha az üreg ideális (nagy üreg kis nyílással), az üreg nyílásán kívülről behatoló fény, ha vissza is verődne az üreg belső faláról, a kicsi nyílást nem találja újra meg. Az ideális üreg a sugárzást tehát teljesen elnyeli, kívülről a nyíláson betekintve azt a lehető legfeketébbnek (minden fekete festéknél feketébbnek) látjuk. Az ideális üreg tehát – legyen az bármilyen anyagban is - egy **abszolút fekete test**, amelynek a sugárzása anyagi minőségtől független, csak a hőmérséklettől függ. Ráadásul adott hőmérsékleten az abszolút fekete test sugároz legintenzívebben. (Tehát ha felizzítják az üreget tartalmazó anyagot, akkor a lyuk erősebben világít, mint az anyag többi része.) Az ábrán az abszolút fekete test által egységnyi hullámhossz-tartományban (1 nm széles sávban) kibocsájtott sugárzás energiája látható különböző hőmérsékletekre.



A görbék nem metszik egymást, azaz a magasabb hőmérsékletű test minden hullámhosszon jobban sugároz.

**Stefan-Boltzmann törvény:** az abszolút fekete test teljes (vagyis az összes hullámhosszra összegzett) sugárzása (sugárzásának energiája, ezzel a teljesítménye) arányos a test abszolút (Kelvinben mért) hőmérsékletének negyedik hatványával és a test felszínével:

$$P_{\text{teljes}} = \sigma T^4 A$$

Ahol  $\sigma \approx 5,67 \cdot 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$  a Stefan-Boltzmann állandó.

**Wien-féle (eltolódási) törvény:** az abszolút fekete test maximális emisszió-képességéhez tartozó hullámhossz ( $\lambda_{\max}$ , azaz a görbék csúcsaihoz tartozó hullámhossz) az abszolút (Kelvinben mért) hőmérséklettel fordítva arányos:

$$\lambda_{\max} T = \text{const}$$

A Wien-féle konstans értéke  $2,9 \cdot 10^{-3} \text{ Km}$ , vagyis pl. egy ezer kelvin hőmérsékletű test  $2,9 \mu\text{m}$  hullámhosszú fényből sugároz ki a legtöbbet.

A fenti eredmények többsége megérthető a klasszikus fizika alapján is, de az emisszióképesség hullámhossz függését leíró görbék alakja nem. Ez a XIX. század végén a fizika nagy rejtélye volt. A mérési eredményeket számszerű magyarázata csak 1900-ban sikerült Max Planck-nak. De ez csak úgy sikerülhetett, ha feltételezte, hogy az  $f$  frekvenciájú

**elektromágneses sugárzás energiája nem folytonosan** változhat,  
hanem csak **adagokban**.

A legkisebb felvehető energiaadag (kvantum) nagysága arányos a  $f$  frekvenciával:

$$E = hf$$

A kísérleti adatok akkor illeszkedtek legjobban a számított görbékre, amikor a  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  értéket használta. Ma ezt az univerzális állandót Planck állandónak nevezzük.

A korábban folytonosnak vélt elektromágneses mező tehát mégsem folytonos. Különösen igaz ez nagyobb frekvenciákon (pl. gamma sugárzás), ahol nagyok az energia adagok is, ott az adagosság igen szembeötlő. Kisebb frekvenciákon (pl. a rádióhullámok esetén) kicsik az energia adagok is, az adagosság még nem feltűnő. A fenti energiaadag a makroszkopikus méretű testek energiájához képest is igen kicsi, tehát az energia adagosságával a klasszikus mechanikában sem kell törődnünk.

Az energia adagossága teljesen ellentmond az addigi (XIX. századi) fizika szemléletének, egyáltalán nem érthető meg pl. a Maxwell-egyenletekből. Planck lépése volt az első a XX. század fizikájának, a kvantumfizikának a megalapozásában.

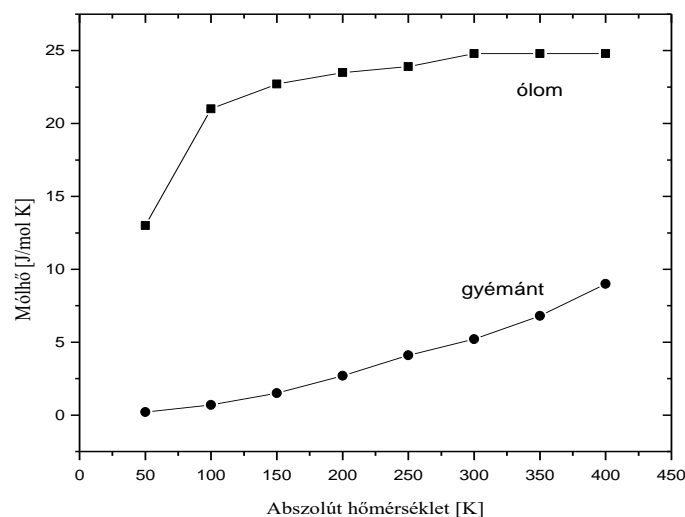
## **A szilárd testek mólhőjének viselkedése alacsony hőmérsékleten**

Dulong és Petit mérései szerint a legtöbb kristály mólhője kb.  $25 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ . Ennek elméleti alátámasztását az **ekvipartíció tétele** adja:

Időátlagban minden szabadsági fokra  $\frac{1}{2} kT$  energia jut.

