

## Órán megoldandó feladatok, Fizika 1.

1. Egy követ  $h = 125\text{m}$  magasról kezdősebesség nélkül leejtünk. Ezután 1 másodperccel utána dobunk egy másik követ függőlegesen lefelé irányuló  $v_0$  kezdősebességgel. Mekkora legyen  $v_0$ , hogy pontosan egyszerre érjenek földet? (Megoldás:  $11,25\text{ m/s}$ )

2. Vízszintes szállítószalagról a szén egy  $5\text{m}$ -rel mélyebben, vízszintes irányban  $3\text{m}$  távolságra álló csillébe hullik. Mekkora a szalag sebessége? Milyen pályán mozog a test? (d.  $3\text{ m/s}$ )

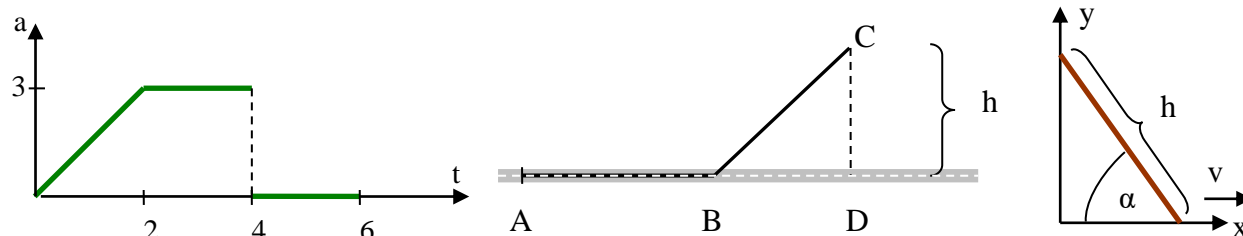
3. Egy testet egy  $15\text{m}$  magas toronyból  $20\text{m/s}$  nagyságú, a vízszintessel  $30^\circ$ -os szöget bezáró, ferdén lefelé mutató kezdősebességgel eldobunk. Mennyi idő múlva ér földet a test és a torony tővétől milyen távol? (1s,  $17,32\text{m}$ )

4. Egy testet  $25\text{m/s}$  nagyságú, a vízszintessel  $60^\circ$ -os szöget bezáró kezdősebességgel elhajítunk. Mikor ér pályája tetőpontjára? Hol és mikor ér újra földet a test? ( $t_1=2,165\text{ s}$ ,  $x=54,12\text{m}$ )

5. A vízszinteshez képest milyen szögben kell eldobnunk egy pontszerű testet, hogy a lehető legmesszebb essen le. (A közegellenállást elhanyagoljuk.) (d.)

6. Két hegyi falu közötti autóbuszjáraton a buszok átlagsebessége egyik irányban  $30\text{ km/óra}$ , a másik irányban  $60\text{ km/óra}$ . Mekkora az átlagsebesség egy teljes fordulót figyelembe véve? Mi lenne akkor az átlagsebesség, ha a busz egy órán át menne  $30$ , egy órán át pedig  $60\text{km/h}$  sebességgel?

7. Egy test egydimenziós mozgást végez, a gyorsulás-idő függvény az ábrán látható,  $v_0=0$ . Rajzoljuk fel vázlatosan a sebesség-idő grafikont. Mekkora az átlagsebesség? ( $5,33\text{ m/s}$ )



8\*. Egy motorkerékpáros az ábra szerinti A pontból a C pontba kíván eljutni. Sebessége az úton (A és D között)  $v_1 = 50\text{ km/h}$ , a mezőn  $v_2=25\text{ km/h}$ . Melyik B pontnál kell letérnie a műútról, hogy A-ból C-be a legrövidebb idő alatt érjen? (Legyen  $x$  az A és a B távolsága,  $d=4\text{ km}$  pedig az A és a D távolsága,  $h=3\text{ km}$ ) (x= $2,268\text{ km}$ )

9\*. A falhoz támasztott  $h=5\text{m}$  hosszú létra talajon lévő pontját  $v=3\text{m/s}$  sebességgel elcsúsztatjuk. A létra vízszintessel bezárt szöge a  $t=0$  időpontban  $\alpha=60^\circ$ . Mekkora a falnál lévő pont sebessége  $0,5\text{s}$  múlva? (d.  $4\text{ m/s}$ )

10\*. Két országút merőlegesen keresztezi egymást. Az egyikén  $60\text{ km/h}$ , a másikon  $40\text{ km/h}$  sebességgel halad egy-egy autó a kereszteződés felé. Amikor a gyorsabb autó távolsága a kereszteződéstől  $200\text{ m}$ , akkor a másiké  $500\text{ m}$ . Mikor kerül legközelebb egymáshoz a két jármű, és mekkora a minimális távolság? (d.  $22,15\text{ s}$ ,  $305\text{ m}$ )

11. Ugyanazon kör alakú versenypályán ugyanonnan indul két játékautó egyenletes sebességgel, de a gyorsabb  $1\text{s}$ -mal hamarabb. A lassabb indulása után  $2\text{s}$ -mal vannak először a kör átellenes pontján,  $6\text{s}$ -mal utána pedig a gyorsabb lekörözi a lassabbat. Mekkora a szögsebességek? Ha  $10/\pi\text{ m}$  a pálya sugara, mekkora a sebességek? ( $2,5$  és  $5\text{ m/s}$ )

12. Egy pont egy  $10\text{m}$  sugarú körön nyugalomból indulva  $2\text{ m/s}^2$  tangenciális gyorsulással egyenletesen változó mozgást végez. Mekkora a pont sebessége, gyorsulása, szögsebessége és szöggyorsulása  $10\text{s}$ -mal az indulás után? Mennyi utat tett meg eddig a pont? ( $v=20\text{m/s}$ ,

$$a=40,05\text{m/s}^2, \omega = 2 \cdot \frac{1}{s}, \beta = 0,2 \cdot \frac{1}{s^2}, s=100\text{m})$$

13. Motorkerékpáros  $r = 20\text{ m}$  sugarú körpályán kezdősebesség nélkül indulva egyenletes gyorsul  $t_1 = 4\text{ s}$ -ig. Ezalatt  $s_1 = 9,6\text{ m}$  utat tesz meg. Mekkora a gyorsulása a  $t_1$  pillanatban? ( $1,66\text{ m/s}^2$ )

14. Egy hajó  $v_h=20\text{km/h}$  sebességgel halad kelet felé. A raktérben egy patkány a hajóhoz képest északkeleti irányban szalad  $v_p=15\text{km/h}$  sebességgel. Mekkora a patkány sebessége a Földhöz képest és milyen szöget zár be a keleti iránytal? ( $32,39\text{km/h}$ ,  $19,1^\circ$ )

15. Az  $1\text{ kg}$  tömegű anyagi pont koordinátái az időnek a következő függvényei

$$x = 2t^2 + 3t, \quad y = t^2 + 2, \quad z = 2t + 1.$$

- a) Határozza meg a tömegpont sebességét és gyorsulását, mint az idő függvényét!  
 b) Adja meg a tömegpontra ható erő teljesítményét, mint az idő függvényét!  
 c) Mennyi munkát végez a tömegpontra ható erő, míg a  $P_1(0; 2; 1)$  pontból a  $P_2(5; 3; 3)$  pontba jut? (d.  $w=22J$ ) (A feladatban szereplő mennyiségek SI egységekben vannak megadva.)

