

54.* Egy $12,5 \Omega$ -os ellenállás, egy $\frac{1}{14\pi}$ H induktivitású ideális tekercs és egy $\frac{2}{\pi}$ mF-os

kondenzátor van *párhuzamosan* kapcsolva a 50V-os, 50 Hz-es hálózatra. Mekkora a fogyasztó komplex impedanciája, a főágban folyó áram erőssége és fáziseltolódása a feszültséghez képest?

$$R = 12,5 \Omega, \quad X_L = L\omega = \frac{1}{14\pi} \cdot 2\pi \cdot 50 = \frac{100}{14} \Omega, \quad X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{\frac{2}{\pi} \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50} = 5 \Omega$$

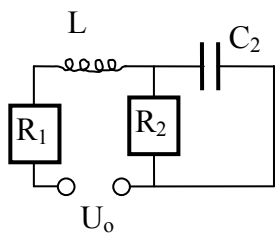
$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} - \frac{1}{jX_C} = \frac{1}{12,5} + \frac{14}{100j} - \frac{1}{5j} = \frac{8}{100} - \frac{6}{100j} = \frac{8}{100} + \frac{6}{100}j$$

$$I = \frac{50}{Z} = \frac{400}{100} + \frac{300}{100}j = 4 + 3j, \quad |I| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5A$$

$$Z = \frac{1}{\frac{4}{50} + \frac{3}{50}j} = \frac{\frac{4}{50} - \frac{3}{50}j}{\frac{4}{50} + \frac{3}{50}j} = \frac{4 - 3j}{50} \cdot \frac{4 + 3j}{4 + 3j} = \frac{50}{25}(4 - 3j) = 8 - 6j, \quad \arctg \varphi = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4}, \quad \varphi = -36,87^\circ$$

Ellenőrzés:

$$|Z| = 10 \Omega \quad I = \frac{U}{|Z|} = 5A$$



55.* Határozzuk meg az ábrán látható váltóáramú áramkör komplex impedanciáját, a 230V effektív feszültségű 50 Hz-es szinuszos generátorból kifolyó áram fázisszögét a generátor feszültségéhez képest és az áram effektív értékét, ha

$$R_1 = 10 \Omega, \quad R_2 = 100 \Omega, \quad L = \frac{1,3}{\pi} H \text{ és } C = \frac{100}{\pi} \mu F.$$

(Megold.: $\tilde{Z} = (60 + 80j) \Omega$, $\varphi = 53,1^\circ$, $I = 2,3A$)

$$Z = R_1 + L\omega j + Z_j$$

$$\omega = 2\pi \cdot 50$$

A jobb oldali blokk impedanciája:

$$Z_j = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{-jC\omega}} = \frac{1}{\frac{1}{100} + j \cdot 10^{-2}} = 100 \cdot \left(\frac{1}{1+j} \right)$$

Mivel:

$$\left(\frac{1-j}{(1+j)(1-j)} \right) = \frac{1-j}{1+1} = \frac{1}{2}(1-j)$$

Ezért $Z_j = 50 \cdot (1-j)$, tehát

$$Z = 10 + 130j + 50 \cdot (1-j) = 60 + 80j$$

Ebből: $|Z| = 100 \Omega$

$$I = \frac{U}{Z} \text{ azaz } |I| = 2,3A, \text{ továbbá } \varphi = \arctg \frac{80}{60} = 53,1^\circ$$

56.* Egy nem ideális tekercset ($R=200\ \Omega$, $L=0,2\text{H}$) és egy C kapacitású kondenzátort párhuzamosan kapcsolunk egy áramforrásra, melynek frekvenciája $f=1/\pi$ kHz. Mekkora C , ha a tekercsen és a kondenzátoron átfolyó áram abszolút értéke rendre $|i_1| = 80,5\text{mA}$ és $|i_2| = 60\text{mA}$? Írjuk fel az áramok komplex alakját! Határozzuk meg az egyes áramerősségek fázisszögét az U feszültséghez képest és a komplex impedanciát!

Megoldás: $C=833\text{nF}$, $i_1=(36-72j)\text{mA}$, $i_2=60j\text{mA}$, $|i|=37,95\text{mA}$, $\varphi=-18,4^\circ$, $Z=(900+300j)\ \Omega$.

A tekercs induktív ellenállása:

$$X_L = L\omega = 0,2 \cdot 2\pi \frac{1000}{\pi} = 400\ \Omega$$

Tehát a komplex impedanciája $Z_1 = 200 + 400j$, azaz $|Z_1| = 100\sqrt{2^2 + 4^2} = 200 \cdot \sqrt{5}$

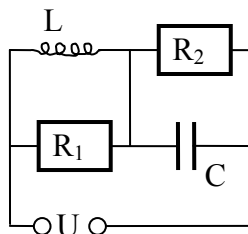
Ebből kapjuk a generátor feszültségét: $U_g = |Z_1| |i_1| \approx 36\text{V}$

$$|X_C| = \frac{u}{|i_2|} = 600\ \Omega \text{ és mivel } X_C = \frac{1}{C\omega} \quad C = \frac{1}{600 \cdot 2000} \approx 8,33 \cdot 10^{-7}\text{F} = 833\text{nF}$$

$$i_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{36}{200} \cdot \frac{1}{1+2j} \cdot \frac{1-2j}{1-2j} = \frac{36(1-2j)}{1000} = (36-72j)\text{mA} \quad i_2 = \frac{U}{-jX_C} = 0,06j\text{A}$$

$$|i| = \sqrt{36^2 + 12^2}\text{mA} = 37,947\text{mA} \quad \arctg\varphi = \frac{-12}{36} \Rightarrow \varphi = -18,43^\circ$$

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{200(1+2j)(-600j)}{200 - 200j} = 600 \frac{2-1j}{1-j} \cdot \frac{1+j}{1+j} = 300 \cdot \frac{2-j+2j+1}{2} = 300 \cdot (3+j) = (900+300j)\ \Omega$$



5X.* Határozzuk meg az ábrán látható váltóáramú áramkör komplex impedanciáját, generátorból kifolyó áram fázisszögét a generátor feszültségéhez képest és az áram effektív értékét, ha $U=200\text{V}$, $R_1 = 14\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$, $X_L = 14\ \Omega$, $X_C = 2\ \Omega$.

Mekkora áram folyik át a középen lévő hídon?

$$Z_b = 14 \frac{1 \cdot j}{1+j} \cdot \frac{1-j}{1-j} = 14 \frac{j+1}{2} = 7(1+j)\ \Omega \text{ és } Z_j = \frac{2 \cdot (-2j)}{2-2j} \cdot \frac{2+2j}{2+2j} = \frac{-8j+8}{8} = (1-j)\ \Omega$$

azaz $Z = (8+6j)\ \Omega$. Ebből a főágban folyó áram:

$$I = \frac{200}{8+6j} = \frac{200 \cdot (8-6j)}{100} = (16-12j)\text{A}$$

A bal és jobb oldali blokkok feszültsége:

$$U_b = 7(1+j)(16-12j) = 7 \cdot (28+4j)\text{V} \text{ és } U_j = (1-j)(16-12j) = (4-28j)\text{V},$$

a kettő összege tényleg 200V .

Az egyes elemeken az áramerősségek (összegük páronként kiadja I-t):

$$I_L = \frac{U_b}{14j} = 2-14j \text{ és } I_{R1} = \frac{U_b}{14} = 14+2j, \text{ továbbá } I_{R2} = \frac{U_j}{2} = 2-14j \text{ és } I_C = \frac{U_j}{-2j} = 14-2j,$$

tehát a hídon nem folyik áram.