Egy adott irányú rezgés két energiatárolási lehetőséget jelent (kinetikus és potenciális), vagyis átlagosan  $kT$  energia jut egy rezgésre. Ha a szilárd test atomjai 3 független irányban tudnak rezegni ( $x$ ,  $y$  és  $z$ ), akkor az összes energia  $3NkT=3nRT$ , egy mólra  $3RT$  jut, ebből a fajhő  $3R=24,93 \text{ J/K}$  mólönként.

Azonban alacsony hőmérsékletek felé tartva a mólhő meredeken leesik, sőt a gyémántkristály mólhője már szobahőmérsékleten is sokkal kisebb, mint  $25 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ .



A mólhő hőmérsékletfüggése

A jelenséget először **Einstein** tudta értelmezni 1906-ban. Ehhez fel kellett tételeznie, hogy a szilárd test egy oszcillátorára, azaz rácsrezgésére jutó energia nem választható akármilyen kicsinek. A legkisebb energiaadag most a rácsrezgés frekvenciájával arányos:  $E = hf$ , a rácsbeli atom egész számú ilyen adaggal rendelkezhet. A kristályban

**az elemi rezgések energiája tehát nem folytonos, hanem adagos.**

Az adagosság nemcsak az elektromágneses térre, hanem minden fizikai rendszerre jellemző.

Ha a lineáris oszcillátor az energiát adagokban veheti fel, akkor az átlagos energiája ( $\bar{\varepsilon}$ ) kisebb lesz annál, mintha ezt folyamatosan tehetné. A levezetés szerint stacionárius esetben:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

vizsgáljuk most a  $\frac{hf}{kT} \rightarrow 0$  esetet (relatív magas hőmérséklet). Ekkor az exponenciális függvény

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  hatványsorából elég az első két tagot figyelembe venni, tehát

$$e^{\frac{hf}{kT}} \approx 1 + \frac{hf}{kT},$$

vagyis

$$\bar{\varepsilon} = \frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \approx \frac{hf}{1 + \frac{hf}{kT} - 1} = kT$$

tehát ekkor egy elemi rezgésre tényleg  $kT$  átlagos energia jut, kiadva a fenti  $3R$  mólhőt. Más esetekben, azaz ha  $f \rightarrow \infty$  állandó hőmérsékleten (a hőmérsékleti sugárzás nagyfrekvenciás része),

vagy  $T \rightarrow 0$  állandó frekvencián (fajhó alacsony hőmérsékleten), akkor  $\bar{\varepsilon} < kT$ .

Tehát az ekvipartíció tétele nem érvényes korlátlanul, alacsony hőmérsékleten a kristályban kötött atomok szabadsági fokoként  $\frac{1}{2} kT$ -nél kevesebb energiával rendelkeznek. Hasonló jelenség figyelhető meg a többatomos molekulák mólhőjének vizsgálatakor is, ahol a hőmérsékletet csökkentve először a rezgési, majd a forgási szabadságfokok „fagynak ki”.

# Fotoeffektus vagy fényelektromos hatás

Ultraibolya **fény hatására** a cinklemez **elektronok hagyják el**. Alkáli fémek esetén látható fény segítségével is elő lehet idézni az elektronok kilépését. A mérési tapasztalatok:

1. ha a megvilágító fény frekvenciája egy kritikus  $f_0$  érték alatt marad (határfrekvencia), akkor elektronkilépés nincs ( $f_0$  a fém anyagi minőségétől függ.)
2. ha van elektron kilépés, akkor a  $v_{\max}$  kilépési sebesség az kibocsájtó anyag anyagi minőségén kívül csak a megvilágító fény frekvenciájától függ, az intenzitásától nem (változatlan frekvencia mellett)
3. a kilépő elektronok száma egyenesen arányos a megvilágító fény intenzitásával (változatlan frekvencia mellett)
4. az elektronok kilépése a megvilágítást követően  $10^{-8}$ s-on belül megindul.

A fenti mérési tapasztalatok a fény hullámtermészetével **nem** magyarázhatóak. A jelenséget Einstein magyarázta meg 1905-ben. Amikor az elektromágneses sugárzás a fém szabad elektronjaival kölcsönhatásba lép, nem hullám, hanem **részecskeszerű** viselkedést mutat.

A fény részecskéjét **foton**nak nevezték el. Az  $f$  frekvenciájú foton energiája:

$$E = hf$$

Egy foton csak egy elektronnal lép kölcsönhatásba, nem egyenletesen oszlik meg a környező elektronok között.

Az **Einstein-féle fényelektromos egyenlet** (Nobel-díjat ért):

$$hf = W_{ki} + \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2$$

a  $W_{ki}$  **kilépési munka** a fémre jellemző, azt mutatja meg, hogy mennyi energia kell, hogy egy elektront eltávolítsunk a fémkristályból,  $\frac{1}{2} m_e v^2$  pedig az elektron mozgási energiája. A határfrekvencia:  $hf_0 = W_{ki}$ , ekkor a foton összes energiája az elektron kilökésére fordítódik, így utóbbinak már nem lesz mozgási energiája.