16. Hányszor nagyobb a két proton között fellépő elektromos taszítóerő a gravitációs vonzóerőnél? A proton tömege  $1,7 \cdot 10^{-27}$  kg, töltése  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C, a gravitációs állandó  $6,7 \cdot 10^{-11}$  m<sup>3</sup>/kgs<sup>2</sup> ( $1,2 \cdot 10^{36}$ )

17. Egy négyzet csúcaiban azonos Q töltésű pontszerű testek vannak. Mekkora a négyzet középpontjában elhelyezkedő ötödik részecske töltése, ha a rendszer egyensúlyban van? ( $-0,957Q$ )

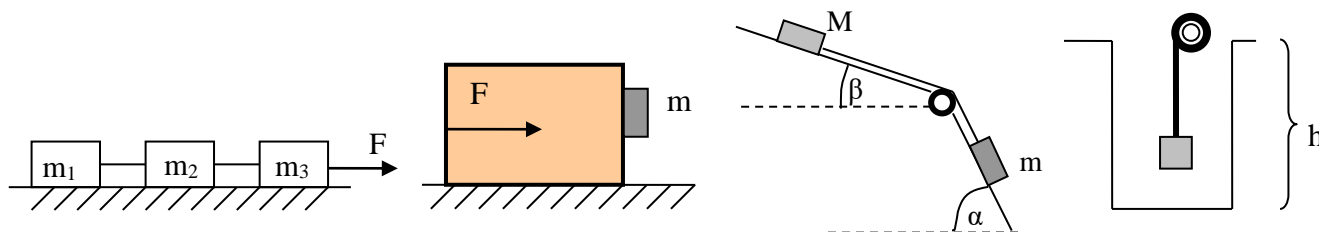
18. Egyenlő szárú háromszög alapja 10cm, magassága 12 cm. Az alap végpontjaiban  $0,5 \mu\text{C}$ -os töltések ülnek. Mekkora erő hat a harmadik csúcsba helyezett  $0,1 \mu\text{C}$  töltésű pontra? ( $0,049 \text{ N}$ )

19. A  $9 \text{ m/s}$  sebességgel elütött korong a jégen  $36 \text{ m}$  út megtétele után áll meg. Mekkora a súrlódási együttható a korong és a jég között? (d.  $0,1125$ )

20. Az ábra szerint összekapcsolt  $m_1=3\text{kg}$ ,  $m_2=5\text{kg}$ ,  $m_3=2\text{kg}$  tömegű testeket  $F=40\text{N}$  erő gyorsítja. Mekkora lesz a közös gyorsulás, és mekkora erők hatnak a kötelekben, ha nincs súrlódás, ill. ha a súrlódási együttható  $\mu = 0,2$ ? ( $4$  és  $2 \text{ m/s}^2$ ,  $12\text{N}$  és  $32\text{N}$ )

21. Egy  $M=10\text{kg}$  tömegű, téglatest alakú ládát leteszünk a padlóra, függőleges oldalára helyezünk egy  $m=2\text{kg}$  tömegű kis dobozt. A doboz és a láda között mind a csúszási, mind a tapadási súrlódási együttható  $\mu_1 = 0,2$ , a láda és a padló között pedig mindkettő  $\mu_2 = 0,5$ . (legyen  $g=10\text{m/s}^2$ )

- a) Legalább mekkora legyen a láda gyorsulása, hogy a doboz ne essen le? ( $50\text{m/s}^2$ )  
 b) Mekkora vízszintes F erővel kell ehhez a ládára hatni? ( $660\text{N}$ )

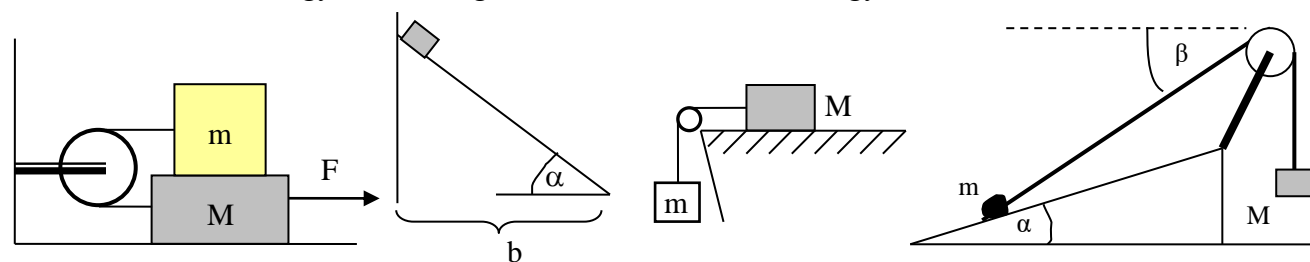


22. Az ábrán az alsó lejtő  $\alpha = 70^\circ$ , a felső pedig  $\beta = 20^\circ$  szöget zár be a vízszintessel. A felső test tömege  $M = 2 \text{ kg}$ , az alsóé  $m = 1 \text{ kg}$ , a kötélt és a csiga súlytalan. A M test és a lejtő közti súrlódási együttható  $\mu_1 = 0,5$ , az alsó test és lejtő között  $\mu_2 = 0,1$ . Mekkora a testek gyorsulása? (d.  $2,166 \text{ m/s}^2$ )

23. Egy  $h = 20 \text{ m}$  mélységű aknából  $M = 1 \text{ kg}$  tömegű testet húzunk fel  $\lambda = 0,2 \text{ kg/m}$  vonalsűrűségű drótkötéllal. Mennyi munkát kell végeznünk? Mekkora a hatásfok? Hogyan függ a drótkötél felhúzására fordítandó munka a drótkötél hosszától? ( $600\text{J}$ ,  $33,3\%$ , négyzetesen)

24. Egy  $M=20\text{kg}$  tömegű ládát leteszünk a padlóra, ráhelyezünk egy  $m=5\text{kg}$  tömegű dobozt. A két testet egy nyújthatatlan, de könnyű kötéllal összekötjük egy falhoz rögzített könnyű csigán keresztül. Ezután  $F=220\text{N}$  erővel elkezdjük a ládát húzni vízszintesen. A doboz és a láda között a súrlódási együttható  $\mu_1 = 0,2$ , a láda és a padló között pedig  $\mu_2 = 0,4$ . Mekkora a láda gyorsulása? (d.  $4 \text{ m/s}^2$ )

25. Egy vízszintesen rögzített b kiterjedésű súrlódásmentes lejtő milyen  $\alpha$  szöget zárjon be a vízszintessel ahhoz, hogy a lehető leghamarabb csússzon le róla egy test. ( $45^\circ$ )



26. Elhanyagolható tömegű csigán átvezetett kötélt egyik végén  $m=5\text{kg}$  tömegű test függ, a másik vége egy vízszintes síkon mozgó  $M=20\text{kg}$  tömegű testhez kapcsolódik. Mekkora a rendszer gyorsulása és mekkora a kötelerő, ha elhanyagoljuk a súrlódást, ill. ha  $\mu = 0,1$ ? ( $2\text{m/s}^2$  és  $40\text{N}$ , ill.  $1,2\text{m/s}^2$  és  $44\text{N}$ )

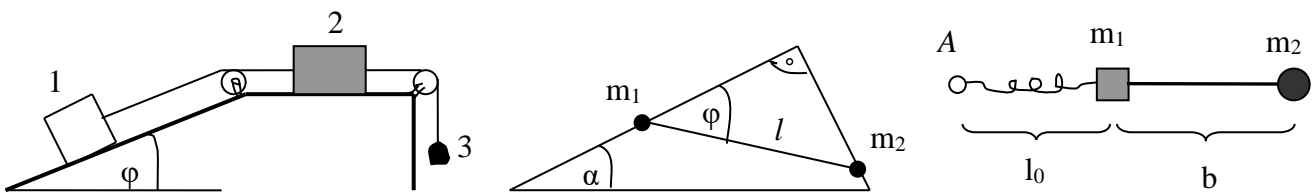
27. Az ábrán a lejtő szöge  $\alpha=20^\circ$ , a kötélt a vízszintessel  $\beta=50^\circ$  szöget zár be,  $m=1\text{kg}$ . A kötelek és a csigák súlytalanok, a csiga rögzített vízszintes tengely körül szabadon foroghat. Mekkora  $M$ , ha a rendszer egyensúlyban van, és a súrlódástól eltekintünk, ill. ha a súrlódási együttható  $\mu=0,1$ ? (d.)

28. Egy  $G=50\text{N}$  súlyú testet a padlóra helyezünk, és a vízszintessel  $\alpha$  szöget bezáró rögzített  $F=25\text{N}$  nagyságú erővel húzni kezdjük. Mekkora  $\alpha$  esetén maximális a test gyorsulása, ha a test és talaj közti súrlódási együttható  $\mu=0,2$ ? ( $\mu=\text{tg}\alpha$ )

29. Egy  $h=3\text{m}$  magas, vízszintesen  $b=4\text{m}$  hosszú lejtő tetejéről  $v_0=4\text{m/s}$  kezdősebességgel elindítunk lefelé egy testet. A lejtő és a test közötti súrlódási együttható  $\mu_1=0,25$ , a lejtő utáni vízszintes talaj és a test között  $\mu_2=0,28$ . Mekkora utat tesz meg a test a megállásig, miután elhagyta a lejtőt? (10m)

30. Az ábrán látható elrendezésben a lejtő szöge  $\varphi=30^\circ$ , a (pontoszerűnek tekinthető) testek tömege sorrendben  $m_1=4\text{kg}$ ,  $m_2=5\text{kg}$ ,  $m_3=1\text{kg}$ , mindkét csiga könnyű és szabadon foroghat. A súrlódási együttható mindenütt 0. Mekkora lesz a testek gyorsulása a lejtőhöz képest? ( $1\text{m/s}^2$ )

31\*. Az ábrán látható, merev drótból készült vezetőkeret függőleges síkban áll, felül lévő szöge derékszög,  $\alpha=30^\circ$ . A két befogóra  $m_1$  és  $m_2$  tömegű golyókat húzunk, melyeket egy  $l$  hosszúságú kötélt köt össze. Keressük meg az egyensúlyi helyzetet ( $\varphi=?$ ) ( $\text{tg}\varphi = \sqrt{3}m_2 / m_1$ )



32. Egy  $m_1=0,2\text{kg}$  és egy  $m_2=0,3\text{kg}$  tömegű pontoszerű testet  $b=0,5\text{m}$  hosszú könnyű nyújthatatlan zsinórral összekötünk, majd az  $m_1$  testre egy  $D=9\text{N/m}$  rugóállandójú, feszítetlen állapotban  $l_0=0,2\text{m}$  hosszú rugót erősítünk. A rugó A végénél fogva az így keletkezett test-rendszert megpörgetjük. Mennyi a rugó megnyúlása, ha a rendszer egyenletesen forog ( $\omega=3/\text{s}$ ), és a gravitációtól eltekintünk? (0,5m)

33. Egy bakelit-lemezjátszó korongjára a középponttól 10cm távolságra kis testet helyezünk. Mekkora a tapadási súrlódási együttható, ha a test  $\omega=5\cdot 1/\text{s}$  szögsebességnél csúszik meg? (d, 0,25)

34. Kúpinga  $l=0,3\text{m}$  hosszú (könnyű) fonala  $\alpha=30^\circ$ -os konstans szöget zár be a függőlegessel. Mekkora a periódusidő? (1,01s)

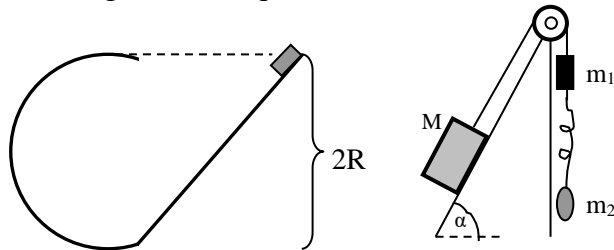
35. Egy test egyenletes körmozgást végez. Mozgási energiája  $E=44\text{J}$ , impulzusa  $44\text{kgm/s}$ , impulzus-momentuma  $22\text{kgm}^2/\text{s}$ . Mekkora a rá ható erők eredője? (176 N)

36. Az úttesten lévő bukkanó egy 40m sugarú függőleges síkú, felülről nézve domború körívvel közelíthető. Az úttesten egy egytonnás autó halad 54 km/h sebességgel.

- Mekkora erővel nyomja a bukkanó tetején az utat?
- Mekkora sebességnél lenne ez az erő nulla („ugratás”)
- Mi lenne a válasz homorú körív esetében? (d.)