Megjegyezzük, hogy a fotoeffektusnak van egy, az alkalmazások szempontjából talán fontosabb formája is, amelyben egyes félvezető anyagok fény hatására vezetővé válnak. A folyamat során elektron belül marad az anyagon, de egy másik állapotba jut (a vegyértéksávból a vezetési sávba). Ezért ezt a jelenséget **belső fotoeffektusnak** nevezik, a fenti, „hagyományos” jelenséget pedig gyakran külső fotoeffektusnak.

## A foton lendülete

Az elektromágneses sugárzás által szállított energiához – amely a fentiek szerint tehát adagos – tömeg is rendelhető. Ezt is Einstein ismerte fel először, a fényelektromos jelenség magyarázatával kb. egyidejűleg. Ma ezt a törvényt tömeg-energia ekvivalenciának nevezzük és fizika egyik legfontosabb és legáltalánosabb törvényének tartjuk. Eszerint minden fizikai objektum (legyen az test, mező, részecske vagy bármi más...) tömege és energiataralma szigorúan arányos egymással, az arányossági tényező a fénysebesség négyzete:

$$E = m \cdot c^2$$

Ez a törvény lehetőséget ad arra, hogy a fotonhoz tömeget rendeljünk ( $m_f$ ), hiszen ismerjük az energiáját:

$$m_f = \frac{E}{c^2} = \frac{hf}{c^2} = \frac{h}{c} \cdot \frac{f}{c} = \frac{h}{c \cdot \lambda}.$$

A foton kölcsönhatásaiban azonban nem a tömege, hanem a lendülete mutatkozik meg, mert az egymással kölcsönható, egymással ütköző részecskék együttes lendülete (impulzusa) a megmaradó mennyiség. Mivel a foton csak fénysebességgel mozgó állapotban létezik, lendülete:

$$I_f = m_f \cdot c = \frac{h}{\lambda}.$$

A foton lendülete tehát a Planck-állandó és a hullámhossz hányadosa. A fotonok lendülete miatt a fény nyomást fejt ki arra a felületre, amelyik elnyeli vagy visszaveri.

A következőkben nyomásról nem lesz szó, impulzusról annál inkább. Ezentúl az impulzust gyakran  $p$ -vel fogjuk jelölni, mert a kvantumfizikában ez a szokásos jelölés.

Mivel a  $k$  hullámszám fordítottan arányos a hullámhosszal:  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , azaz  $\frac{1}{\lambda} = \frac{k}{2\pi}$  az impulzusra

vonatkozó összefüggésből azt kapjuk, hogy  $p = \frac{h}{\lambda} = h \cdot \frac{k}{2\pi} = \hbar k$ , vagyis a foton lendülete:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

Feladat: A fotocellára monokromatikus fénysugarat bocsátunk. A fotoelektronok mozgási energiáját 1,8 V ellenfeszültséggel tudjuk kompenzálni. A fotocella cézium anyagára vonatkozó határhullámhossz 635 nm. Számítsuk ki a

- kilépési munkát,
- a beeső fénysugár frekvenciáját és hullámhosszát,
- a beeső fénysugár egyetlen fotonjának impulzusát!

A kilépési munkát a megadott határhullámhosszból számíthatjuk:

$$W_{kil} = hf_h = h \frac{c}{\lambda_h} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{6,35 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \approx 3,13 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

A kilépő elektronok mozgási energiáját a fékező elektromos tér munkavégzéséből kapjuk:  $0 - \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = W_{el}$ .

Az Einstein-féle fényelektromos egyenletbe ezt behelyettesítve:

$$hf = W_{kil} + \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = W_{kil} + |Q_e| \cdot |U|$$

$$f = \frac{W_{kil} + |Q_e| \cdot |U|}{h} = \frac{3,13 \cdot 10^{-19} \text{ J} + 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1,8 \text{ V}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 9,07 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}}.$$

Ebből a hullámhosszra a 331nm-es

érték adódik, tehát a fénysugár az ultraibolya tartományba esik.

- A foton impulzusa a tömeg-energia ekvivalencia elv alapján

$$E_{foton} = hf = mc^2, \text{ amelyből „c”-vel osztva kapjuk:}$$

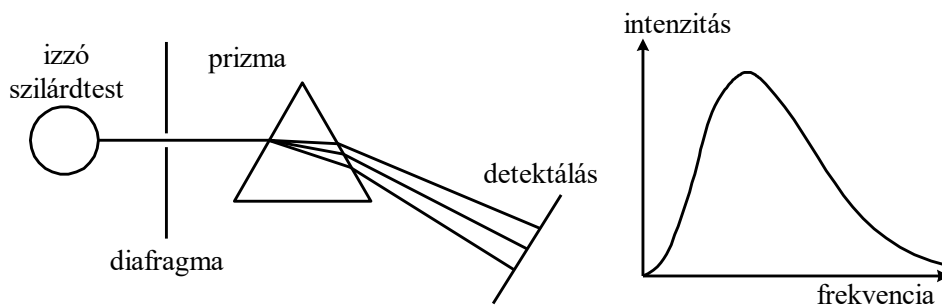


$$p = mc = \frac{hf}{c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 9,06 \cdot 10^{14} \frac{1}{s}}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} \approx 2 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \frac{m}{s}.$$