37. 1 m sugarú rögzített gömb sima felületéről  $v_0=2\text{m/s}$  sebességgel elindítunk egy tömegpontot. Hol és mekkora sebességgel hagyja el a test a gömb felületét? (d. a középponttól 0,8 m magasságra)

38. Egy  $R=30\text{cm}$  sugarú függőleges körpályára egy  $2R$  magasságú lejtőről engedünk rácsúzni egy kis testet. A súrlódás elhanyagolható. Milyen magasan válik el a test a pályától és mekkora a sebesség az elválás pillanatában? (50 cm, 1,41 m/s)



39. Az ábrán látható testek tömege  $M=5\text{kg}$ ,  $m_1=2\text{kg}$ ,  $m_2=3\text{kg}$ , a rugó, a csiga és a kötelek tömege, valamint a súrlódás elhanyagolható. Tudjuk, hogy mindhárom testnek ugyanakkora  $a=0,5\text{m/s}^2$  a gyorsulása. Mekkora a lejtő  $\alpha$  szöge és mennyi a rugó megnyúlása, ha a rugóállandó  $D=20\text{N/cm}$ ? ( $64,2^\circ$ , 1,925cm)

40. Egy rögzített,  $100\mu\text{C}$  töltésű test körül egy  $1\text{kg}$  tömegű,  $-60\mu\text{C}$  töltésű test kering 1 km távolságra. Mekkora a keringési idő? (A gravitációs erőt elhanyagolva: kb. 7,5h)

**41. a)** Körpályán keringő geostacionárius műhold az egyenlítő mindig ugyanazon pontja fölött van. Mekkora sugarú pályán és mekkora sebességgel kering? (A Föld sugara  $6370 \text{ km}$ .) ( $4,2 \cdot 10^4 \text{ km}$ ,  $3,079 \text{ km/s}$ )

**b)** Mekkora annak a testnek a sebessége, amely a Föld körül, a felszín közvetlen közelében kering? (I. kozmikus sebesség:  $7905 \text{ m/s}$ , **d.**)

**c)** Legalább mekkora sebességgel induljon egy test a Földről, hogy végleg kikerüljön annak gravitációs erőteréből? (II. kozmikus vagy szökési sebesség:  $11,2 \text{ km/s}$ , **d.**)

**42.** Az Egyenlítő mentén épült vasútvonalon két mozdony halad ellenkező irányban, egyaránt  $72 \text{ km/h}$  pályasebességgel. Mindkét mozdony tömege  $25 \text{ t}$ . A Föld forgása következtében a két mozdony nem egyforma erővel nyomja a síneket (Eötvös-hatás). Melyik fejt ki nagyobb nyomóerőt, és mekkora a két nyomóerő különbsége? (a nyugatra haladó,  $145 \text{ N}$ )

**43.** Egy  $m = 10 \text{ kg}$  tömegű béka ugráskor maximálisan  $W = 0,4 \text{ J}$  munkát képes kifejtetni.

a) Maximum milyen magasra tud ugrani? ( $40 \text{ cm}$ )

b) Milyen magasra ugorhat akkor, ha a szintén  $m$  tömegű testvére hátára veszi őt, majd  $W$  munkát végezve felugrik, és pályájuk legmagasabb pontján a felső béka  $W$  munkát végezve lefelé ellöki magától testvérét?

**44.** Egy négyzet 3 csúcsába egy-egy darab  $10 \text{ Ft}$ -ost, a negyedikbe 5 db  $10 \text{ Ft}$ -ost teszünk. Hol van az érmék tömegközéppontja?

**45.** Egy alapállapotban  $0,5 \text{ m}$  hosszúságú,  $D = 100 \text{ N/m}$  rugóállandójú rugó egyik végét a plafonra erősítjük, a másik végére  $M = 0,5 \text{ kg}$  tömegű (pontoszerű) testet akasztunk. Ezután addig húzzuk a testet, amíg a rugó hossza eléri a  $0,7 \text{ m}$ -t. Mekkora és milyen irányú lesz a test gyorsulása abban a pillanatban, amikor elengedjük és mekkora lesz a sebessége  $x = 10 \text{ cm}$  út megtétele után? ( $30 \text{ m/s}^2$ ,  $2 \text{ m/s}$ )

**46.** Egy  $D_1$  és egy  $D_2$  rugóállandójú rugót sorosan, majd párhuzamosan kapcsolunk. Mennyi lesz a rugóállandó a két esetben?

**47.\*** Tegyük fel, hogy egy rúgóra nem a szokásos  $F = -Dx$  erőtvény, hanem módosított  $F = -D_1x - D_2x^3$  változata teljesül. Ha a rugót  $10 \text{ cm}$ -re kihúzzuk, maximálisan  $900 \text{ N}$  erőt kell

kifejtünk és  $35 \text{ J}$  munkát kell végeznünk. Mekkora  $D_1$  és  $D_2$ ? (**d.**  $5000 \text{ N/m}$  és  $400000 \text{ N/m}^3$ )

**48.**  $50 \text{ g}$  tömegű test  $0,16 \text{ s}$  periódusidővel  $3,2 \text{ cm}$  amplitúdójú harmonikus rezgést végez. Mekkora a testre ható erő teljesítménye az egyensúlyi helyzeten való áthaladás után  $0,06 \text{ s}$ -mal? ( $1,55 \text{ W}$ )

**49.** Az  $xy$  síkban mozgó  $m$  tömegű pont koordinátái a következőképpen függenek az időtől:  $x(t) = a \cos \omega t$ ,  $y(t) = b \sin \omega t$ , ( $a$ ,  $b$  és  $\omega$  pozitív állandó). Milyen pályán mozog a pont? Számítsuk ki a pontra ható erő munkáját a  $(0, \pi/4\omega)$  időközben. (**d.**)

**50.** Egy fél méter magas,  $\rho = 3 \text{ g/cm}^3$  sűrűségű,  $2 \text{ kg}$  tömegű téglatestet  $D = 120 \text{ N/m}$  rugóállandójú rugóra akasztunk és alá vízzel telt edényt teszünk úgy, hogy ha a rugó feszítetlen lenne, a test alja pont érintené a víz felszínét. Mennyi lesz a rugó megnyúlása egyensúlyi helyzetben? ( $15 \text{ cm}$ )

**51.\*** Henger alakú,  $0,4 \text{ cm}$  átmérőjű cső alsó végében nehezék van. Ezt az eszközt areométerként (úszó sűrűségmérőként) alkalmazzuk. Az areométer tömege  $0,2 \text{ kg}$ , a folyadék sűrűsége  $0,8 \text{ g/cm}^3$ .

Mekkora periódusidővel fog a mérőeszköz rezegni, ha függőleges lökést kap? (kb.  $8,9 \text{ s}$ )

**52.** Nyugalomban levő  $100 \text{ kg}$  tömegű csónak A végén  $60 \text{ kg}$  tömegű ember áll. Mennyit mozdul a csónak, ha az ember átsétál a csónak B végébe? ( $AB = l$ , a víz ellenállását hanyagoljuk el.) ( $3/8$ )

**53.\*** Egy testet  $h$  magasságból leejtünk. A testre a nehézségi erőn kívül a test sebességével arányos fékezőerő is hat. Hogyan változik a test sebessége az időben? (**d.**)

**54.\*** Egy puskagolyót nagy  $v_0$  sebességgel kilőnek. Hogyan változik a sebessége, ha a közegellenállás a sebesség négyzetével arányos és minden más erőről eltekintünk. (**d.**)

**55.** Legalább mekkora munkát kell végezni egy  $m = 2 \text{ kg}$  tömegű kis test elhúzásához  $x_0 = 0$ -tól  $x_1 = 0,5 \text{ m}$ -ig, ha a súrlódási együttható  $\mu = \mu_0 (1 + 2x)$  módon függ  $x$ -től, ahol  $\mu_0 = 0,1$  konstans. (**d.**  $1,5 \text{ J}$ )

**56.\*** Álló vízben  $6 \text{ m/s}$  kezdősebességgel indított, majd magára hagyott csónak sebessége  $69 \text{ s}$  alatt  $3 \text{ m/s}$ -ra csökken. A víz ellenálló ereje a test sebességével arányos. Hogyan változik a csónak által befutott út az idő függvényében? (**d.**)

**57.**  $1 \text{ m}$  hosszú fonálon  $2 \text{ kg}$  tömegű homokzsák lóg. Vízszintesen belelövünk egy  $10 \text{ g}$  tömegű puskagolyót, amely benne marad a homokzsákban és a zsák (a golyóval együtt)  $45^\circ$ -os szöggel lendül ki. Mekkora volt a golyó sebessége? ( $486,5 \text{ m/s}$ )

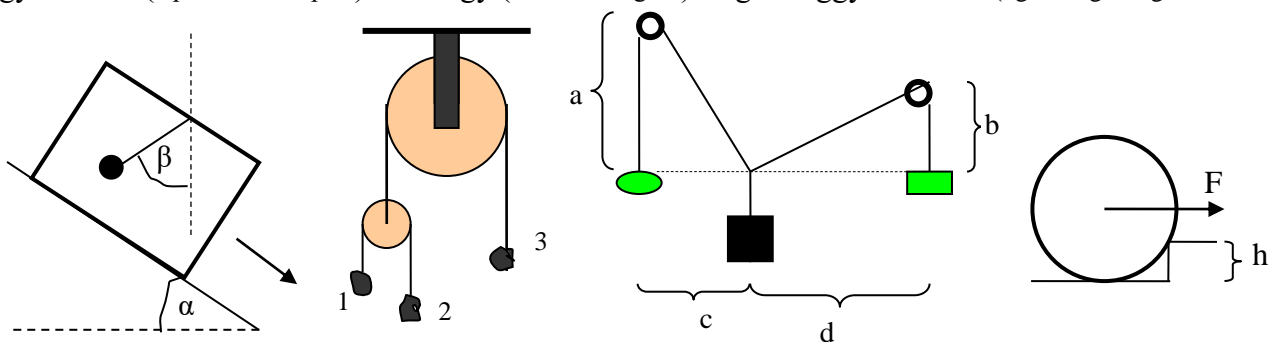
**58.** Két test együttes tömege 12 kg. A testek egymás felé mozognak 6 m/s, illetve 4 m/s sebességgel, és rugalmatlan centrális egyenes ütközés után 0,25 m/s sebességgel haladnak tovább a második test eredeti sebességének irányában. Mekkora az egyes testek tömege, és hány százalékkal csökken a rendszer kinetikus energiája? (4,5 és 7,5 kg, 99,7%-kal)

**59\*.** Egy tömegpont egyenes vonalú mozgást végez, miközben a rá ható erők eredőjének teljesítménye állandó,  $P_0$ . Hogyan változik a tömegpont kiindulási helyétől való távolsága, sebessége és gyorsulása az időben, ha  $x_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$ ? (d.)

**60.** Egy  $30^\circ$  hajlásszögű, 4 kg tömegű lejtő vízszintes síkon mozoghat. A lejtőre 1 kg tömegű testet helyezünk, súrlódás nincs. Mekkora lesz a test és a lejtő gyorsulása? (5,88 és  $1,02 \text{ m/s}^2$ )

**61.** Egy üres doboz tetejére könnyű fonállal kis testet kötünk, majd a dobozt egy  $\alpha=30^\circ$  szögű lejtőre tesszük, ahol a doboz (és vele a kis test)  $a$  gyorsulással gyorsulni kezd. Milyen szöget zár be a fonál a függőlegessel, ha a) a lejtő súrlódásmentes, b) a súrlódási együttható  $\mu=0,2$ ? ( $30^\circ$  és  $18,7^\circ$ )

**62.** Az ábrán látható elrendezésben a csigák és a kötelek súlytalanok, a csigák vízszintes tengelyük körül szabadon foroghatnak. A testek tömegei  $m_1=1\text{kg}$ ,  $m_2=2\text{kg}$ ,  $m_3=3\text{kg}$ . Mekkora az egyes testek gyorsulása (a plafonhoz képest) és a nagy ( $R=20\text{cm}$  sugarú) csiga szöggyorsulása? ( $7g/17$ ,  $5g/17$ ,  $g/17$ ,  $2,94 \text{ 1/s}^2$ )



**63.** Mekkora a két szélső (zöld színnek jelölt) test tömege, ha a rendszer egyensúlyban van és a középső (feketével jelölt) test tömege  $M=25\text{kg}$ , valamint  $a=d=4\text{m}$ ,  $b=c=3\text{m}$ ? A kötélt súlytalan, a csigák rögzített vízszintes tengely körül szabadon foroghatnak. (20 és 15 kg)

**64.**  $M$  tömegű,  $r$  sugarú hengert vízszintes erővel akarunk felhúzni egy  $h$  magasságú lépcsőfokra. Mekkora erőre van szükség? ( $mg \cdot \sqrt{h \cdot (2R-h)} / (R-h)$ )

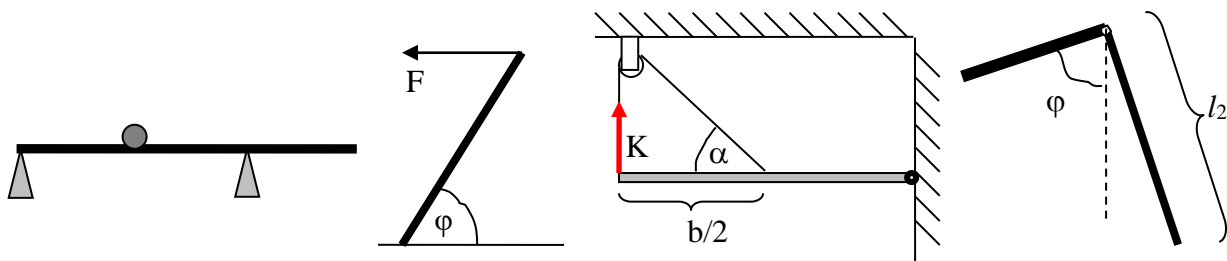
**65\*.** Számoljuk ki egy  $l$  hosszúságú rúd és egy  $R$  sugarú,  $m$  tömegű henger tehetetlenségi nyomatékát a rúdra, ill. a henger alaplapjára merőleges tengelyre vonatkozólag. ( $ml^2 / 12$  és  $mR^2 / 2$ )