## Atomhéjfizika

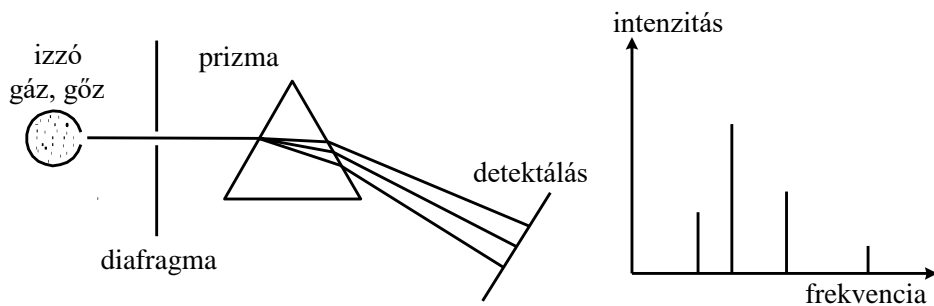
### Gázok emissziós és abszorpciós színekepe

Az izzó szilárd test folytonos spektrumú sugárzást bocsát ki, azaz az egyes színek között az átmenet folytonos.

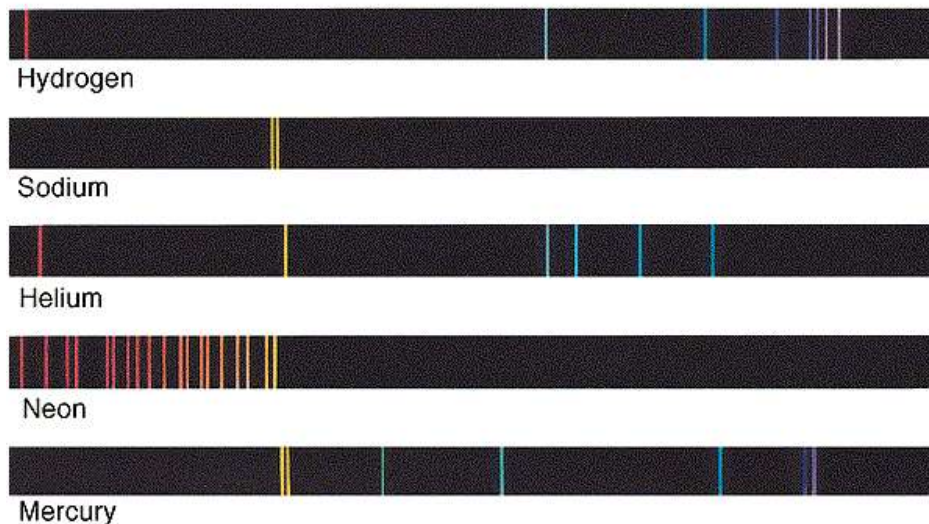


Izzó szilárd test emissziós spektrumának felvétele, és a mért folytonos színekép

Ezzel szemben az izzó atomos gázok vagy gőzök által emittált (magyarul kibocsájtott) sugárzást felbontva a **spektrum vonalas szerkezetű** lesz, például látható tartományban színes csíkok jelennek meg az ernyőn. A tapasztalat szerint a vonalas emissziós színekép (spektrum) a gáz anyagi minőségétől függ.



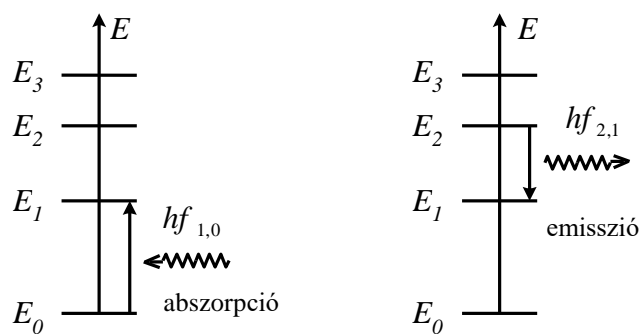
Izzó gáz emissziós spektrumának felvétele, és a mért vonalas színekép



Ha a gáz molekulákból áll, a színek bonyolultabb, sávos felépítésű, de nagyfelbontású műszerekkel vizsgálva látszik, hogy a sávok is egymáshoz közel eső vonalakkal állnak.

Az izzó szilárd test folytonos spektrumú sugárzását hideg gázon át bocsátva és prizmával felbontva nyerhetjük az abszorpciós spektrumot, ami nem teljesen folytonos, benne fekete vonalak maradnak, az anyagi minőségtől függően. A tapasztalat szerint egy gáz hideg állapotában éppen azokat a vonalakat nyeli el, amelyeket izzó állapotában emittálni tud.

A gázok emissziós és abszorpciós színekének magyarázatához fel kellett tételni azt, hogy a magányos atomok, molekulák energiája **nem változhat folytonosan**, hanem csak bizonyos meghatározott diszkrét értékeket vehet fel, s ezek a diszkrét energiák, az anyagi minőségtől függenek.



Az atomok diszkrét energiái, és a közöttük történő átmenetek

A két állapot közötti átmenet során csak olyan foton emissziójára vagy abszorpciójára van lehetőség, amelynél az atomi energiákra és a foton frekvenciájára teljesül az úgynevezett frekvencia feltétel:

$$E_i - E_k = hf_{i,k}.$$

## A Bohr-modell

### Bohr posztulátumok (1913)

1. Az atomban az elektronok csak diszkrét  $E_1, E_2, \dots$  energiaszinteken tartózkodhatnak, és ezekben az úgynevezett stacionárius állapotokban tartózkodva nem sugároznak.

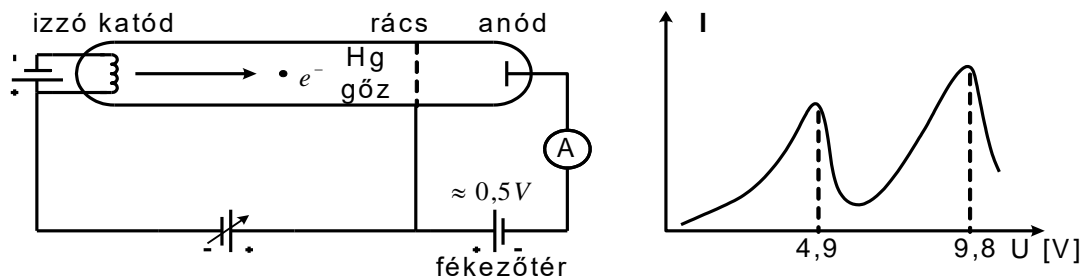
2. Az atomok akkor sugároznak, ha az elektronok egy magasabb energiájú állapotból alacsonyabb energiájú állapotba kerülnek, ilyenkor a kisugárzott frekvencia,

$$f = \frac{\Delta E}{h},$$

ahol  $\Delta E$  a két energiaszint különbsége, a Bohr-féle frekvencia feltétel, tehát:

$$E_i - E_k = hf_{ik}$$

A Bohr-posztulátumok egyik fontos bizonyítékát a **Franck-Hertz kísérlet** szolgáltatta:



A Franck-Hertz kísérlet elrendezése, és a mért karakterisztika

Az izzókatódból kilépő elektronok gyorsulnak az anód felé, és a higanyatomokkal rugalmasan ütköznek. A rugalmas ütközések során a nagy tömegkülönbség miatt az elektronok nem tudnak energiát átadni a Hg atomoknak (lepattannak róluk). Így az elektronok a rácsot nagy sebességgel érik el, az ellentéren átfutva az anódba csapódnak, az árammérő áramot jelez. Ha azonban az elektronok energiája eléri a 4,9 eV-ot, akkor azok már rugalmatlanul is ütközhetnek a higany atomokkal. A rugalmatlan ütközések során elvesztik energiájukat, nem tudnak áthaladni az ellentéren, ezért ezen feszültségnél leesik az áram. 4,9 eV alatt nem lehet rugalmatlan ütközés, mivel ennél kevesebbet a Hg atom nem tud felvenni, tehát az alapállapot és az első gerjesztett állapot energiakülönbsége pont ennyi lehet. 9,8 V esetén az elektronok mozgásuk során kétszer képesek rugalmatlanul ütközni és gerjeszteni a Hg-atomokat. A higany atomban a gerjesztett állapotban lévő elektronok spontán módon visszatérnek az alacsonyabb energiájú állapotba és

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{4,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,623 \cdot 10^{-34}} = 1,183 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

frekvenciájú sugárzást bocsátanak ki, ez jól egyezik a kísérlettel.

## A Hidrogénatom Bohr modellje

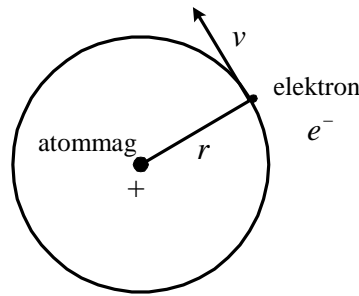
A posztulátumokban szereplő diszkrét energiaértékeket kellene meghatározni. Ezeket egy további, ún. kvantumfeltételből lehet levezetni, amely a mechanikailag lehetséges körpályák közül választja ki a megengedetteket. A kvantumfeltétel kimondja, hogy az elektron *pályaimpulzusmomentuma*<sup>1</sup> kvantált, (adagos) és értéke csak a  $h/2\pi$  egészszámú többszöröse lehet:

$$L_e = n \hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

körpálya esetén tehát:

$$mvr = n\hbar$$

<sup>1</sup> A pályaimpulzusmomentum az elektron atommag körüli mozgásához tartozó **perdület**, [később ki fog derülni](#), hogy az elektronnak sajátperdülete is van, aminek nincs köze az atommag körüli mozgáshoz



Elektron mozgása az atommag körül, Bohr modell

A nyugvónak tekintett,  $z$  rendszámú,  $ze$  töltésű mag körül körmozgást végző egyetlen  $e$  töltésű elektróra ható Coulomb-erő adja a centripetális erőt:

$$k \frac{ze^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}, \rightarrow kze^2 = mvr \cdot v, \rightarrow kze^2 = \hbar n v$$

Az elektron sebessége az utóbbi összefüggésből  $v = \frac{ke^2z}{\hbar n}$ , az energiája pedig:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 - k \frac{ze^2}{r} = \frac{1}{2}mv^2 - mv^2 = -\frac{1}{2}mv^2,$$

Ahol felhasználtuk a ponttöltés elektrosztatikus esetre levezetett potenciálját. Behelyettesítve a sebességre kapott kifejezést:

$$E = -\frac{1}{2}m \cdot \frac{k^2 z^2 e^4}{\hbar n^2} = -\frac{mk^2 z^2 e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