**66.** Egy  $m_r = 20\text{kg}$  tömegű, 6méter hosszú homogén rúd két helyen van alátámasztva, a bal szélén és a jobb szélétől 2 m távolságra. A két alátámasztás közé félútra egy  $m_t = 10\text{kg}$  tömegű kis testet teszünk. Mekkora a tartóerő a két alátámasztási pontban egyensúly esetén? (100 és 200 N)

**67.** Egy homogén,  $m=1,4 \text{ kg}$  tömegű pálcát  $F$  nagyságú, vízszintes irányú, a pálca felső végére ható erővel tartunk egyensúlyban. A pálca vízszintessel bezárt szöge  $\varphi=60^\circ$ , és a pálca alsó vége nincs rögzítve a talajhoz, mégsem csúszik meg.

a) Mekkora az  $F$  erő? (4,04N)

b) Legalább mekkora a pálca és a talaj közti tapadási súrlódási együttható? (0,289)

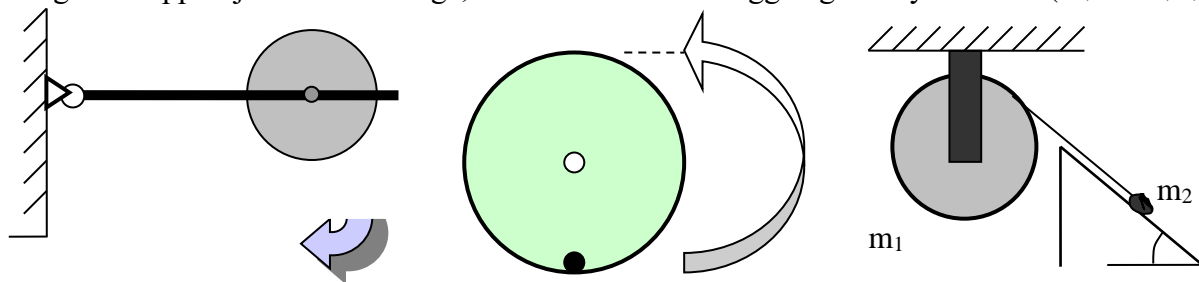


**68.** Egy  $b=6\text{m}$  hosszú,  $m=25 \text{ kg}$  tömegű homogén rúd jobb oldalán rögzített tengely körül foroghat. Egy könnyű, csigán átvett zsinórt a rúd bal végéhez és a rúd közepéhez erősítünk. Utóbbi helyen a zsinór  $\alpha=30^\circ$  szöget zár be a rúddal. Mekkora a  $K$  kötélterő egyensúlyi helyzetben? (100N)

**69.** Egy  $l_1$  és egy  $l_2$  hosszúságú,  $A_1$  és  $A_2$  kereszt-metszetű,  $\rho_1$  és  $\rho_2$  sűrűségű homogén vas- és ólomrudat a végüknél összehegesztünk úgy, hogy derékszöveget zárnak be, majd az összehegesztési

pontnál vízszintes tengelyre akasztjuk őket, amely körül szabadon foroghatnak. Milyen  $\varphi$  szögnél lesz egyensúlyban a rendszer? Változik-e ez a szög, ha vízbe merítjük a rudakat? ( $\tan \varphi = l_2^2 A_2 \rho_2 / l_1^2 A_1 \rho_1$ )

**70.** Egy  $b=40\text{cm}$  hosszú,  $m_1=3\text{kg}$  tömegű rúdra egy  $R=8\text{cm}$  sugarú,  $m_2=6\text{kg}$  tömegű homogén hengert erősítünk úgy, hogy a henger középpontja a rúd jobb végétől  $10\text{ cm}$ -re legyen. A forgástengely a rúd bal végén van. Mekkora lesz a szöggyorsulás, ha magára hagyjuk a rendszert? Mekkora lesz a henger középpontjának a sebessége, mikor a rúd eléri a függőleges helyzetet? ( $33,37\text{ 1/s}^2, 2,45\text{m/s}$ )

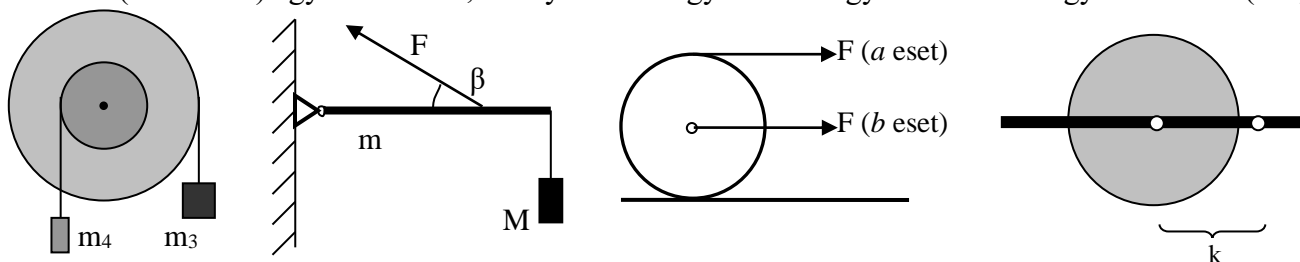


**71.** Egy  $m_1=8\text{kg}$  tömegű,  $R=2\text{m}$  sugarú homogén henger a középpontján átmenő vízszintes tengely körül szabadon foroghat. A henger szélére  $m_2=1\text{kg}$  tömegű pontszerű testet erősítettünk (az ábrán fekete pötty). Mekkora szögsebességgel kell megrendíteni a hengert, hogy éppen egy fél fordulatot tegyen meg, a nyílnak megfelelően? ( $2\text{ 1/s}$ )

**72.**  $M=4\text{kg}$  tömegű  $R=50\text{cm}$  sugarú homogén hengerre (amely a tömegközéppontján átmenő vízszintes tengely körül foroghat, de haladó mozgást nem végez) könnyű fonál van rátekerve, a fonál végére  $m=2\text{kg}$  tömegű test van erősítve, amely egy  $\varphi=45^\circ$ -os meredekségű, súrlódásmentes lejtőre van helyezve. Mekkora a  $m$  test gyorsulása és  $x=10\text{ cm}$  út megtétele után mennyi lesz a  $m$  test sebessége, ha álló helyzetből indul? (**d.**  $3,535\text{m/s}^2, 0,8409\text{m/s}$ )

**73.** Egy  $d_1=1\text{m}$  átmérőjű,  $m_1=16\text{kg}$  tömegű homogén hengerre egy  $r_2=20\text{cm}$  sugarú,  $m_2=15\text{kg}$  tömegű homogén hengert erősítünk. Az így elkészített test rögzített vízszintes tengely körül szabadon foroghat. A nagyobb hengerre  $m_3=6\text{kg}$ , a kisebbre  $m_4=5\text{kg}$  tömegű testet akasztunk. Mekkora az  $m_3$  test gyorsulása és a henger szöggyorsulása? ( $2,5\text{ m/s}^2, 5\text{ 1/s}^2$ )

**74.** Egy  $m=1\text{ kg}$  tömegű,  $30\text{cm}$  hosszú homogén rúd bal oldalán rögzített helyű csukló körül foroghat. A rúd végére  $M=2\text{ kg}$  tömegű test van akasztva. A rúd  $2/3$ -ánál mekkora  $F$  erővel kell hatnunk, hogy egyensúlyban legyen a rúd, ha az erő rúddal bezárt szöge  $\beta=30^\circ$ ? ( $75\text{N}$ ) Mekkora  $F$  erő szükséges, ha a  $\rho_M=4000\text{kg/m}^3$  sűrűségű  $M$  testet vízbe merítjük? ( $60\text{N}$ ) Mekkora ez az erő, ha az egész elrendezés (víz nélkül) egy liftben van, amelyik lefelé egyenletesen gyorsul  $a=2\text{m/s}^2$  gyorsulással? ( $60\text{N}$ )



**75.** Egy hengert a talajra helyezünk, majd vízszintes  $F$  erővel húzzuk a tetejénél ( $a$  eset) ill. a középpontjánál ( $b$  eset). Adott  $\mu$  esetén legfeljebb mekkora lehet  $F$ , hogy tiszta gördülés jöhhessen létre (azaz a henger ne csússzon meg a talajon)? (**d**)

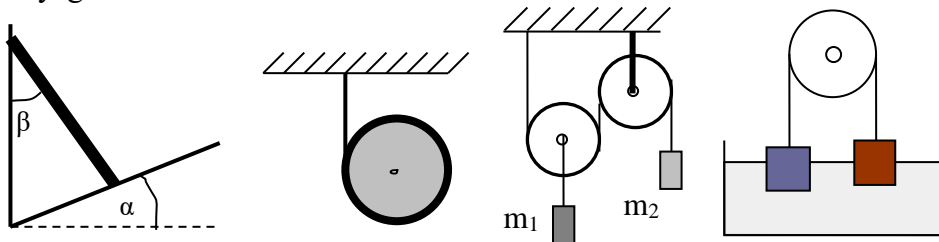
**76.** Egy  $M=3\text{kg}$  tömegű  $R=20\text{cm}$  sugarú homogén hengert egy  $m=2\text{kg}$  tömegű,  $l=60\text{cm}$  hosszú homogén rúd közepére erősítjük. A szimmetriatengelyétől milyen  $k$  távolságra kell lennie ahhoz a forgástengelynek, hogy a tehetetlenségi nyomaték pontosan  $0,2\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ -tel legyen több, mint ha a szimmetriatengelynél lenne a forgás-tengely? ( $20\text{ cm}$ )

**77.** Egy  $\alpha$  hajlásszögű lejtőre homogén hengert teszünk. Legalább mekkora legyen a tapadási súrlódási együttható, hogy tiszta gördülés jöhhessen létre? ( $1/3 \cdot \tan \alpha$ )

**78.** Egy  $m$  tömegű homogén rúd egyik végét falnak támasztjuk, a másik végét egy súrlódásmentes lejtőre helyezük. Keresendő a lejtő  $\alpha$  szöge és a rúd fallal bezárt  $\beta$  szöge között egyensúly esetén fennálló egyszerű összefüggés (**d**,  $k \cdot \tan \alpha = \tan \beta$ ,  $k=?$ ).

79.  $R = 10\text{cm}$  sugarú homogén hengerre könnyű, nyújthatatlan fonalat rátekerünk, a fonál másik végét a mennyezethez erősítjük. Mekkora lesz a henger tömegközéppontjának (függőleges) gyorsulása, ha a fonál a hengeren nem csúszik meg?  $(2g/3)$

80. Mekkora  $m_2$ , ha  $m_1=60\text{kg}$ , a rendszer egyensúlyban van és a mozgó és az állócsiga tömege elhanyagolható?  $(30\text{kg})$



81. Csigán könnyű fonalat vetünk át, amelynek végeire egy-egy  $a = 10\text{ cm}$  oldalélű homogén, kocka alakú testet erősítünk. A nehezebb test sűrűsége 1,2-szer, a könnyebbé 0,8-szer akkora, mint a vízé. Mennyire merül bele a vízbe a nehezebb test, ha a fonál pont olyan hosszú, hogy ha a nehezebb test épp teljesen belemerülne, akkor a könnyebb test alja éppen a víz felszínénél lenne.  $(7\text{ cm})$

82. Egy  $30\text{cm}$  oldalú,  $0,9\text{g/cm}^3$  sűrűségű kockát vízre ( $1\text{g/cm}^3$ ) teszünk, de előtte a vízre azzal nem keveredő olajat öntünk ( $0,7\text{g/cm}^3$ ). Milyen vastag az olajréteg, ha pont ellepi a kockát?  $(10\text{cm})$

83. Egy téglatest alakú fadarab méretei:  $50\text{cm} \times 40\text{cm} \times 10\text{cm}$ , sűrűsége  $600\text{kg/m}^3$ . Milyen mélyre fog a (vízen a legnagyobb lapjával úszó) fadarab a vízbe merülni, ha egy  $4\text{kg}$ -os testet teszünk rá?  $(8\text{cm})$

84. U alakú üvegcső bal oldali vége zárt, a másik nyitott. A csőben alul  $13,6\text{ g/cm}^3$  sűrűségű higany, a jobb szárban előlött  $50\text{ cm}$  magas vízoszlop van. A légköri nyomás  $1\text{ bar}$ , a bal szárban a Hg fölött a levegő nyomása  $0,9\text{ bar}$ . Mekkora a magasságkülönbség a két higany szint között?  $(11\text{ cm})$

85. Egyik végén beforrasztott cső a légkörtől  $h$  hosszúságú higanyfonállal elválasztott levegőt tartalmaz. Ha a csövet függőlegesen tartjuk, az elzárt légoszlop hossza  $L_1$ , illetve  $L_2$  aszerint, hogy a beforrasztott vagy a nyitott vége néz fölfelé. A higany sűrűsége  $\rho$ . Számítsuk ki a légköri nyomást.

$$(Eredmény: p_0 = \rho gh(L_1 + L_2) / (L_1 - L_2))$$

86. Egy  $a$  oldalú négyzet alapú hasáb alakú edénybe vizet töltünk. Milyen magasan álljon a víz, hogy az egyes oldalfalakra ható hidrosztatikai erő megegyezzen a víz súlyával?  $(h=2a)$