így a diszkrét energiaértékek:

$$E_n = -E^* z^2 \cdot \frac{1}{n^2},$$

ahol  $E^* = \frac{mk^2 e^4}{2\hbar^2} = 2,18 \cdot 10^{-18} J = 13,6 eV$ . A kérdéses diszkrét energiaértékek tehát egy olyan

sorozatot alkotnak, amelynek elemei  $-1/n^2$ -tel arányosak. Ha  $z=1$ , akkor két energiaszint közötti átmenet során kisugárzott vagy elnyelt frekvenciára kapott összefüggés:

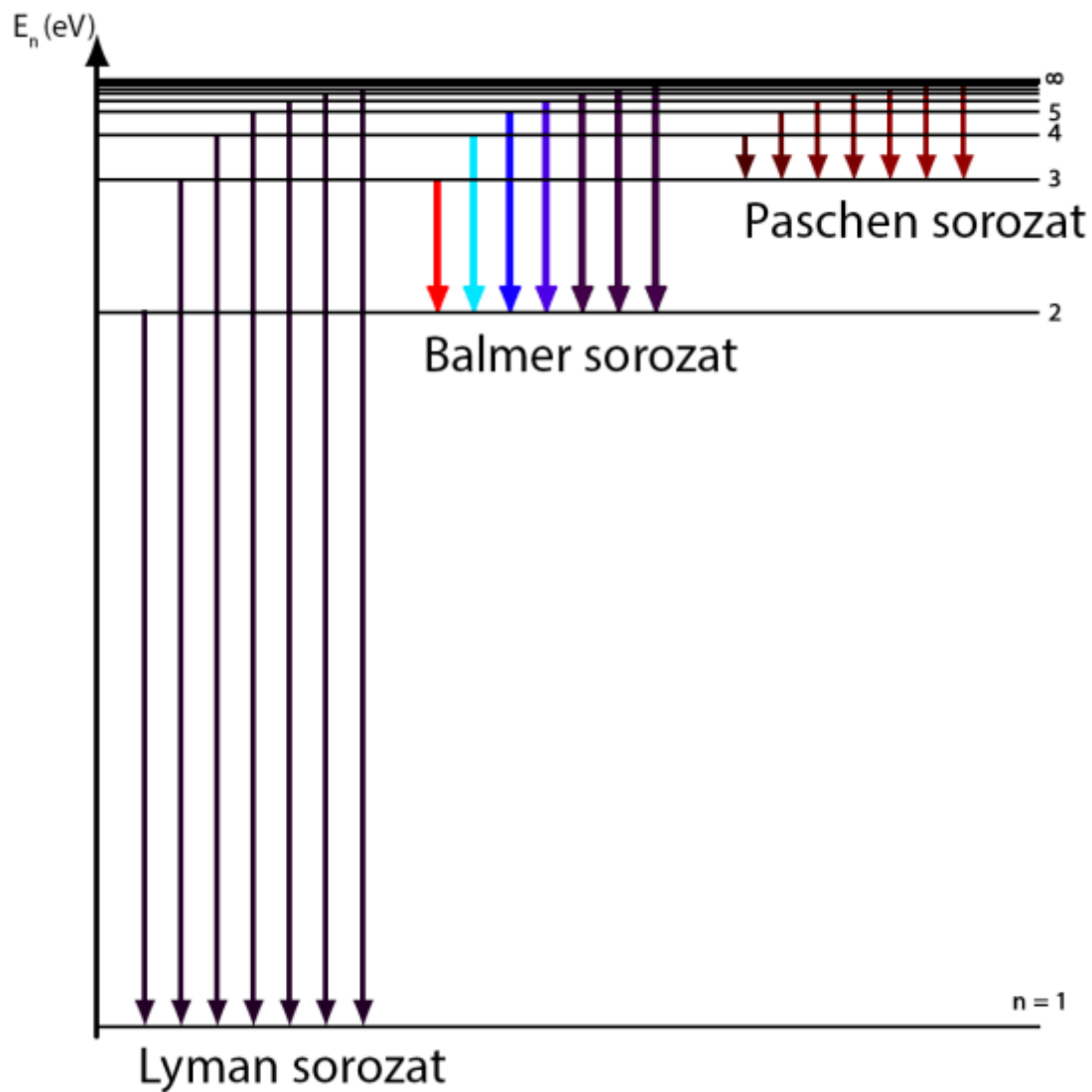
$$f_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{E^*}{h} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

A Bohr modell jól szolgáltatta a kibocsátott fotonok frekvenciáját, és az  $R$  Rydberg állandót. A modell nem csak  $H$ -re működik, hanem  $He^+$ -ra,  $Li^{++}$ -ra ... is ( $H$ -szerű ionokra). Látható, hogy a rendszám növelésével az adott  $n$ -hez tartozó energiaszintek mélyebbre kerülnek, mivel több proton erősebben vonzza az elektronokat. A vonalak sorozatokba rendezhetőek:

Lyman-sorozat:  $m = 1, n > 1, f_{n1} = R \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$ , ultraibolya tartományba esik

Balmer-sorozat:  $m = 2, n > 2, f_{n2} = R \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$ , az első 4 vonal látható, a többi UV

Paschen-sorozat:  $m = 3, n > 3, f_{n3} = R \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right)$ , infravörös tartományba esik



Az atom alapállapotban van, ha minden elektron a lehető legkisebb energiával rendelkezik. Az atom csak akkor tud fotont kibocsájtani, ha ennél magasabb, ún. gerjesztett állapotban van, mert csak ekkor csökkenhet az energiája. Ha csak egy elektronja van a hidrogénatomnak, akkor alapállapotban  $n=1$ , ennek energiája  $-R_h$ , míg pl. az első gerjesztett állapoté  $-R_h/4$ , mivel  $n=2$ . Az is rögtön látszik, hogy a hidrogénatom ionizációs energiája  $13,6\text{eV}$ .