87. Legalább mekkora munkavégzés szükséges ahhoz, hogy egy  $2\text{ mm}$  sugarú higanycsepp két egyforma méretű csepre szakítsunk? A higany felületi feszültsége  $0,49\text{ J/m}^2$ .  $(6,4 \cdot 10^{-6}\text{J})$

88. Fürdőnk elkészítéséhez  $80\text{ }^\circ\text{C}$ -os és  $10\text{ }^\circ\text{C}$ -os vizet használunk fel. Hány liter meleg, illetve hideg vizet kell a kádba eresztünk, hogy  $140\text{ l}$ ,  $40\text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékletű fürdővizet kapjunk? (A hővesztésegtől és a víz hőtágulásától tekintünk el.)  $(60\text{ és }80\text{ liter})$

89. Egy lezárt,  $200\text{ l}$ -es gázpalackban  $5 \cdot 10^5\text{ Pa}$  nyomású,  $27\text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékletű ideális gáz van. Mennyi lesz a (megmaradt) gáz nyomása, ha  $16\text{ mólnyi}$  gázt kiengedjük egy szelepen, és ez alatt a bent maradó gáz hőmérséklete állandó?  $(kb. 3 \cdot 10^5\text{ Pa})$

90. Egy lezárt,  $100\text{ l}$ -es gázpalackban  $4 \cdot 10^5\text{ Pa}$  nyomású,  $7\text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékletű hélium van. Mennyi lesz a gáz nyomása, ha  $70\text{ }^\circ\text{C}$ -kal megnöveljük a hőmérsékletét? Mennyi hő kellett ehhez? **(d. 15 kJ)**

91. Ideális gáz kezdetben  $V_1 = 0,16\text{ m}^3$  térfogatú,  $p_1 = 5 \cdot 10^5$  nyomású és  $T_1 = 400\text{ K}$  hőmérsékletű. A gázt lehűtjük  $T_2 = 300\text{ K}$ -re, eközben nyomása  $p_2 = 4 \cdot 10^5\text{ Pa}$ -ra változik. Mekkora  $V_2$ ?  $(0,15\text{ m}^3)$

92. Egy buborék térfogata megháromszorozódik, amíg a tó aljáról a tetejére emelkedik, miközben hőmérséklete állandó. Milyen mély a tó?  $(20\text{m})$

93.  $5\text{ mol}$ , kezdetben  $2\text{ liter}$  térfogatú nitrogénnel három szakaszból álló körfolyamatot végeztetünk. Először állandó hőmérsékleten összenyomjuk az eredeti térfogatának a felé-re, majd a gáz állandó nyomáson eredeti térfogatára tágul, miközben hőmérséklete  $T = 300\text{ K}$ -re emelkedik. Ezután a gáz állandó térfogat mellett lehűl a kezdeti hőmérsékletre. Mekkora ez a kezdeti hőmérséklet?  $(150\text{K})$   
Rajzoljuk fel a körfolyamatot a  $pV$ , a  $pT$  és a  $VT$  síkon. Mennyivel változik a folyamatban a gáz belső energiája és entrópiája, mekkora munkát végzett, mennyi hőt adott le a gáz az egyes szakaszokon?

94. Ideális gáz állandó nyomáson tágulva  $200\text{ J}$  munkát végez. Mennyi hőt vesz fel eközben, ha adiabatikus kitevője  $\kappa=1,4$ ? **(d. 700J)**

95. Hengeres edénybe  $100\text{ kPa}$  nyomású,  $300\text{ K}$  hőmérsékletű levegő van bezárva. A henger alapterülete  $100\text{ cm}^2$ , a gáz térfogata  $1\text{ liter}$ , a légköri nyomás is  $100\text{ kPa}$ . A súrlódás nélkül mozgatható

dugattyúhoz  $5 \text{ kN / m}$  direkciós erejű rugó kapcsolódik. Mekkora lesz az elzárt levegő nyomása, ha hőmérsékletét  $600 \text{ K}$ -re növeljük? (128kPa)

**96.** Ideális gáznak tekinthető  $\text{CO}_2$ -vel három szakaszból álló körfolyamatot végeztetünk. Először i) adiabatikusan összenyomjuk abba az állapotba, ahol  $p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_2 = 0,6 \text{ m}^3$ ,  $T_2 = 400 \text{ K}$ . Majd ii) a gáz állandó hőmérsékleten eredeti  $V_1$  térfogatára tágul, miközben nyomása  $p_3 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ -ra csökken. Végül iii) a gáz állandó térfogat mellett lehűl a kezdeti hőmérsékletre. Mekkora a kezdeti  $V_1$  térfogat és  $T_1$  hőmérséklet? Mekkora munkát végzett és mennyi hőt adott le a gáz a ii) és a iii) szakaszban? Mennyi az entrópia-változás az izoterm szakaszban? ( $0,8 \text{ m}^3$ ,  $356,5 \text{ K}$ ,  $W_{ii}^* = 34,5 \text{ kJ} = Q_{ii}$ ,  $W_{iii}^* = 0$ ,  $Q_{iii}^* = 32,6 \text{ kJ}$ ,  $86,3 \text{ J/K}$ )

**97.**  $1 \text{ m}$  magas,  $1 \text{ dm}^2$  keresztmetszetű, zárt hengeres tartályban  $m = 2 \text{ kg}$ -os, vékony dugattyú szabadon mozoghat. A dugattyú egyik oldalán hélium, a másik oldalán földgáz van. Ha úgy fordítjuk a hengert, hogy a forgástengelye függőleges és a hélium van felül, akkor a dugattyú pont középen van. Ha viszont  $180^\circ$ -kal megfordítjuk a hengert úgy, hogy a hélium alulra kerüljön, akkor a dugattyú  $x = 10 \text{ cm}$ -t süllyed, ha a hőmérséklet állandó,  $T = 300 \text{ K}$ . Mekkora volt kezdetben a He nyomása? (8800 Pa)

**98.** Hőszigetelt,  $1 \text{ dm}^2$  alapterületű hengerben lévő levegőt felülről könnyű dugattyú határol. Mekkora súlyt kell a dugattyúra tenni, hogy a felére csökkenjen a térfogat? Mekkora  $T_2$ , ha  $T_1 = 300 \text{ K}$  (1640N, 395,8K)

**99.** Egy molekulanyaláb  $5,4 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$  tömegű részecskékből áll, ezek  $460 \text{ m/s}$  sebességgel azonos irányban röpködnek. A nyaláb a sebességére merőleges falba ütközik. Mekkora nyomás terheli a falat, ha az ütközés rugalmas, és a molekulák sűrűsége  $1,5 \cdot 10^{14} / \text{cm}^3$ ? (d. 3,43 Pa)

**100.** Rajzoljunk fel a T-S diagramon néhány izochor és izobár állapotváltozáshoz tartozó görbét.