A Bohr-modell hiányossága, hogy körpályán keringő elektron esetén a H-atom korong vagy karika alakú kellene, hogy legyen, de a valóságban (alapállapotban) teljesen gömbszimmetrikus. Emellett a modell csak a hidrogén atomra és a hidrogénszerű ionokra jó, de ezekre is vannak hibás állításai, pl. megmérték, hogy a valóságban az elektron atommag körüli keringéséhez tartozó impulzusmomentuma nulla is lehet, ami teljesen értelmezhetetlen a klasszikus fizikában, csak a kvantummechanika tudja megmagyarázni.

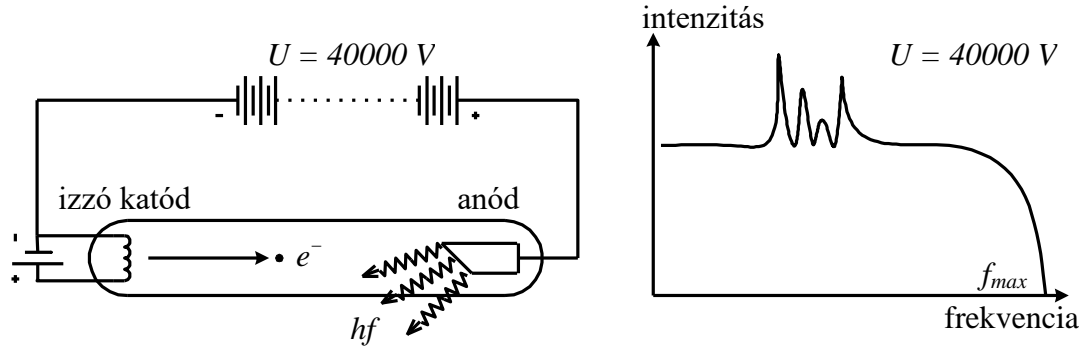
## Röntgensugárzás

1895-ban fedezte fel **Röntgen**, az első fizikai Nobel díjat ezért adták. Ő maga X-sugárzásnak nevezte, angolul ma is X-ray-nek hívják. Röntgensugárzásnak nevezzük azt a rövidhullámú elektromágneses sugárzást, amelynek hullámhossztartománya  $10^{-8}\text{m}$ -tól  $10^{-12}\text{m}$ -ig terjed. Tehát egy röntgen foton frekvenciája és ezzel energiája sokkal nagyobb, mint azon fotonoké, amelyből a látható fény áll. A röntgensugárzás leginkább akkor keletkezik, amikor felgyorsított elektronok nagyrendszámú fém

felületébe csapódnak. A becsapódás során egy folytonos spektrumú úgynevezett *fékezési sugárzás*, valamint egy vonalas szerkezetű **karakterisztikus sugárzás** jön létre.

Fékezési sugárzás létrejöttének magyarázata a következő: az elektron behatol egy nehéz atommag Coulomb-terébe, ott eltérül és lefékeződik. A fellépő energiaveszteséget egy röntgen foton formájában sugározza ki, melynek frekvenciája  $f$ .

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 = hf$$



Az izzókatódos röntgenső, és a kibocsátott röntgenspektrum

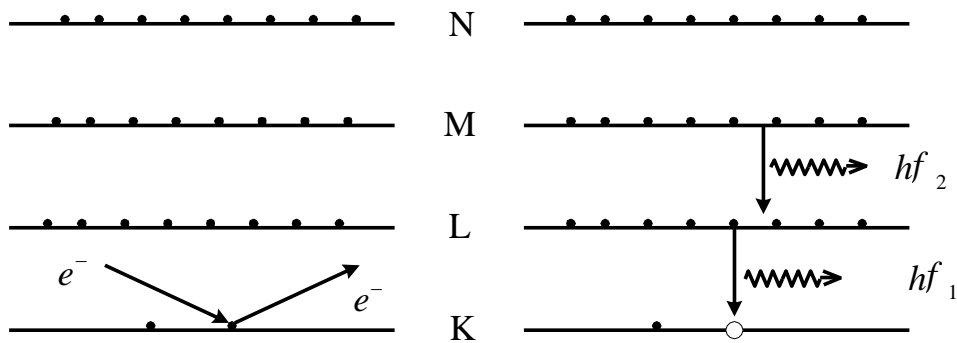
Az elektron teljes lefékeződése esetén:

$$Ue = \frac{1}{2} m v_1^2 = hf_{\max}$$

Ilyenkor sugárzódik ki a maximális energiájú, azaz maximális frekvenciájú foton. A folytonos spektrumnak tehát van egy nagyfrekvenciás határa. Számoljuk ki ezt pl.  $U=10000V$ -ra:

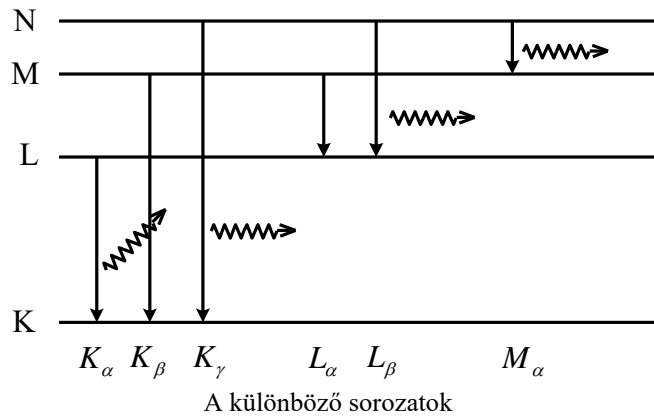
$$f_{\max} = \frac{10000 J/C \cdot 1,62 \cdot 10^{-19} C}{6,625 \cdot 10^{-34} Js} = 2,445 \cdot 10^{18} Hz$$

Karakterisztikus sugárzás akkor jön létre, amikor a felgyorsított elektron ütközési folyamat révén egy másik elektront szabadít ki az atom egyik belső héjáról. Ilyenkor ott egy betöltetlen hely keletkezik. Ez azonban (egy vagy több) elektronugrást idéz elő az atomban.



A karakterisztikus sugárzás magyarázata a diszkrét energiákkal

Az egyes héjak betöltődésekor felszabaduló energiától az atom különböző energiájú röntgen fotonok emissziójával szabadul meg. Mivel az atomokban a lehetséges energiaértékek diszkrétnek, (csak bizonyos energiák megengedettek), a létrejövő sugárzás is csak meghatározott frekvenciájú fotonokból áll, vagyis vonalas szerkezetű lesz. A vonalak sorozatokba rendezhetőek. A K sorozathoz tartozó vonalak pl. akkor jönnek létre, ha valamelyik magasabb energiájú (L, M, N) héjról a K héjra ugrik az elektron. Ezen belül  $K_\alpha$  a legkisebb energiájú, amikor a szomszédos L héjról ugrik a K héjra az elektron,  $K_\beta$  a második legkisebb energiájú, stb.



Moseley 1913-ban megállapította, hogy a vonalas emissziós színekép jellemző az illető elemre, megmérve a frekvenciákat az anyagban lévő atomok rendszáma kiszámolható. Ezért nevezik karakterisztikusnak a sugárzást. Közelítőleg érvényes, hogy

$$f_{n,m} = R \cdot (z - \sigma)^2 \cdot \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

itt  $R$  a korábban említett Rydberg állandó, a  $\sigma$  pedig pl. attól függ, mely elektronszféra-ról van szó.

A törvény a  $K_\alpha$  vonalra viszonylag pontos, ami azért is jó, mert ez a vonal a legerősebb. Erre a vonalra  $m=1$ ,  $n=2$ ,  $\sigma=1$ , ezeket behelyettesítve kapjuk, hogy

$$f_{2,1} = \frac{3}{4} R(z-1)^2.$$

Ennek a törvénynek egyik fontos gyakorlati alkalmazása az ún. röntgen fluoreszcencia analízis (XRF, X-Ray Fluorescence). Ez egy gyors, pontos, és roncsolástól mentes atomfizikai anyagvizsgálati módszer. A vizsgálat során az emittált frekvenciákat mérik, és ez alapján az elemek azonosíthatók. Intenzitásméréssel a tömeghányadra is lehet következtetni.

Az eddigiekből világos, hogy a karakterisztikus röntgen-sugárzás keletkezésének mechanizmusa annyiban hasonló a korábban tárgyalt látható, ultraibolya és infravörös esetekhez, hogy akkor bocsájtódik ki egy foton, ha egy magasabb energiaszintről egy alacsonyabbra kerül egy elektron és az energiák hozzávetőleg  $1/n^2$ -tel arányosak. A különbség a gerjesztés módján kívül az, hogy a látható körüli fotonokat kisebb rendszámú atomok bocsájtják ki, vagy a nagyobb rendszámú atomok külső, esetleg alapállapotban betöltetlen héjai vesznek részt bennük, míg ugyanezen atomok belső héjai közötti átmenet nagyobb energiájú fotonokat eredményez. (Pl.  $\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \approx 0,14$  míg  $\frac{1}{8^2} - \frac{1}{9^2} \approx 0,003$ , azaz két szomszédos külső gerjesztett állapot közötti energiakülönbség sokkal kisebb. Megjegyezzük, hogy ez egy igen leegyszerűsített leírás.)

A röntgensugárzás előállítása izzókatódos röntgensóval történik. A gyorsító feszültség 10000 – 100000 V. Az elektronok becsapódása során az energia nagy része az anód belső energiájává alakul, és csak egy igen kis része (pl. 0,1%-a) távozik sugárzás formájában. Nagy gyorsító feszültség esetén kemény (nagy áthatólképességű) röntgensugárzás keletkezik, ezt a műszaki életben például repedésvizsgálatra használják. Kis gyorsító feszültség esetén lágy röntgensugárzást kapunk, ennek alkalmazása az orvostudományban közismert. Emellett a röntgent alkalmazzák még kristályok szerkezetének - a kristályt alkotó atomok elrendeződése periodikus rendjének – vizsgálatára is.

Eddig az 1. ZH anyaga